Разложение на множители.

Что называют разложением многочлена на множители?

Разложите на множители

$a^2 - 5ab = a(a - 5b)$

$a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$

$a^2 - 36 = (a - 6)(a + 6)$

Разложите на множители

$a^2 + 4ab =$ $a(a + 4b)$

$8 – a^3 =$ $(2 – a)(4 + 2a + a^2$

$x^3 + 64 =$ $(x + 4)(x^2 – 4x + 16)$

$a^3 – 25a =$ $a(a – 5)(a + 5)$

Способы разложения на множители

- Вынесение общего множителя за скобки
- С помощью формул сокращенного умножения
- Последовательно несколько способов
- Способ группировки

Решите уравнения

$(x - 2)(x + 2) = 0$

Х= 2 и х = - 2

Ответ: - 2; 2

$$x^2 - 16 = 0$$

$$(x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = 4 \text{ и } x = -4$$

Ответ: - 4; 4

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$(x + 5)^2 = 0$$

$$x = -5$$

Ответ: - 5

$$9x - x^3 = 0$$

$$x(9-x^2) = 0$$

$$x(3 - x)(3 + x) = 0$$

$x = 0$ или $3 - x = 0$ или $3 + x = 0$

$x = 0$ или $x = 3$ или $x = -3$

Найдите значение числового выражения

$$\frac{53^2-47^2}{61^2-39^2}$$

Самое эффективное решение – дважды воспользоваться формулой разности квадратов:

$$\frac{53^2-47^2}{61^2-39^2} = \frac{(53-47)(53+47)}{(61-39)(61+39)} = \frac{6\bullet\cancel{100}}{22\bullet\cancel{100}} = \frac{6}{22} = \frac{3}{11}$$

Разложение на множители позволило нам сократить дробь.

Вынесение общего множителя за скобки

Алгоритм отыскания общего множителя нескольких одночленов

1. **Найти наибольший общий делитель коэффициентов всех одночленов, входящих в многочлен, - он и будет общим числовым множителем**

2.Найти переменные, которые входят в каждый член многочлена, и выбрать для каждой из них наименьший (из имеющихся) показатель степени.

3. **Произведение коэффициента, найденного на первом шаге, является общим множителем, который выносят за скобки.**

Разложить на множители:

$-x^4y^3-2x^3y^2+5x^2.$

Воспользуемся сформулированным алгоритмом.

Наибольший общий делитель коэффициентов –1, -2 и 5 равен 1.

Переменная x входит во все члены многочлена с показателями соответственно 4, 3, 2; следовательно, можно вынести за скобки x^2.

Переменная *y* входит не во все члены многочлена; значит, ее нельзя вынести за скобки.

Вывод:

за скобки можно вынести x^2, в данном случае целесообразнее вынести $-x^2$.

Получим:

$$-x^4y^3-2x^3y^2+5x^2=-x^2(x^2y^3+2xy^2-5)$$

Способ группировки

Рассмотрим пример:

разложите на множители многочлен

$$x^3+x^2y - 4y - 4x = \quad (x^2+x^2y) - (4x+4y) =$$

$$= x^2 (x + y) - 4(x + y) = \quad x + y)(x^2 - 4) =$$

$$(x + y)(x^2 - 4) = \quad (x + y)(x - 2)(x + 2)$$

Способ группировки

$$bx^2 + 2b^2 – b^3 – 2x^2 = (bx^2 – b^3) – (2x^2–2b^2)=$$

$$= b(x^2 – b^2) –2(x^2 – b^2) = (b – 2)(x^2 – b^2) =$$

$$(b – 2)(x – b)(x + b)$$

Разложение многочлена на множители с помощью формул сокращенного умножения

Вспомните эти формулы:

$a^2-b^2=(a-b)(a+b);$

$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$

$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$

$$a^2-b^2=(a-b)(a+b);$$

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2;$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

$$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2);$$
$$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2);$$

Первую из этих формул можно применять к выражению, представляющему собой *разность квадратов* (безразлично чего – чисел, одночленов, многочленов), вторую и третью – к выражению, представляющему собой *разность* (или *сумму*) кубов; Последние две формулы применяются к трехчлену, представляющему собой *полный квадрат*, т.е. содержащему сумму квадратов двух выражений и удвоенное произведение тех же выражений.

$$a^6 + 27b^3 = (a^2)^3 + (3b)^3 =$$

$$= (a^2 + 3b)(a^4 - 3a^2b + 9b^2)$$

Воспользовались формулой суммы кубов.

Воспользовались формулой квадрата разности.

$$\frac{x^2}{4} - 0{,}8xy + 0{,}16y^2 =$$

$$\frac{x^2}{2} - 2 \cdot \frac{1}{2} x \cdot 0{,}4y + (0{,}4y)^2 =$$

$$= \left(\frac{x}{2} - 0{,}4y \right)^2$$

$$x^6 - 4a^4 =$$

$$= (x^3)^2 - (2a^2)^2 = (x^3 - 2a^2)(x^3 + 2a^2)$$

Воспользовались формулой разности квадратов.

Разложение многочлена на множители с помощью комбинации различных приемов

В математике не так часто бывает, чтобы при решении примера применялся только один прием, чаще встречаются комбинированные примеры, где сначала используется один прием, затем другой и т.д. Чтобы успешно решать такие примеры, мало знать сами приемы, надо еще уметь выработать план их последовательного применения. Иными словами, здесь нужны не только знания, но и опыт. Вот такие комбинированные примеры мы и рассмотрим.

1. Разложить на множители многочлен $36a^6b^3-96a^4b^4+64a^2b^5$

Сначала займемся вынесением общего множителя за скобки. Рассмотрим коэффициенты 36, 96, 64. Все они делятся на 4, причем это – наибольший общий делитель, вынесем его за скобки. Во все члены многочлена входит переменная a (соответственно a^6, a^4, a^2), поэтому за скобки можно вынести a^2. Точно так же во все члены многочлена входит переменная b (соответственно b^3, b^4, b^5) – за скобки можно вынести b^3.

1)Итак, за скобки вынесем $4a^2b^3$. Тогда получим:

$$36a^6b^3-96a^4b^4+64a^2b^5 = 4a^2b^3(9a^4-24a^2b+16b^2)$$

2) Рассмотрим трехчлен в скобках: $9a^4-24a^2b+16b^2$. Выясним, не является ли он полным квадратом. Имеем:

$$9a^4-24a^2b+16b^2=(3a^2)^2+(4b)^2-2\cdot 3a^2\cdot 4b.$$

Все условия полного квадрата соблюдены, следовательно,
$9a^4-24a^2b+16b^2=$ $(3a^2-4b)^2$.

3) Комбинируя два приема (вынесение общего множителя за скобки и использование формул сокращенного умножения), получаем окончательный результат:

$$36a^6b^3-96a^4b^4+64a^2b^5=4a^2b^3(3a^2-4b)^2.$$

2. Разложить на множители $x^4+x^2a^2+a^4$

Применим метод выделения полного квадрата. Для этого представим x^2a^2 в виде $2x^2a^2-x^2a^2$. Получим:

$$x^4+x^2a^2+a^4 = x^4+2x^2a^2-x^2a^2+a^4=$$

$$= (x^4+2x^2a^2+a^4)-x^2a^2 = (x^2+a^2)^2-(xa)^2=$$

$$= (x^2+a^2+xa) \cdot (x^2 + a^2 - xa)$$

3. Разложить на множители n^3+3n^2+2n

Сначала воспользуемся тем, что n можно вынести за скобки:
$n(n^2+3n+2)$.

Теперь к трехчлену n^2+3n+2 применим способ группировки, предварительно представив $3n$ в виде $2n+n$. Получим:

$n^2+3n+2= n^2+2n+n+2 =$

$= (n^2+2n)+(n+2) = n(n+2)+(n+2) =$

$= (n+2)(n+1).$

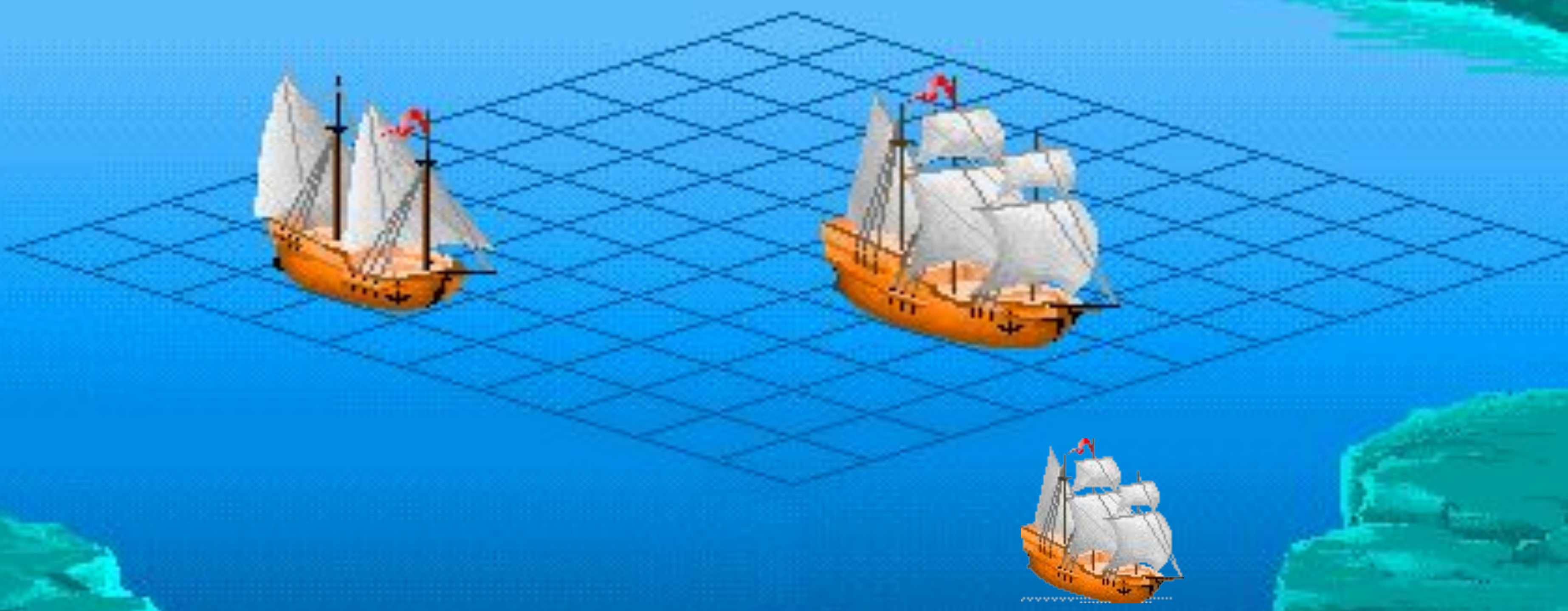
Окончательно получаем:

$n^2+3n+2= n(n+1)(n+2).$

Ответы

Номер варианта	Номер примера					
	1	2	3	4	5	6
I	б	в	а	в	а	а
II	а	б	в	а	в	в

До новых встреч!



Спасибо!