

# УРОК-ПРЕЗЕНТАЦИЯ «ГРАФИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ»

Илиязова Галина Ивановна  
2010-2011уч. Год.

---

**Оборудование урока:** компьютер, проектор, экран.

**Цели:**

- Обобщить знания и умения.
- Развить умение наблюдать, сравнить, обобщать.
- Воспитать познавательную активность, упорство в достижении цели.

**Вводное слово учителя.**

Ребята, сегодня у нас обобщающий урок по теме: «Графики тригонометрических функций и преобразование графиков». Вспомним какие преобразования вы научились выполнять с графиками функций. Подробно остановимся на графиках тригонометрических функций.

# «ГРАФИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ».

## Обзор тригонометрических функций.

$$Y = \sin x$$

$$Y = \cos x$$

# УЧЕНИК ПЕРВЫЙ.

## 1. Функция синус.

Определение

Числовая функция, заданная формулой  $y = \sin x$ , называется синусом.

Функция определена и непрерывна на всем множестве действительных чисел. Эта функция ограничена:  $|\sin x| \leq 1$ . Она периодическая, ее период  $T = 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (наименьший период  $2\pi$ ):  $\sin(x + 2\pi n) = \sin x$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Функция  $y = \sin x$  — нечетная:  $\sin(-x) = -\sin x$  ее график симметричен относительно начала координат. График этой функции называется синусоидой (рис. 38).

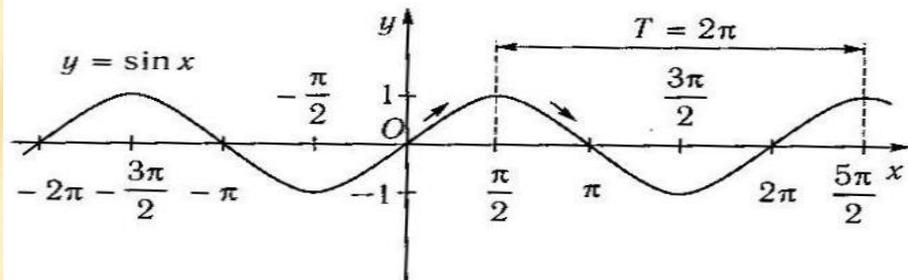


Рис. 38

Функция принимает нулевые значения при  $x = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция  $y = \sin x$  возрастает на промежутках  $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  и убывает на промежутках  $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

## 2. Функция косинус.

Определение

Числовая функция, заданная формулой  $y = \cos x$ , называется косинусом.

Функция определена и непрерывна при всех действительных значениях  $x$ . Эта функция ограничена:  $|\cos x| \leq 1$ . Она периодическая, ее период  $T = 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (наименьший период  $2\pi$ ):  $\cos(x + 2\pi n) = \cos x$ , где  $n \in \mathbb{Z}$ . Функция  $y = \cos x$  — четная:  $\cos(-x) = \cos x$  и ее график симметричен относительно оси ординат. График этой функции называется косинусоидой (рис. 39).

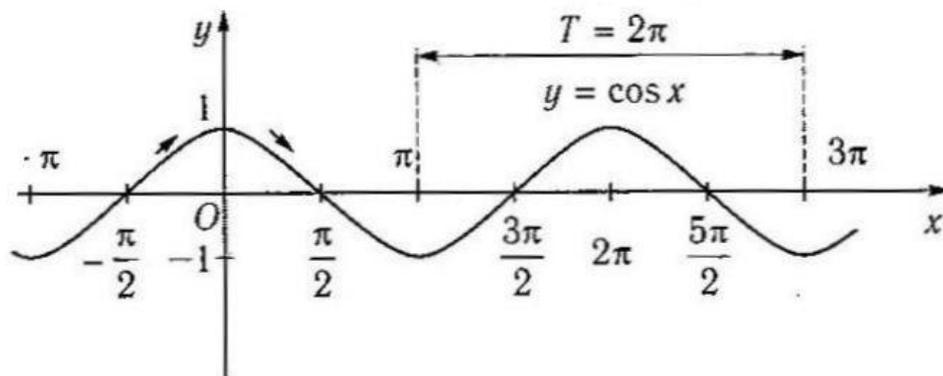


Рис. 39

Функция принимает нулевые значения при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция  $y = \cos x$  возрастает на промежутках  $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  и убывает на промежутках  $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

# УЧЕНИК ВТОРОЙ.

---

## *Обзор тригонометрических функций.*

$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y = \operatorname{ctg} x$$

# 1. Функция тангенс.

Определение

Числовая функция, заданная формулой  $y = \operatorname{tg} x$ , называется тангенсом.

Функция определена при  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in Z$ , ее областью значений является интервал  $(-\infty; +\infty)$ . Она периодическая, ее период  $T = \pi$ ,  $n \in Z$  (наименьший период  $\pi$ ):  $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x$ ,  $n \in Z$ . Функция  $y = \operatorname{tg} x$  — нечетная:  $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$  и ее график симметричен относительно начала координат. В точках  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in Z$  функция  $y = \operatorname{tg} x$  не существует, и говорят, что в этих точках функция терпит разрыв, т. е. она не является непрерывной. График функции  $y = \operatorname{tg} x$  называется тангенсоидой (рис. 40).

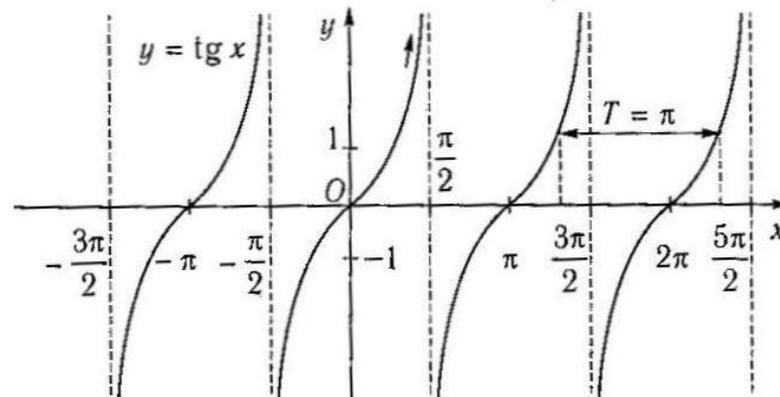


Рис. 40

Функция принимает нулевые значения при  $x = \pi n$ ,  $n \in Z$  (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция  $y = \operatorname{tg} x$  возрастает на всех интервалах определения  $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$ ,  $n \in Z$ .

## 2. Функция котангенса

Определение

Числовая функция, заданная формулой  $y = \operatorname{ctg} x$ , называется котангенсом.

Функция определена при  $x \neq \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ , ее областью значений является интервал  $(-\infty; +\infty)$ . Она периодическая, ее период  $T = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (наименьший период  $\pi$ ):  $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Функция  $y = \operatorname{ctg} x$  — нечетная:  $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$  и ее график симметричен относительно начала координат. В точках  $x = \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  функция  $y = \operatorname{ctg} x$  не существует, и говорят, что в этих точках она терпит разрыв, т. е. функция не является непрерывной.

График функции  $y = \operatorname{ctg} x$  называется котангенсойдой (рис. 41).

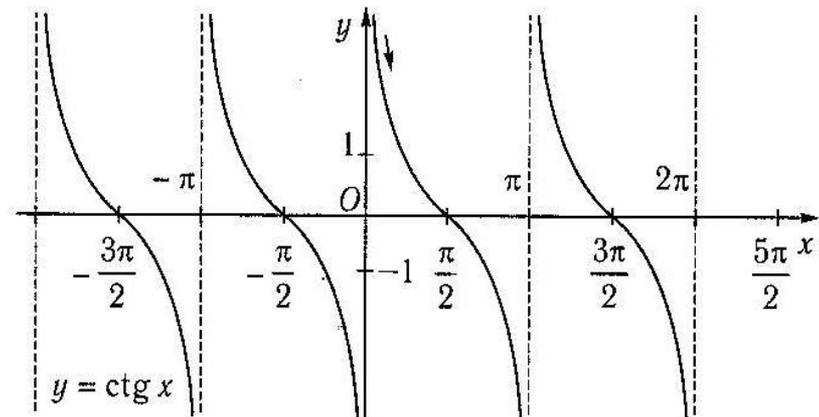


Рис. 41

Функция принимает нулевые значения при  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция  $y = \operatorname{ctg} x$  убывает на всех интервалах определения  $(2\pi n; \pi + \pi n)$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ .

УЧЕНИК ТРЕТИЙ.

---

Деформация, сжатие.

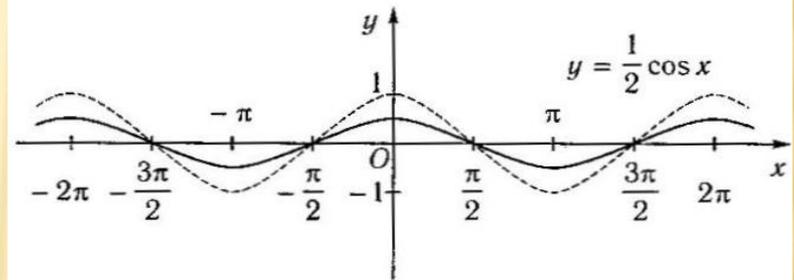
# 1. Сжатие графика вдоль оси ординат $y = af(x)$ ; $0 < a < 1$ .

Для построения графика функции  $y = af(x)$  следует построить график функции  $y = f(x)$  и уменьшить его ординаты в  $\frac{1}{a}$  раз при  $0 < a < 1$ .

Построить график функции  $y = \frac{1}{2} \cos x$ .

Построение

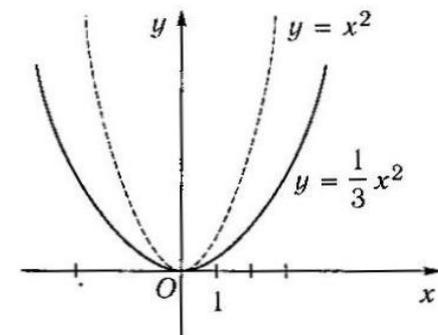
- построим график функции  $y = \cos x$ ;
- уменьшим его ординаты в 2 раза.



Построить график функции  $y = \frac{1}{3} x^2$ .

Построение

- построим график функции  $y = x^2$ ;
- уменьшим его ординаты в 3 раза.



## 2. Сжатие графика вдоль оси абсцисс

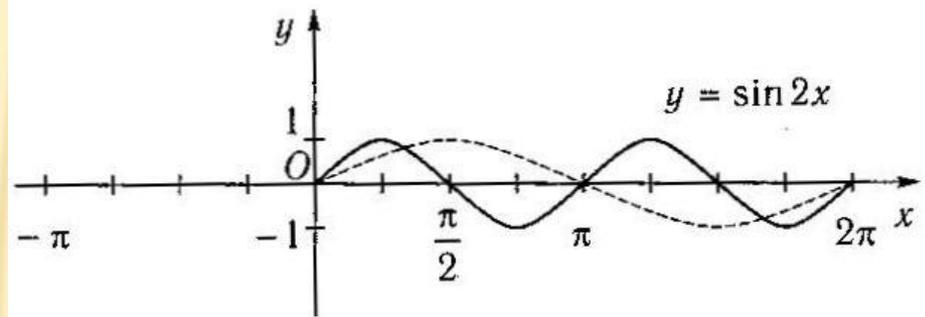
$$y=f(\sim x); \sim > 1$$

Для построения графика функции  $y=f(\omega x)$  следует построить график функции  $y=f(x)$  и уменьшить его абсциссы в  $\omega$  раз при  $\omega > 1$ .

Построить график функции  $y = \sin 2x$ .

Построение

- построим график функции  $y = \sin x$ ;
- уменьшим абсциссы в 2 раза.



УЧЕНИК ЧЕТВЁТЫЙ.

---

Деформация,растяжение.

# 1. Растяжение графика вдоль оси ординат

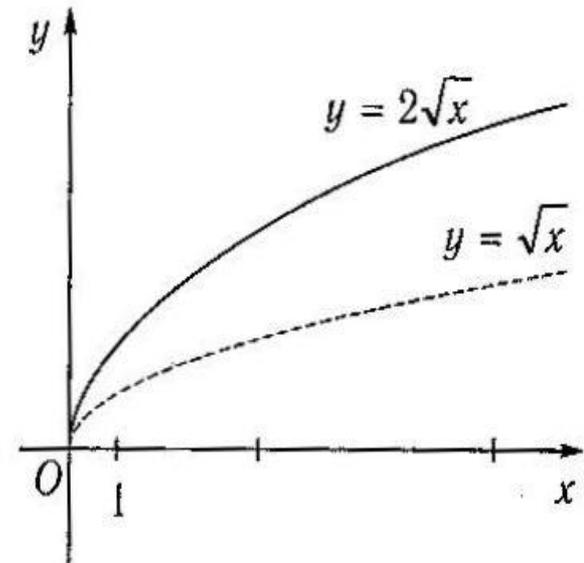
$y = af(x); a > 1.$

Для построения графика функции  $y = af(x)$  следует построить график функции  $y = f(x)$  и увеличить его ординаты в  $a$  раз при  $a > 1$ .

Построить график функции  $y = 2\sqrt{x}$ .

Построение

- построим график функции  $y = \sqrt{x}$ ;
- увеличим его ординаты в 2 раза.

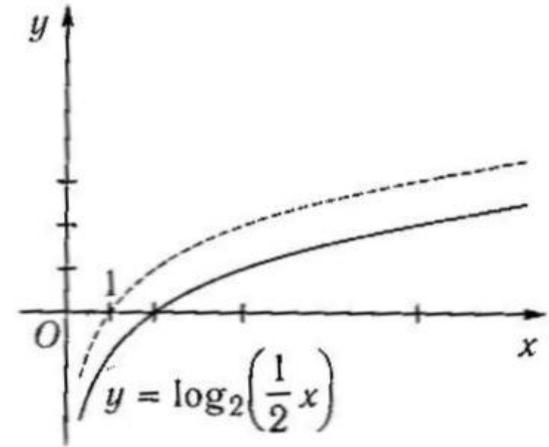


## 2. Растяжение графика вдоль оси абсцисс $y=f(\sim x); 0 < \sim < 1.$

Для построения графика функции  $y=f(\omega x)$  следует построить график функции  $y=f(x)$  и увеличить его абсциссы в  $\frac{1}{\omega}$  раз при  $0 < \omega < 1$ .

Построить график функции  $y = \log_2\left(\frac{1}{2}x\right)$ .

- построим график функции  $y = \log_2(x)$ ;
- увеличим его абсциссы в 2 раза.



# УЧЕНИК ПЯТЫЙ

---

Функции, содержащие знак модуля.

## Функции, содержащие знак модуля

### 1. Построение графика функции $y = |f(x)|$

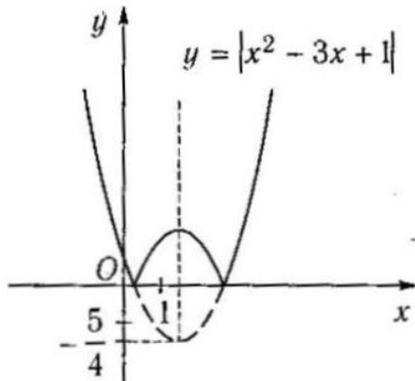
Для построения графика функции  $y = |f(x)|$  следует построить график функции  $y = f(x)$  и ту часть графика, которая расположена в нижней полуплоскости, отобразить относительно оси абсцисс.

Пример

Построить график функции  $y = |x^2 - 3x + 1|$ .

Построение

- построим график функции  $y = x^2 - 3x + 1$ ;
- в интервалах, где функция отрицательна, производим отображение относительно оси абсцисс.

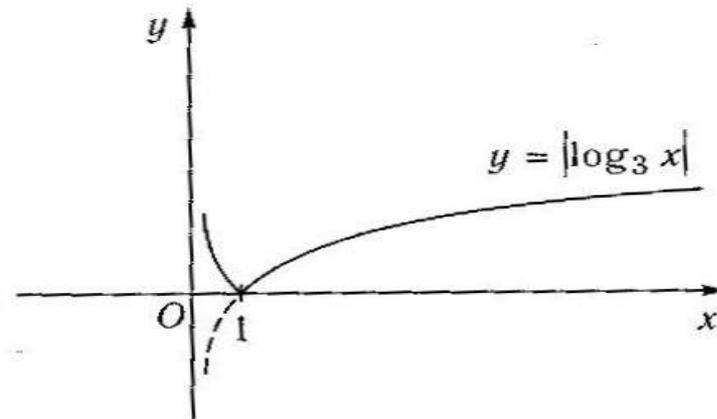


Пример

Построить график функции  $y = |\log_3 x|$ .

Построение

- построим график функции  $y = \log_3 x$ ;
- отобразим часть графика на интервале  $0 < x < 1$  относительно оси абсцисс.



### 3. Построение графика функции $y = |f(|x|)|$

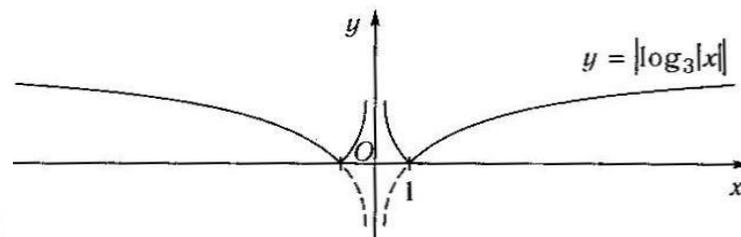
Для построения графика функции  $y = |f(|x|)|$  следует построить график функции  $y = f(x)$  и ту часть графика, которая расположена в нижней полуплоскости, отобразить симметрично относительно оси  $Ox$ , а затем отобразить симметрично относительно оси  $Oy$ .

Пример

Построить график функции  $y = |\log_3 |x||$ .

Построение

- построим график функции  $y = \log_3 x$ ;
- отобразим график функции  $y = \log_3 x$  относительно оси  $Ox$ ;
- отобразим полученный график относительно оси  $Oy$ .



# КОЛЛЕКТИВНАЯ РАБОТА.

---

Какие преобразования с синусоидой нужно выполнить, чтобы построить график данной функции?

- 1)  $f(x)=0,5\cos x$
- 2)  $f(x)=3+\sin x$
- 3)  $f(x)=\sin(x-\pi/4)$
- 4)  $f(x)=2\cos(x/2+\pi/3)$

Самостоятельно исследуйте функцию и постройте её график.

$$y=1+\cos 0,5x$$