Аналитические методы решения логарифмических уравнений

Учитель: Барышева Е.С.
МБОУ «МПЛ №8» г Псков

Цели урока:

- Обобщить и систематизировать изученные методы решения логарифмических уравнений
- Выявить особенности каждого метода
- Выяснить, всегда ли логарифмические уравнения решаются одним из изученных нами методом

Блиц-турнир

$$\log_2 x = 1$$

Ответ: x=2

Блиц-турнир

$$\log_9 x = \frac{1}{2}$$

Ответ: x=3

Блиц-турнир

$$\lg x = -2$$

Ответ: x=0,01

Блиц-турнир

$$\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$$

Ответ: x=0,09

Блиц-турнир

$$\log_x 4 = 2$$

Ответ: x=2

Блиц-турнир

$$\log_4(x-15)=2$$

Ответ: x=31

Блиц-турнир

$$\log_5 x = 3$$

Ответ: x=125

Блиц-турнир

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0$$

Ответ: x=1

Блиц-турнир

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

Ответ: x=2

Блиц-турнир

$$\log_4 x = \frac{3}{2}$$

Ответ: x=8

Блиц-турнир

$$\log_{\frac{5}{6}} x = -1$$

Ответ: x=1,2

Блиц-турнир

$$\log_3(x+5)=4$$

Ответ: x=76

Молодцы!

Методы решения логарифмических уравнений:

- По определению
- Метод потенцирования
- Метод замены переменной
- Метод логарифмирования

Разбить уравнения на группы по методу их решения:

1.

2.

3.

4. $\log_2\left(2^{x+3} - 56\right) = x;$

5. $\log_{0,2}{}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$

6. $x^{\lg x} = 10$

7. $\log_{23}(2x+1) + \log_{23} x = \log_{23}(x+2)$

8. $2x^{\log_2 x} = 32$

9. $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2 + 3x - 1\right) = -2$

10. $3\log_2{}^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$

11. $\lg\left(x^2 - 8\right) = \lg(2 - 9x)$

12. $x^{2\log_3 x} = 9$

Разбить уравнения на группы по методу их решения:

По определению

2.

4. $\log_2\left(2^{x+3}-56\right)=x;$

9. $\log_{\frac{1}{3}}\left(x^2+3x-1\right)=-2$

Метод замены переменной

10.

5. $3\log_2^2 x-7\log_2 x+2=0$

$\log_{0,2}^2 x+\log_{0,2} x-6=0$

3.

Метод потенцирования

7. $\log_{23}(2x+1)+\log_{23} x=\log_{23}(x+2)$

11. $\lg\left(x^2-8\right)=\lg(2-9x)$

1.

Метод логарифмирования

6. $x^{\lg x}=10$

8. $2x^{\log_2 x}=32$

12. $x^{2\log_3 x}=9$

Метод потенцирования:

$$\log_{\frac{1}{6}}(7x+9)=\log_{\frac{1}{6}} x;$$

$$\log_{23}(2x+1)+\log_{23} x$$

$$=\log_{23}(x+2)$$

$$\lg\left(x^2-8\right)=\lg(2-9x)$$

<u>Признак:</u> **уравнение может быть представлено в виде равенства двух логарифмов по одному основанию .**

1. **Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);**
2. **Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;**
3. **Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;**
4. **Решить уравнение и проверить полученные корни по ОДЗ;**
5. **Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.**

Метод замены переменной:

$$3\log_2{}^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$$

$$\log_{0,2}{}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$$

$$\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$$

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к первоначальной переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

Признак: **Все логарифмы в уравнении могут быть сведены к одному и тому же логарифму, содержащему переменную.**

Метод логарифмирования:

$$x^{\lg x} = 10$$

$$x^{2\log_3 x} = 9$$

$$2x^{\log_2 x} = 32$$

Признак: переменная содержится и в основании степени, и в показателе степени под знаком логарифма.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Прологарифмировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма в показателе степени;
3. Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством логарифма;
4. Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.

Комбинированные уравнения:

1. $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11;$

2. $\log_2\left(2 + \log_3(3 + x)\right) = 0;$

3. $25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10;$

4. $\log_2\left(\dfrac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3\sqrt{3} - x.$

Комбинированные уравнения:

№	Уравнение	Методы	Решение этого уравнения…
1.	$10x^{\lg x}+x^{-\lg x}=11$	ЗП, ЛГ	
2.	$\log_2\left(2+\log_3(3+x)\right)=0$		
3.	$25^{\log_5^2 x}-3x^{\log_5 x}=10$		
4.	$\log_2\left(\frac{8}{2^x}-1\right)=4\log_3\sqrt{3}-x$		

Комбинированные уравнения:

При заполнении последней графы таблицы используйте следующие обозначения:

«+» – **всё понятно (2 балла)**;

«?» – **понятно, но остались вопросы (1 балл)**;

«-» – **ничего не понятно (0 баллов)**.

Задание части С5 теста ЕГЭ:

При каких значениях параметра *а* уравнение имеет решения на промежутке [8;9)?

$$2\log_a x + \log_{ax} x + 3\log_{ax^2} x = 0$$

План решения:

1. Исследовать ОДЗ уравнения;
2. Перейти к основанию *х;*
3. Упростить уравнение, пользуясь свойством логарифма произведения;
4. Произвести замену переменной;
5. Решить полученное уравнение;
6. После обратной замены переменной, исследовать полученные решения по ОДЗ уравнения.

Домашнее задание:

1. Из предложенных уравнений решить те, которые Вы можете решить:

$$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3(3x) = 1;$$

$$\log_5(4-x) + 2\log_5\sqrt{x+2} - 1 = 0;$$

$$10^{\lg^2 x} - 8x^{\lg x} = 20;$$

$$\log_4\left(2\log_3\left(1+\log_2\left(1+3\log_3(x-1)\right)\right)\right) = \frac{1}{2}.$$

2. По составленному плану решить задание С5.

Спасибо за урок!