



Аналитические методы решения логарифмических уравнений

Учитель: Барышева Е.С.
МБОУ «МПЛ №8» г Псков

Цели урока:

- **Обобщить и систематизировать изученные методы решения логарифмических уравнений**
- **Выявить особенности каждого метода**
- **Выяснить, всегда ли логарифмические уравнения решаются одним из изученных нами методом**

Блиц-турнир

$$\log_2 x = 1$$

Ответ: $x=2$

Блиц-турнир

$$\log_9 x = \frac{1}{2}$$

Ответ: $x=3$

Блиц-турнир

$$\lg x = -2$$

Ответ: $x=0,01$

Блиц-турнир

$$\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$$

Ответ: $x=0,09$

Блиц-турнир

$$\log_x 4 = 2$$

Ответ: $x=2$

Блиц-турнир

$$\log_4(x - 15) = 2$$

Ответ: $x=31$

Блиц-турнир

$$\log_5 x = 3$$

Ответ: $x=125$

Блиц-турнир

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0$$

Ответ: $x=1$

Блиц-турнир

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

Ответ: $x=2$

Блиц-турнир

$$\log_4 x = \frac{3}{2}$$

Ответ: $x=8$

Блиц-турнир

$$\log_{\frac{5}{6}} x = -1$$

Ответ: $x=1,2$

Блиц-турнир

$$\log_3 (x + 5) = 4$$

Ответ: $x=76$

Молодцы!

The background features a gradient from light green at the top to teal at the bottom. It is decorated with several large, overlapping, semi-transparent wavy shapes in shades of light green and teal. Scattered throughout are numerous sparkling stars of varying sizes and several glowing circles of different diameters, some with soft halos, creating a celebratory and festive atmosphere.

Методы решения логарифмических уравнений:

- По определению
- Метод потенцирования
- Метод замены переменной
- Метод логарифмирования

Разбить уравнения на группы по методу их решения:

- 1.
- 2.
- 3.
4. $\log_2(2^{x+3} - 56) = x;$
5. $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$
6. $x^{\lg x} = 10$
7. $\log_{23}(2x+1) + \log_{23} x = \log_{23}(x+2)$
8. $2x^{\log_2 x} = 32$
9. $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$
10. $3\log_2^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$
11. $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$
12. $x^{2\log_3 x} = 9$

Разбить уравнения на группы по методу их решения:

По определению

- 2.**
4. $\log_2(2^{x+3} - 56) = x;$
9. $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$

Метод замены переменной

- 10.**
5. $3\log_2^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$
 $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$
3.

Метод потенцирования

- 7.** $\log_{23}(2x + 1) + \log_{23} x =$
 $\log_{23}(x + 2)$
11. $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$
1.

Метод логарифмирования

- 6.** $x^{\lg x} = 10$
8. $2x^{\log_2 x} = 32$
12. $x^{2\log_3 x} = 9$

Метод потенцирования:

$$\log_{\frac{1}{6}}(7x + 9) = \log_{\frac{1}{6}} x;$$

$$\log_{23}^{\frac{6}{6}}(2x + 1) + \log_{23}^{\frac{6}{6}} x \\ = \log_{23}(x + 2)$$

$$\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$$

Признак: уравнение может быть представлено в виде равенства двух логарифмов по одному основанию .

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;
3. Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;
4. Решить уравнение и проверить полученные корни по ОДЗ;
5. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

Метод замены переменной:

$$3 \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 2 = 0$$

$$\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$$

$$\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$$

Признак: Все логарифмы в уравнении могут быть сведены к одному и тому же логарифму, содержащему переменную.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к первоначальной переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

Метод логарифмирования:

$$x^{\lg x} = 10$$

$$x^{2 \log_3 x} = 9$$

$$2x^{\log_2 x} = 32$$

Признак: переменная содержится и в основании степени, и в показателе степени под знаком логарифма.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Прологарифмировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма в показателе степени;
3. Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством логарифма;
4. Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.

Комбинированные уравнения:

1. $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11;$

2. $\log_2(2 + \log_3(3 + x)) = 0;$

3. $25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10;$

4. $\log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3 \sqrt{3} - x.$

Комбинированные уравнения:

№	Уравнение	Методы	Решение этого уравнения...
1.	$10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11$	ЗП, ЛГ	
2.	$\log_2(2 + \log_3(3 + x)) = 0$		
3.	$25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10$		
4.	$\log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3 \sqrt{3} - x$		

Комбинированные уравнения:

При заполнении последней графы таблицы используйте следующие обозначения:

«+» – всё понятно (2 балла);

«?» – понятно, но остались вопросы (1 балл);

«-» – ничего не понятно (0 баллов).

Задание части С5 теста ЕГЭ:

При каких значениях параметра a уравнение имеет решения на промежутке $[8;9)$?

$$2 \log_a x + \log_{ax} x + 3 \log_{ax^2} x = 0$$

План решения:

1. Исследовать ОДЗ уравнения;
2. Перейти к основанию x ;
3. Упростить уравнение, пользуясь свойством логарифма произведения;
4. Произвести замену переменной;
5. Решить полученное уравнение;
6. После обратной замены переменной, исследовать полученные решения по ОДЗ уравнения.

Домашнее задание:

1. Из предложенных уравнений решить те, которые Вы можете решить:

$$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3(3x) = 1;$$

$$\log_5(4-x) + 2\log_5 \sqrt{x+2} - 1 = 0;$$

$$10^{\lg^2 x} - 8x^{\lg x} = 20;$$

$$\log_4(2\log_3(1 + \log_2(1 + 3\log_3(x-1)))) = \frac{1}{2}.$$

2. По составленному плану решить задание С5.

Спасибо за урок!