

Формулы для решения  
квадратного  
уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ если } D \geq 0$$

нет корней, если  $D < 0$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

если  $D_1 \geq 0$ , то  $x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$

если  $D_1 < 0$ , то нет корней

*Образец:*

*Уравнение  $ax^2 + bx + c = 0$*

*а) неполное*

*б) приведённое*

*в) полное*

## ФРАНСУА ВИЕТ (1540—1603)

— французский математик, ввел систему алгебраических символов, разработал основы элементарной алгебры. Он был одним из первых, кто числа стал обозначать буквами, что существенно развило теорию уравнений.



# Теорема Виета

Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Доказательство:

рассмотрим приведённое квадратное уравнение

$$x^2 + px + c = 0$$

Пусть  $D > 0$  и  $D = p^2 - 4ac$

Тогда это уравнение

имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}$$

Найдём сумму и произведение корней

$$x_1 + x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} + \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \\ &= \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q. \end{aligned}$$

Итак

$$: \quad x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Пример 1: Найдём сумму и произведение

$3x^2 - 5x + 2 = 0$  корней уравнения

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 > 0$$

*Сделаем приведённое*

*квадратное уравнение*

$$x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0$$

$$x_1 + x_2 = \frac{5}{3}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{2}{3}$$

Обратная теорема:

*Если числа  $x_1$  и  $x_2$  таковы,*

*что их сумма равна  $-p$ ,*

*а произведение равно  $q$ ,*

*то эти числа являются*

*корнями уравнения*

$$x^2 + px + q = 0$$

Пример: Найдём подбором корни уравнения

$$x^2 - x - 12 = 0$$

*Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – корни уравнения*

*Тогда  $x_1 + x_2 = 1$*

$$x_1 \cdot x_2 = -12$$

*Нетрудно догадаться,*

*что  $x_1 = -3$   $x_2 = 4$*

По праву достойна в стихах быть воспета  
О свойствах корней теорема Виета.  
Что лучше, скажи постоянства такого:  
Умножишь ты корни – и дробь уж готова.  
В числителе  $c$ , в знаменателе  $a$ .  
А сумма корней также дроби равна.  
Хоть с минусом дробь, что за беда!  
В числителе  $b$ , в знаменателе  $a$ .

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Домашнее задание:

выучить теоремы и решить № 575(а,  
в,д)

№ 577