

Численные методы решения уравнений



МЕТОДЫ

Метод половинного Метод
половинного деления

Метод хорд

Метод касательных

Метод комбинированный

Метод итераций



Пусть корень ξ уравнения $f(x)$ отделён на отрезке $[a, b]$, причём $b - a > \varepsilon$

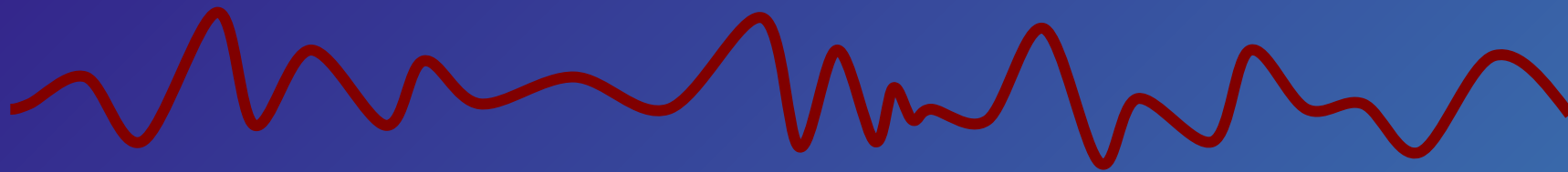
Будем считать, что функция:

1) Непрерывна и монотонна на отрезке $[a, b]$

2) $f(a) \times f(b) < 0$

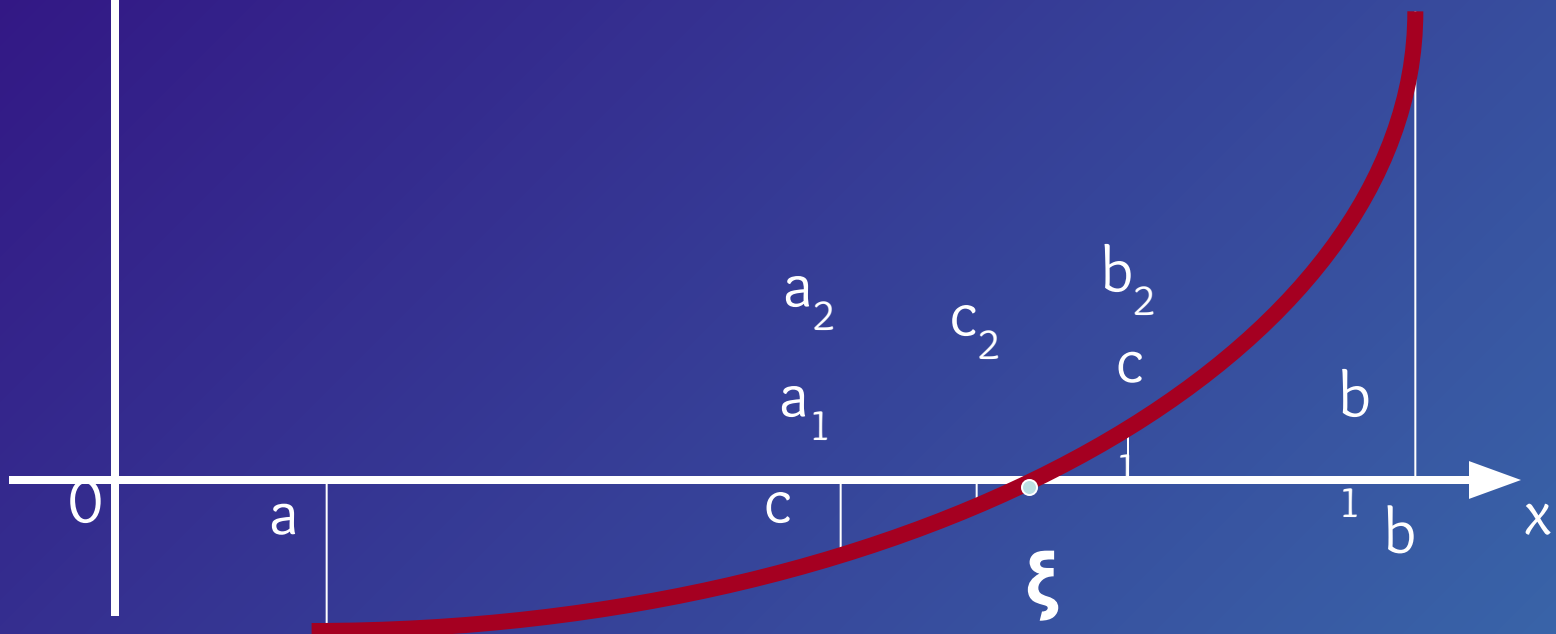
Итак разделим отрезок $[a, b]$ пополам, середина отрезка $c = (a + b) / 2$

Отрезок $[a, b]$ разделен на два отрезка $[a, c]$ и $[c, b]$, длина каждого $= (b - a) / 2$

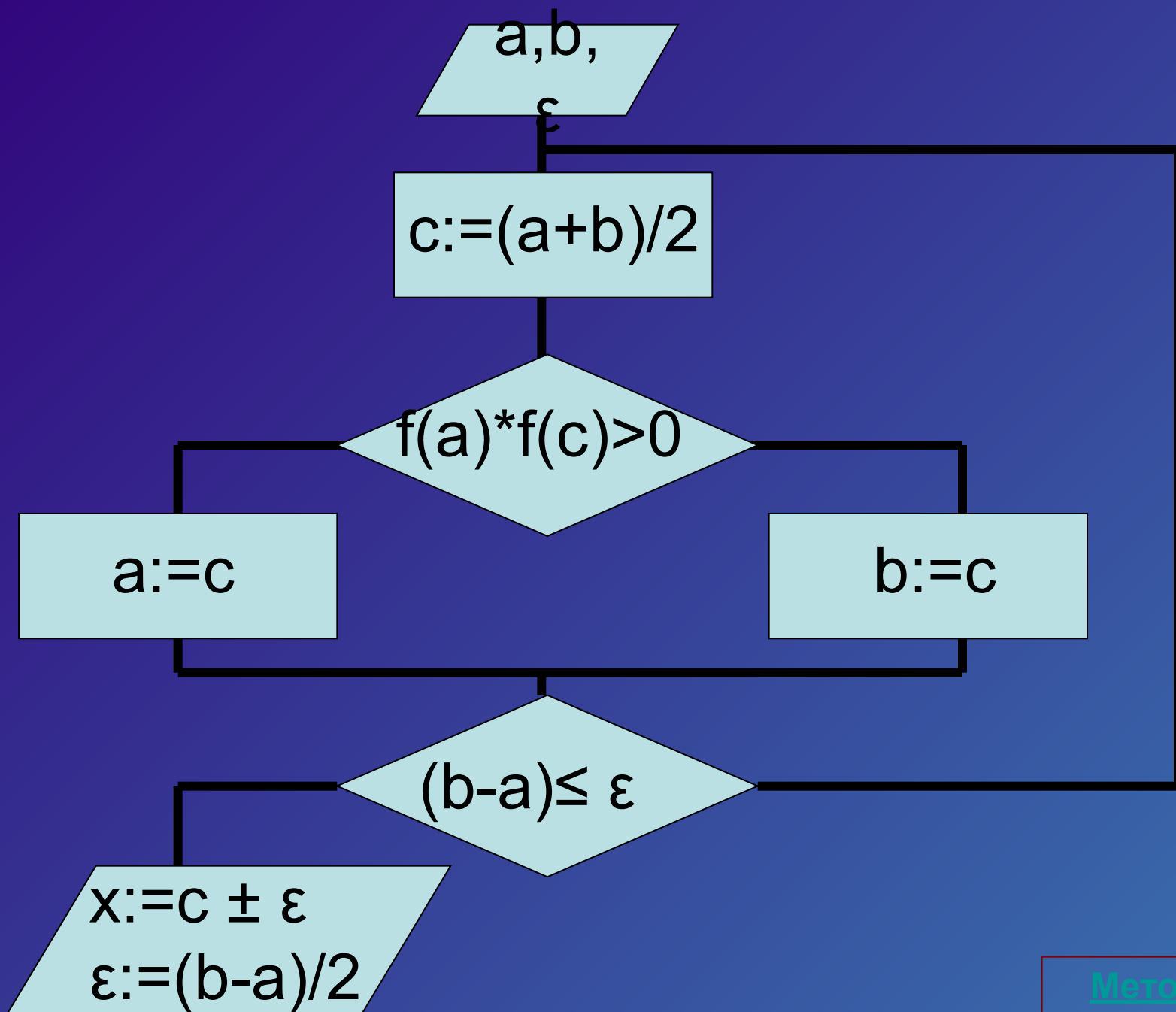


y $b-a > \varepsilon$

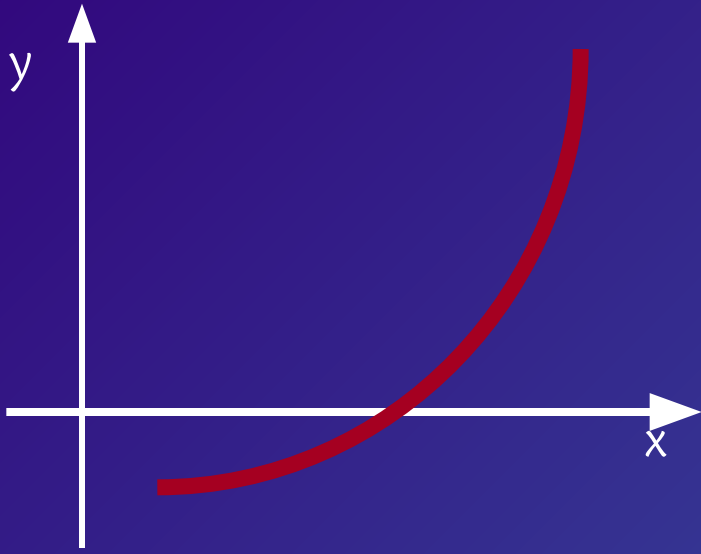
Приближенное значение корня
 $C_n = (a_n + b_n) / 2$ с погрешностью,
не превышающей $(b-a)/2^{n+1}$



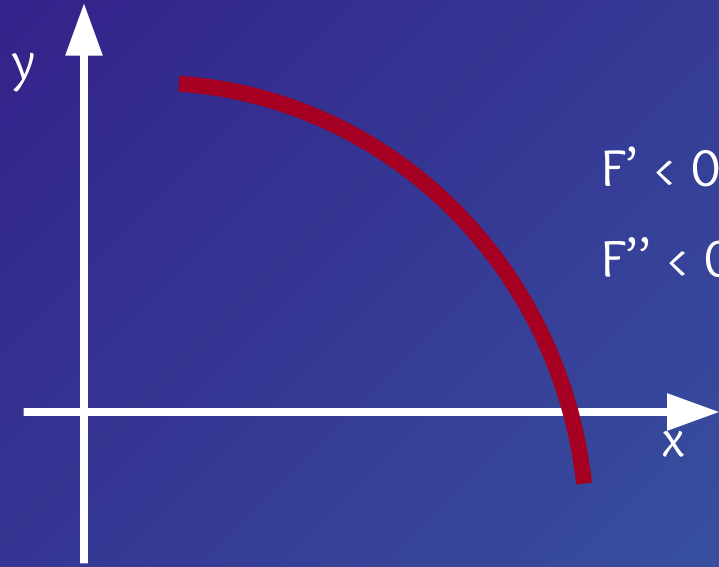
$C = (a + b) / 2$ $[a; c]$ и $[c; b]$, длина отрезков $(b - a) / 2$
 $[a_n; b_n]$, длина $(b-a)/2^n$ $(b-a)/2^n \leq \varepsilon$



I тип



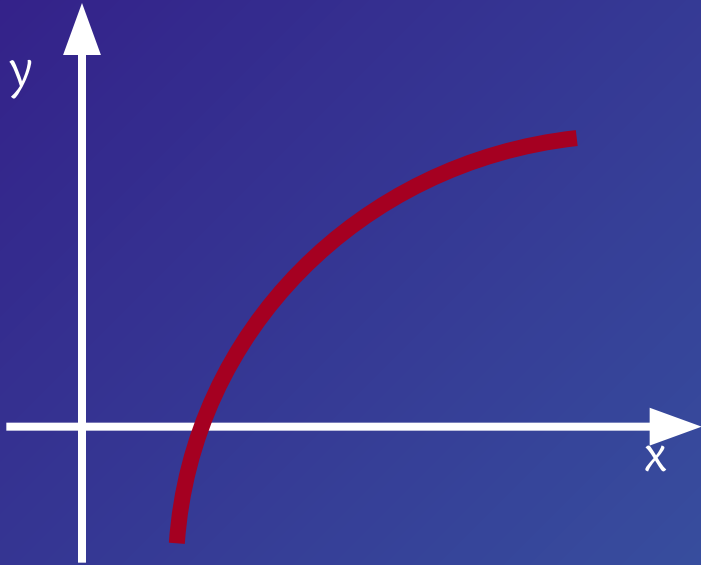
$F' > 0$
 $F'' > 0$



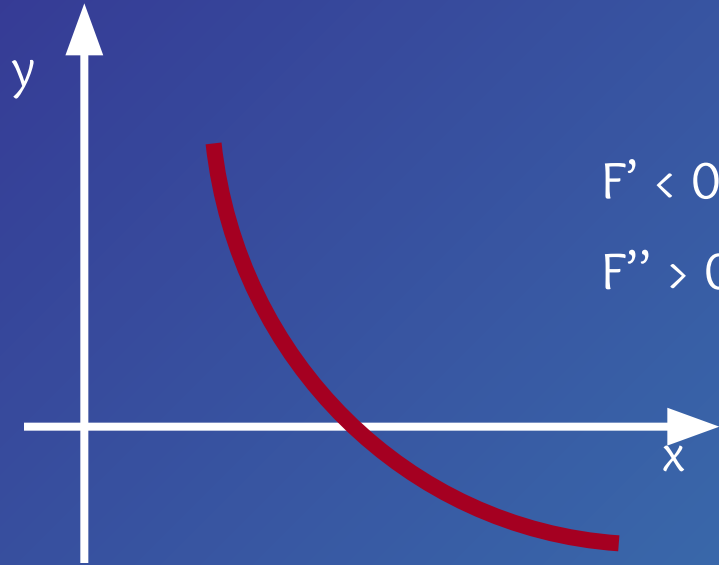
$F' < 0$
 $F'' < 0$



II тип



$F' > 0$
 $F'' < 0$

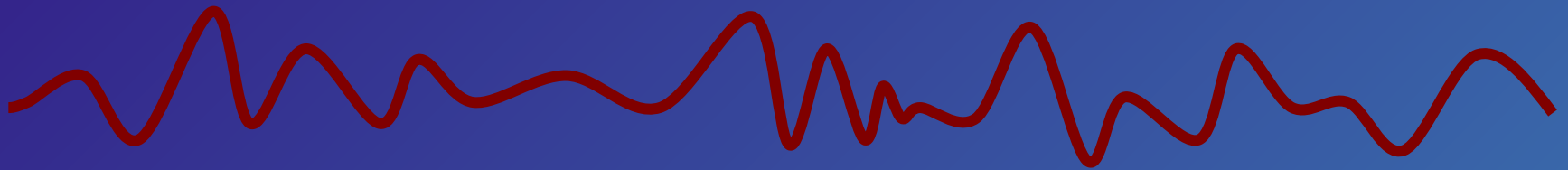


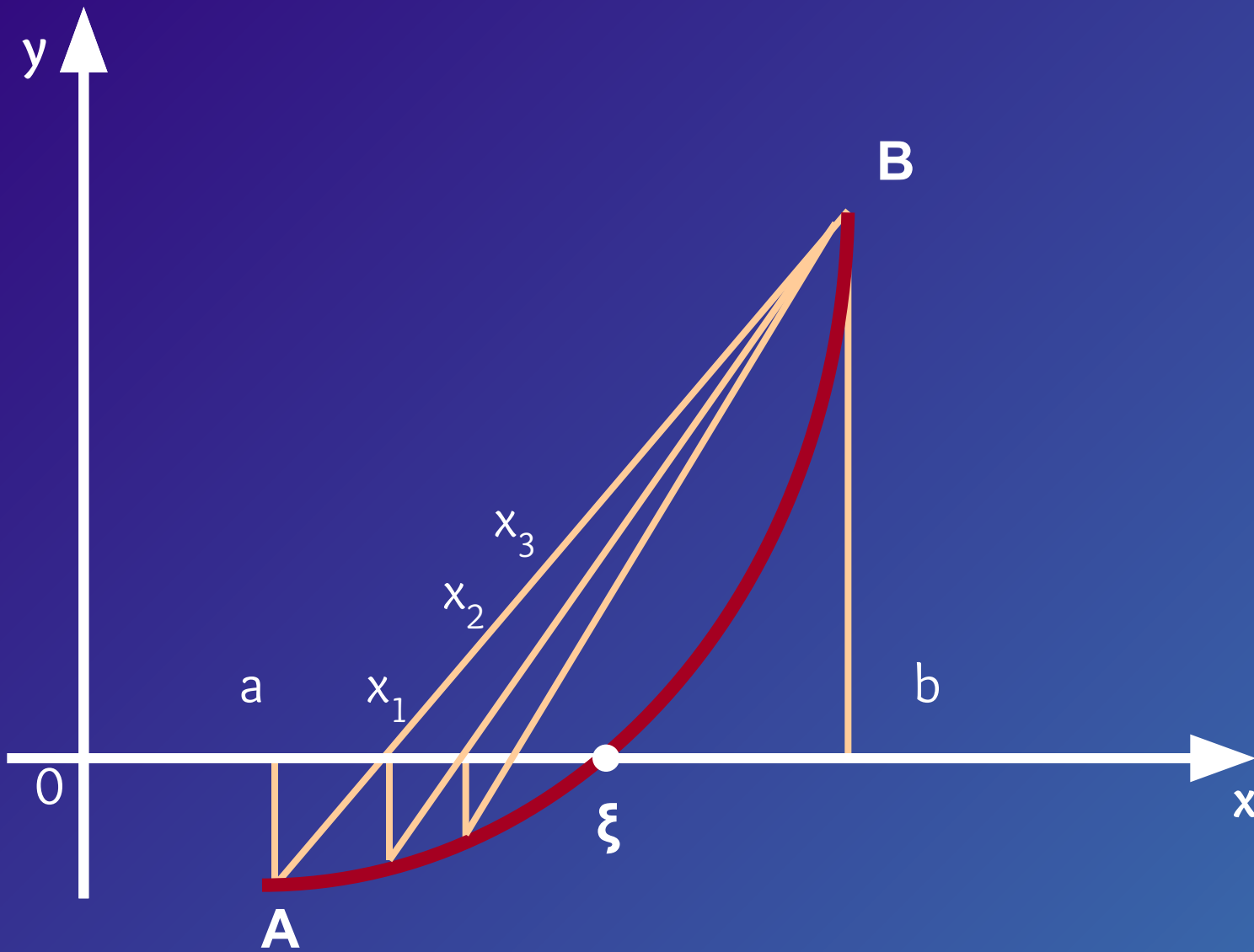
$F' < 0$
 $F'' > 0$

Пусть корень уравнения $F(x) = 0$ отделен на отрезке $[a, b]$.

Будем считать:

- 1) $F(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$
- 2) $F(x)$ имеет на данном отрезке производные первого и второго порядков, производные сохраняют знак.
- 3) $F(a) * F(b) < 0$





Треугольник AaX_1 подобен треугольнику ABC

$$\frac{X_1 - a}{b - a} = \frac{F(a)}{F(a) - F(b)}$$

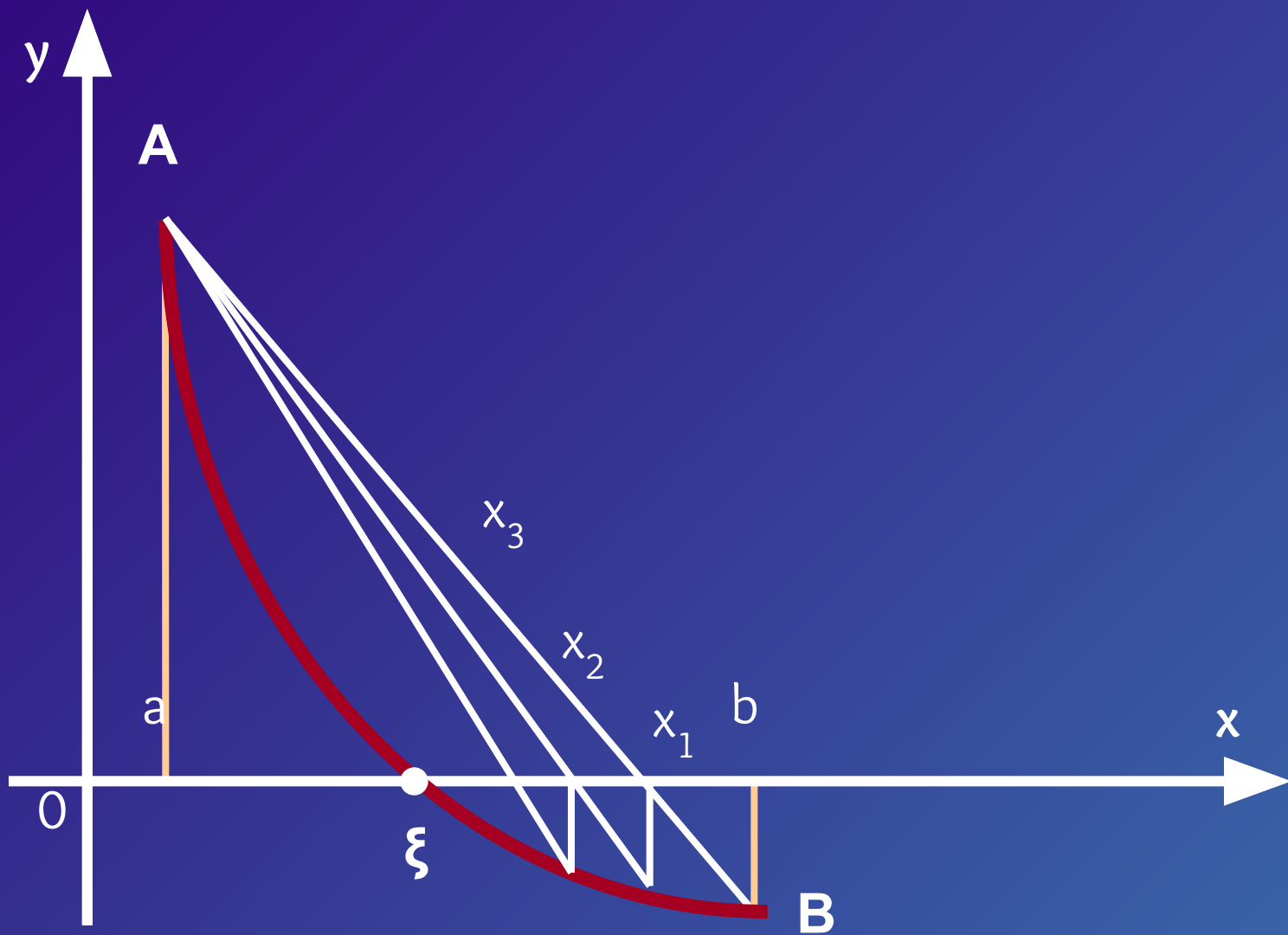
$$X_1 = a - \frac{b - a}{F(b) - F(a)} F(a)$$

1

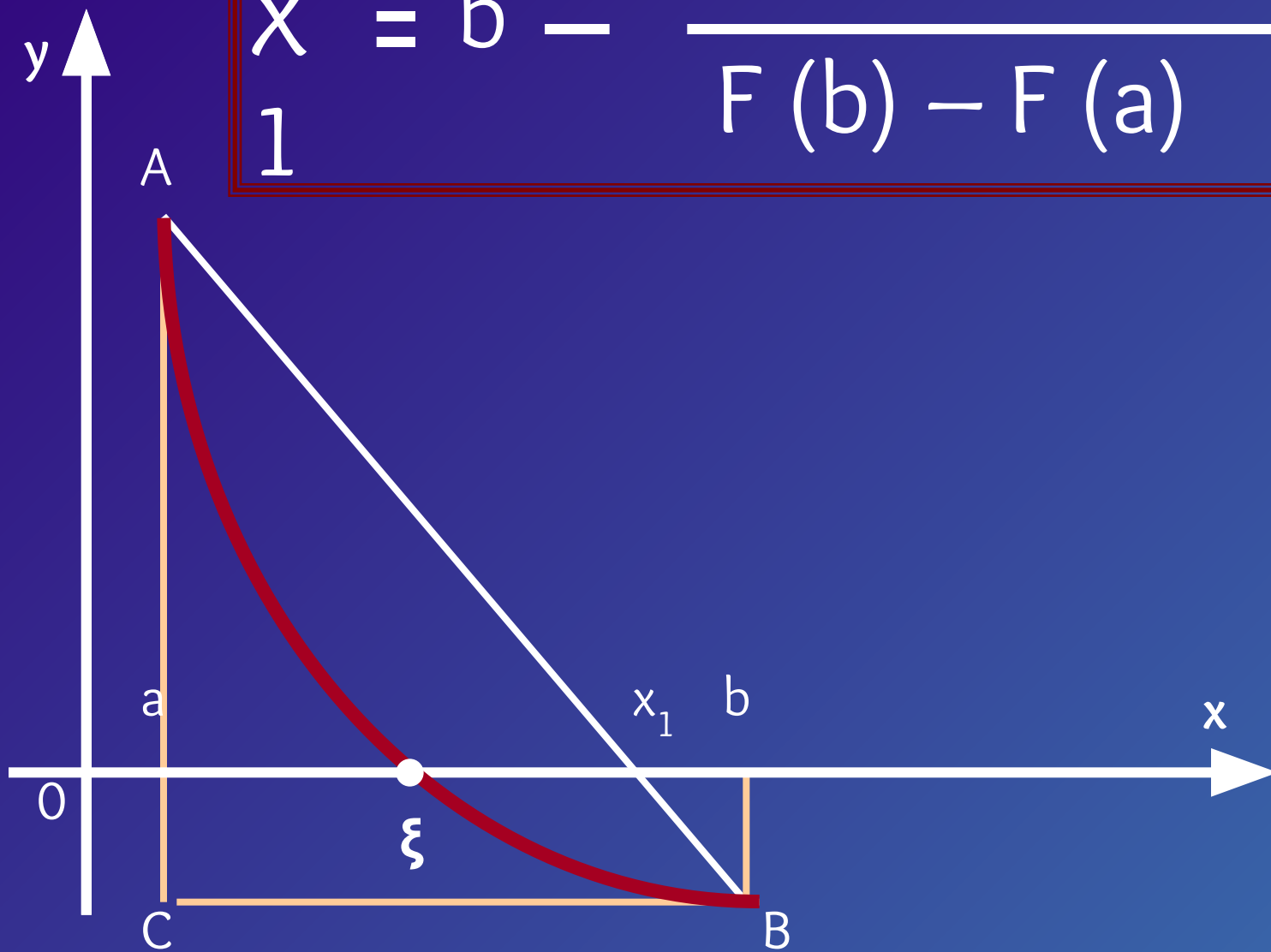
$$x_2 = x_1 - \frac{(b - x_1)}{F(b) - F(x_1)} \cdot F(x_1)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{(b - x_n)}{F(b) - F(x_n)} \cdot F(x_n)$$





$$x_1 = b - \frac{b-a}{F(b) - F(a)} F(b)$$

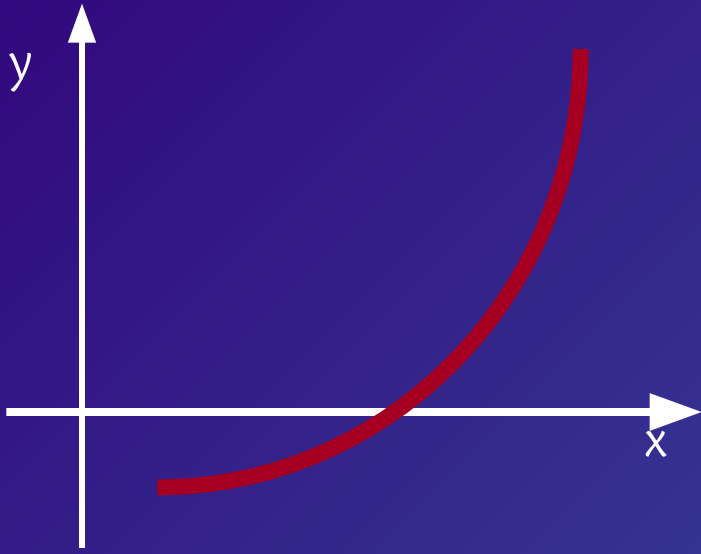


$$x_2 = x_1 - \frac{(x_1 - a)}{F(x_1) - F(a)} \cdot F(x_1)$$

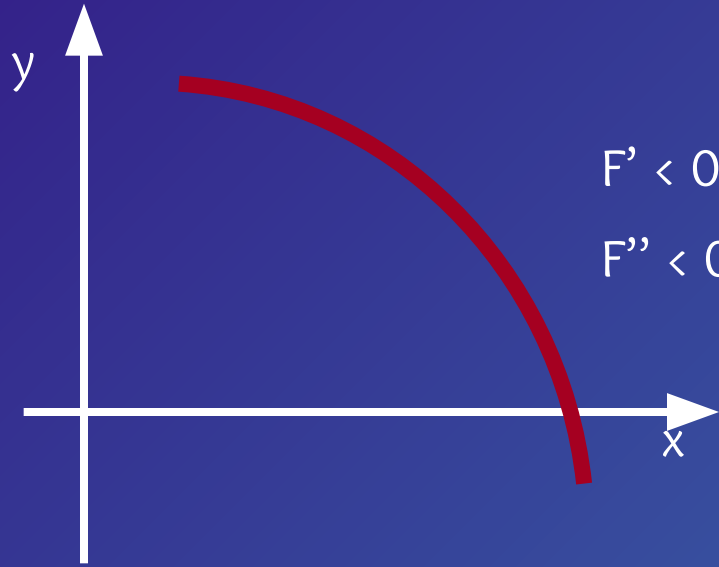
$$x_{n+1} = x_n - \frac{(x_n - a)}{F(x_n) - F(a)} \cdot F(x_n)$$



I тип



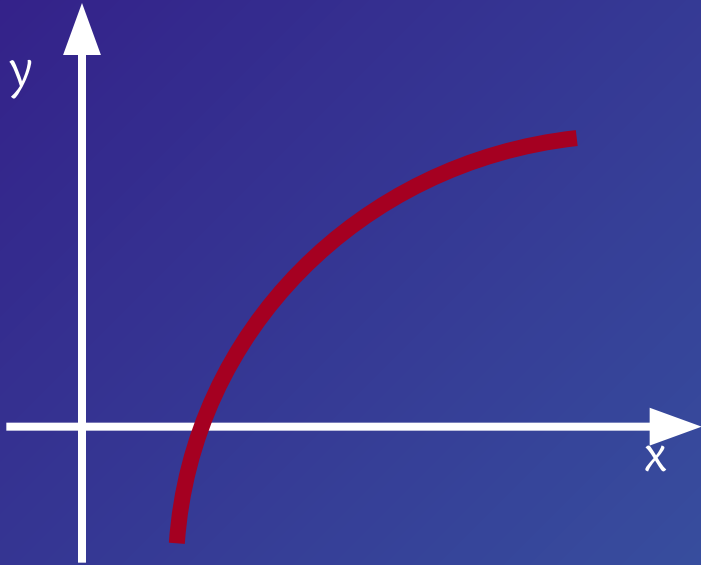
$F' > 0$
 $F'' > 0$



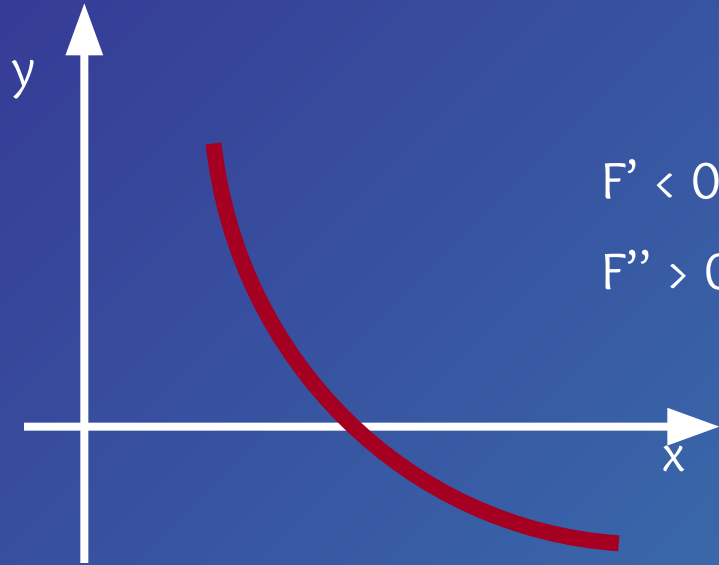
$F' < 0$
 $F'' < 0$



II тип



$F' > 0$
 $F'' < 0$

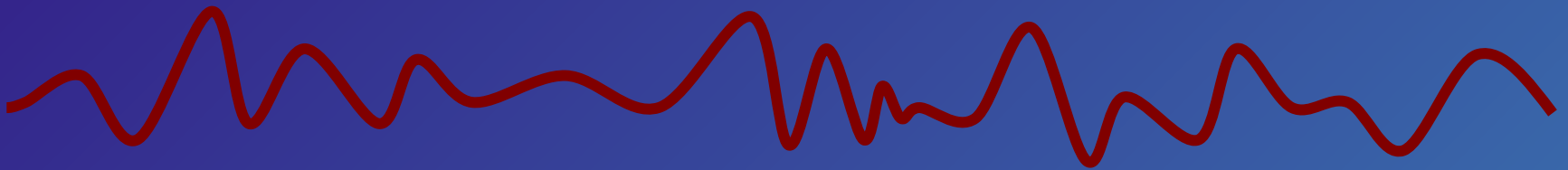


$F' < 0$
 $F'' > 0$

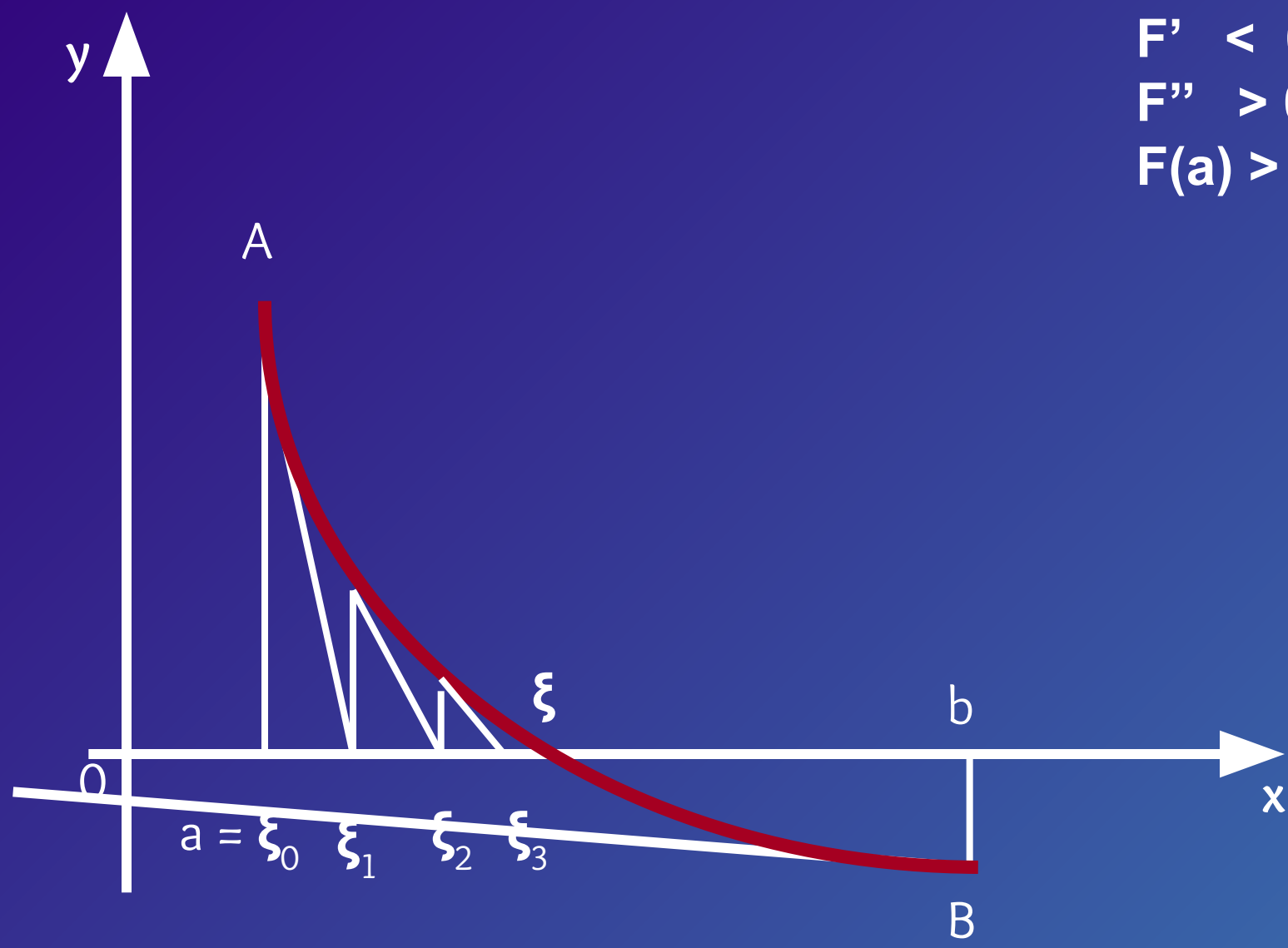
Пусть корень ξ уравнения $F(x) = 0$ отделен на отрезке $[a, b]$.

Будем считать:

- 1) $F(x)$ непрерывна на отрезке $[a; b]$
- 2) $F(x)$ имеет на данном отрезке производные первого и второго порядков, производные сохраняют знак.
- 3) $F(a) * F(b) < 0$



$$F' < 0$$
$$F'' > 0$$
$$F(a) > 0$$



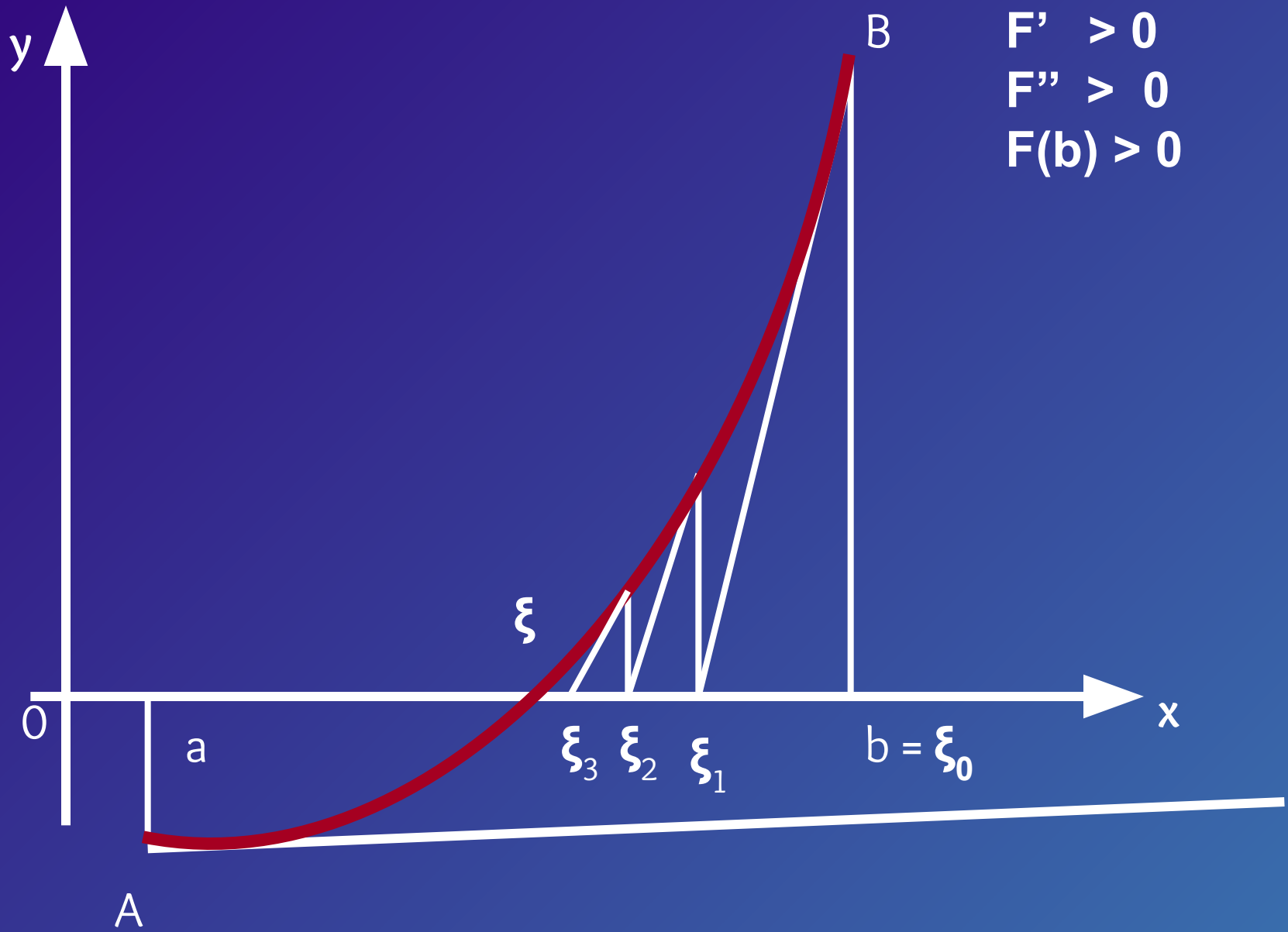
Уравнение касательной в точке $A(a, F(a))$:

$$y - F(a) = F'(a)(x - a).$$

Полагая $y = 0$, $x = \xi_1$, получим

$$\xi_1 = a - \frac{F(a)}{F'(a)}$$





$$F' > 0$$
$$F'' > 0$$
$$F(b) > 0$$

Если касательную к кривой провести в точке В (в правом конце), то получим

$$\xi_1 = b - \frac{F(b)}{F'(b)}$$

$$x_1 = x_0 - \frac{F(x_0)}{F'(x_0)}$$

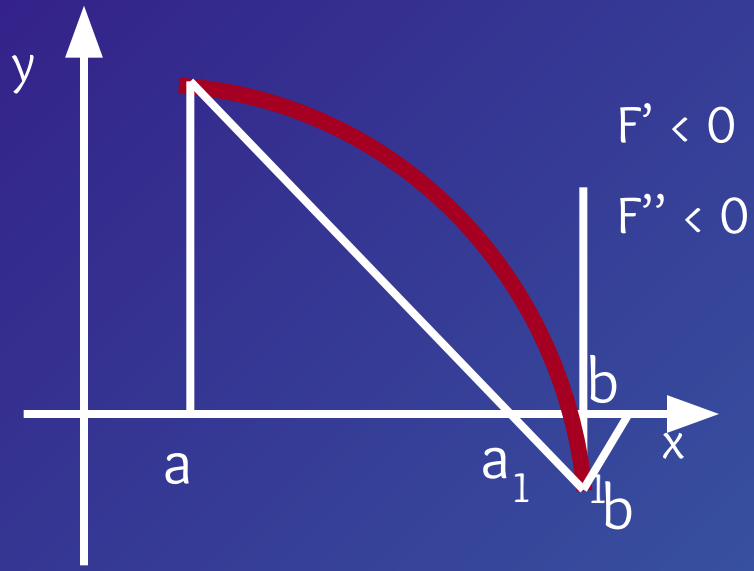
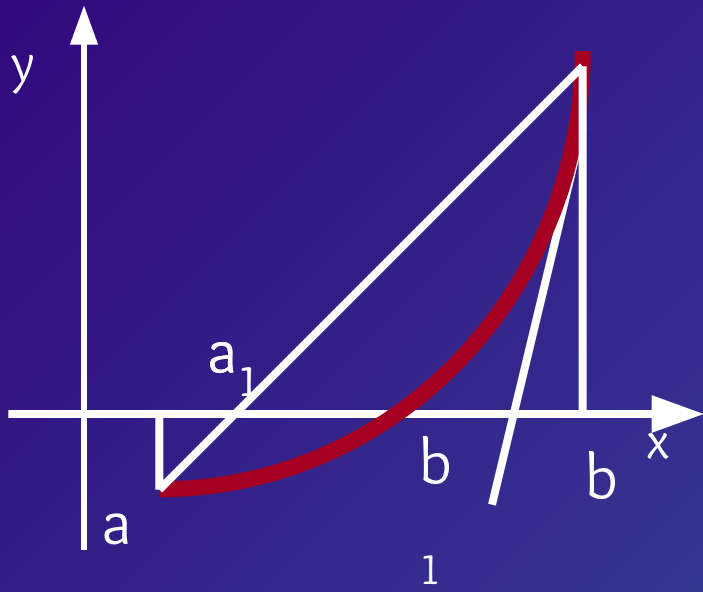
$$x_2 = x_1 - \frac{F(x_1)}{F'(x_1)}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$$

$x_0 = a$ II тип

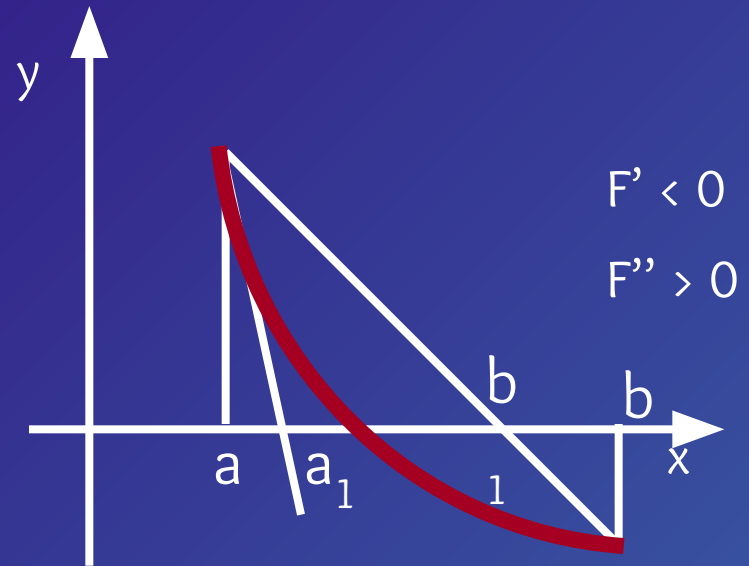
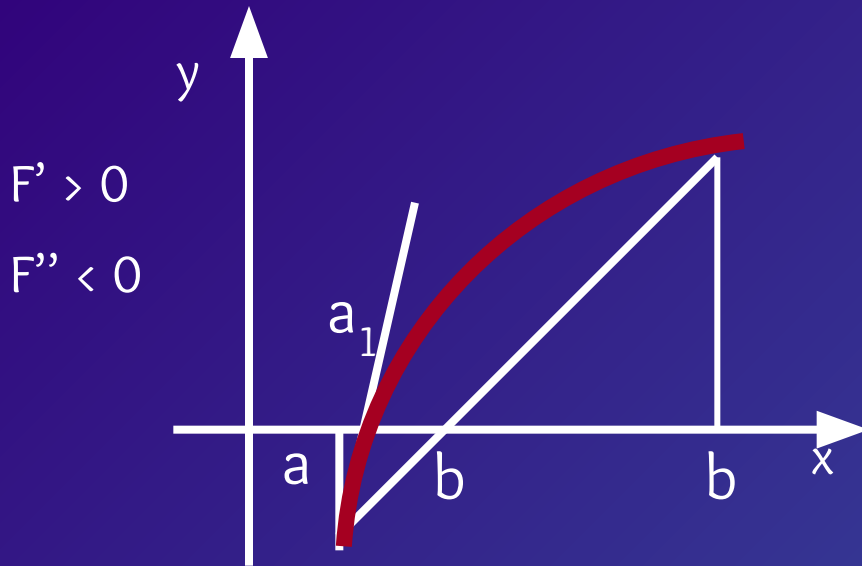
$x_0 = b$ I тип

I тип



a	b
Хорды	Касательные
$= (a F(b) - b F(a)) / (F(b) - F(a))$	$= b - F(b) / F'(b)$

II тип



a	b
Касательные	Хорды
$= a - F(a) / F'(a)$	$= (b F(a) - a F(b)) / (F(a) - F(b))$

