Урок 1.

Вычисления производных.

Цель:

Вывести правила дифференцирования и использовать их для вычисления производных.

Ход урока:

I. Изучение нового материала.

При вычислении производных необходимо знать правила дифференцирования. Обозначим через $U(x_0)=U$, $V(x_0)=V$,

$U'(x_0)=U'$, $V'(x)=V'$.

Правило 1.

Если функции U и V дифференцируемы в точке x_0 , то их сумма дифференцируема в этой точке и $(U+V)' = U' + V'$, то есть производная суммы функций равна сумме производных этих функций.

Лемма:

Если функция f(x) дифференцируема в точке x_0, то она непрерывна в этой точке, т.е.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta f = 0.$$

Так как

$$\Delta f = \frac{\Delta f}{\Delta x} \times \Delta x$$

то

$$\lim_{\Delta x \to 0} \Delta f = \lim_{\Delta x \to 0} \left(\frac{\Delta f}{\Delta x} \times \Delta x\right) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \times \lim_{\Delta x \to 0} \Delta x = f'(x_0) \times 0 = 0.$$

Таким образом, функция $f(x_0)$ непрерывна в точке $x_{0.}$

Правило 2.

Если функция U и V дифференцируемы в точке x_0, то их произведение дифференцируемо в этой точке и $(UV)'=U'V+UV'$.

Следствие:

Если функция U(x) дифференцируема в точке x_0, C-постоянная величина, то функция CU дифференцируема с этой точке и (CU)' =CU' , т.е. постоянный множитель можно выносить за знак производной.

Правило 3.

Если функции U(x) и V(x) дифференцируемы с точке x_0 и функция V(x) не равна нулю в этой точке, то частное U/V также дифференцируемо в точке (x_0) и

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

Теорема:

Производная функции $y=(kx+m)$ вычисляется по формуле

$$(f(kx+m))' = kf'(kx+m).$$

Применение правил дифференцирования

Пример 1. Найдем производную функции:

$(3x^7+2x^3 -6x^2)' = (3x^7)' +(2x^3)' -(6x^2)' =$

$=3(x^7)' +2(x^3)' - 6(x^2)' = 3*7x^6+2*3x^2-6*2x =$

$=21x^6 +6x^2 -12x.$

Применение правил дифференцирования

Пример 2. Найдем производную функции:

$$((3x^4+2\sqrt[5]{x})(\sqrt{x}+\tfrac{1}{x^3}))' = ((3x^4+2x^{\frac{1}{5}})(x^{\frac{1}{2}}+x^{-3}))' =$$

$$= (3x^4+2x^{\frac{1}{5}})'(x^{\frac{1}{2}}+x^{-3}) + (3x^4+2x^{\frac{1}{5}})(x^{\frac{1}{2}}+x^{-3})' =$$

$$= 12x^{\frac{7}{2}} + \tfrac{2}{5}x^{\frac{-3}{10}} + 12 + \tfrac{2}{5}x^{\frac{19}{5}} + \tfrac{3}{2}x^{\frac{7}{2}} + x^{\frac{-3}{10}} - 9 - 6x^{\frac{-13}{5}} = \tfrac{27}{2}x^{\frac{-7}{2}} - \tfrac{7}{5}x^{\frac{-3}{10}} - \tfrac{28}{5}x^{\frac{-19}{5}} + 3.$$

Задания на дом:

Найти производную функции:

№729, №731, №733, №735, №737, №736.

Урок 2.

Вычисление производных (практикум)

Цели урока:

- Обучающие;
- Воспитательные;
- Образовательные.

План урока:

- Проверка домашнего задания (5мин);
- Выполнение заданий по предыдущему материалу (20мин);
- Творческое задание (15мин).

Решение заданий:

Найти производную функции:

$$a)\, y = \frac{1}{x} + 4x$$

$$y' = \frac{-1}{x^2} + 4$$

$$b)\, y = -2x^2 - \frac{1}{x}$$

$$y' = -4x + \frac{1}{x^2}$$

$$a)\, y = \sin x + 3$$

$$y' = \cos x$$

$$b)\, y = 4\cos x$$

$$y' = -4\sin x$$

Найти производную функции:

$a) y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$ $y' = (x^4 + 2)(2x) + (x^2 - 1)(4x^3)$

$b) y = (x^2 + 3)(x^6 - 1)$ $y' = (x^2 + 3)(6x^5) + (x^6 - 1)2x$

$a) y = tgx$ $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$

$b) y = ctgx$ $y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

Найти производную функции:

$$a)h(x)=x^3-3x^2+1$$

$$h'(x)=3x^2-6x\rangle 0$$
$$x(3x-6)\rangle 0$$
$$x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty).$$

$$b)f(x)=\sin(2x-3)$$

$$g(x)=\cos(2x-3)$$
$$f'(x)=2\cos(2x-3)$$
$$g'(x)-2\sin(2x-3)$$
$$\cos(2x-3)+\sin(2x-3)=0$$
$$\sin(2x-3+\tfrac{\pi}{4})=0$$
$$x=\tfrac{3}{2}-\tfrac{\pi}{8}+\tfrac{\pi n}{2}$$

Творческие задания:

1. При каких значениях параметра а касательные к графику функции $y = 4x^2 - |a|x$ проведенные в точках его пересечения с осью Х, образует между собой угол 60°?
2. При каких значениях параметра а касательные к графику функции $y = x^2 + |a|x$ проведенные в точках его пересечения с осью Х, образует между собой угол 45°?

Задание на дом:

№740, №742, №748, №754, №804, №806.

Подведение итогов урока!

Спасибо за внимание!!!