МБОУ лицей №10 города Советска
Калининградской области
учитель математики
Разыграева Татьяна Николаевна

Приращение аргумента. Приращение функции.

*При сравнении значения функции f в некоторой фиксированной точке x_0 со значениями этой функции в различных точках x, лежащих в окрестности x_0, удобно выражать разность $f(x) - f(x_0)$ через разность $x - x_0$, пользуясь понятиями «**приращение аргумента**» и «**приращение функции**».*

*Пусть x – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки x_0. Разность $x - x_0$ называется **приращением независимой переменной (или приращением аргумента)** в точке x_0 и обозначается Δx. Таким образом,*

$$\Delta x = x - x_0$$

откуда следует, что

$$x = x_0 + \Delta x.$$

Говорят также, что первоначальное значение аргумента x_0 получило приращение Δx. Вследствие этого значение функции f изменится на величину

$$f(x) - f(x_0) = f\,(x_0 + \Delta x) - f(x_0).$$

Эта разность называется приращением функции f в точке x_0, соответствующим приращению Δx, и обозначается символом Δf (читается «дельта эф»), т.е. по определению

$$\Delta f = f\,(x_0 + \Delta x) - f\,(x_0)$$

откуда

$$f\,(x) = f\,(x_0 + \Delta x) = f\,(x_0) + \Delta f.$$

При фиксированном x_0 приращение Δf есть функция от Δx. Δf называют также приращением зависимой переменной и обозначают через Δy для функции $y = f(x)$.

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

<u>***Пример №1.***</u>

Найти приращение функции функции $y = x^2$ при переходе от точки $x_0 = 1$ к точкам : а) $x = 1{,}1$; б) $x = 0{,}98$

<u>***Решение:***</u>

а) $f(1) = 1^2 = 1$; $f(1{,}1) = 1{,}1^2 = 1{,}21$;

$\Delta y = f(1{,}1) - f(1) = 1{,}21 - 1 = 0{,}21$

б) $f(1) = 1$; $f(0{,}98) = 0{,}98^2 = 0{,}9604$;

$\Delta y = f(0{,}98) - f(1) = 0{,}9604 - 1 = - 0{,}0396.$

Функция $y = f(x)$ непрерывна в точке $x = a$, если в точке $x = a$ выполняется следующее условие:

если $\Delta x \to 0$, то $\Delta y \to 0$.

Пример № 2.

Для функции $y = kx + m$ найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки x к точке $x + \Delta x$; б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Решение.

Имеем:

$$f(x) = kx + m \qquad f(x + \Delta x) = k(x + \Delta x) + m$$

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (k(x + \Delta x) + m) - (kx + m)$$

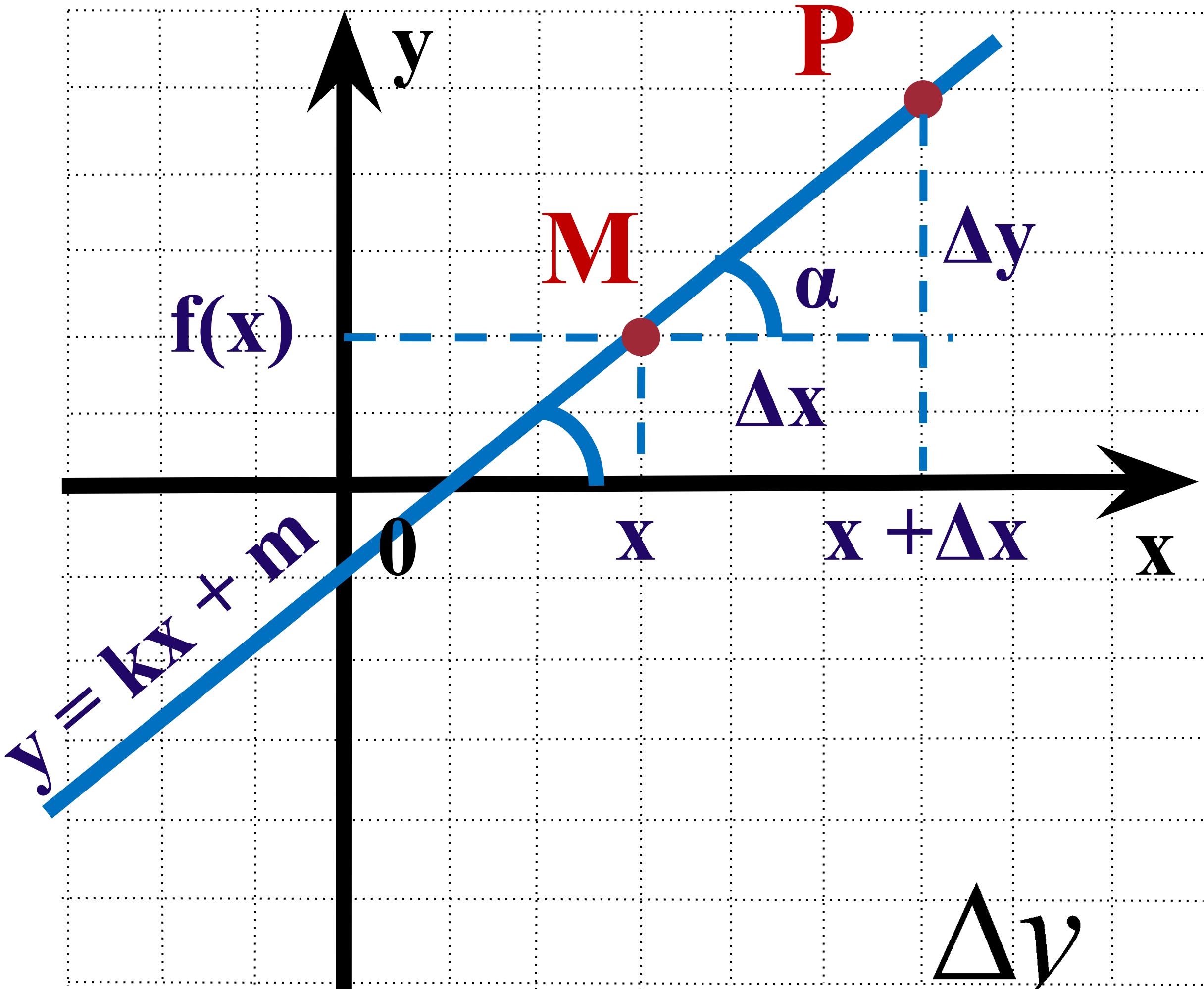
$$\Delta y = (kx + k\Delta x + m) - (kx + m) = k \cdot \Delta x.$$

$$\Delta y = k \cdot \Delta x.$$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{k \cdot \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} k = k$$

Имеем:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = k$$



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k = tg\alpha$$

Пример № 3.

Для функции $y = x^2$ найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки x к точке $x + \Delta x$; б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Решение.

Имеем:

$$f(x) = x^2 \qquad f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2$$

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2 =$$
$$= (x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2.$$

Получили: $\Delta y = 2x\Delta x + (\Delta x)^2.$

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} (2x + \Delta x) = 2x$$

Итак, для заданной функции $y = x^2$ получили:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$$