

The background features a light blue and white color scheme. On the right side, there is a cluster of interlocking gears in a teal color. A large, faint watermark of a circular emblem is visible in the center of the page. The main title is written in a bold, teal, sans-serif font, centered on the page.

Аналитические методы решения логарифмических уравнений

Учитель: Барышева Е.С.
МБОУ «МПЛ №8» г Псков

Цели урока:

- **Обобщить и систематизировать изученные методы решения логарифмических уравнений**
- **Выявить особенности каждого метода**
- **Выяснить, всегда ли логарифмические уравнения решаются одним из изученных нами методом**

Блиц-турнир

$$\log_2 x = 1$$

Ответ: $x=2$

Блиц-турнир

$$\log_9 x = \frac{1}{2}$$

Ответ: $x=3$

Блиц-турнир

$$\lg x = -2$$

Ответ: $x=0,01$

Блиц-турнир

$$\log_{0,027} x = \frac{2}{3}$$

Ответ: $x=0,09$

Блиц-турнир

$$\log_x 4 = 2$$

Ответ: $x=2$

Блиц-турнир

$$\log_4(x - 15) = 2$$

Ответ: $x=31$

Блиц-турнир

$$\log_5 x = 3$$

Ответ: $x=125$

Блиц-турнир

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0$$

Ответ: $x=1$

Блиц-турнир

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

Ответ: $x=2$

Блиц-турнир

$$\log_4 x = \frac{3}{2}$$

Ответ: $x=8$

Блиц-турнир

$$\log_{\frac{5}{6}} x = -1$$

Ответ: $x=1,2$

Блиц-турнир

$$\log_3 (x + 5) = 4$$

Ответ: $x=76$

Молодцы!

The background features a soft gradient from light green at the top to teal at the bottom. It is decorated with several large, overlapping, semi-transparent wavy shapes in shades of light green and teal. Scattered throughout are numerous sparkling stars of varying sizes and several glowing circles of different diameters, some with a bright white center and a soft glow. The overall aesthetic is clean, modern, and celebratory.

Методы решения логарифмических уравнений:

- По определению
- Метод потенцирования
- Метод замены переменной
- Метод логарифмирования

Разбить уравнения на группы по методу их решения:

- 1.
- 2.
- 3.
4. $\log_2(2^{x+3} - 56) = x;$
5. $\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$
6. $x^{\lg x} = 10$
7. $\log_{23}(2x+1) + \log_{23} x = \log_{23}(x+2)$
8. $2x^{\log_2 x} = 32$
9. $\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$
10. $3\log_2^2 x - 7\log_2 x + 2 = 0$
11. $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$
12. $x^{2\log_3 x} = 9$

Разбить уравнения на группы по методу их решения:

По определению

2.

4.

$$\log_2(2^{x+3} - 56) = x;$$

9.

$$\log_{\frac{1}{3}}(x^2 + 3x - 1) = -2$$

Метод замены переменной

10.

5. $3 \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 2 = 0$

$\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$

3.

Метод потенцирования

7. $\log_{23}(2x + 1) + \log_{23} x =$

$\log_{23}(x + 2)$

11. $\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$

1.

Метод логарифмирования

6. $x^{\lg x} = 10$

8. $2x^{\log_2 x} = 32$

12. $x^{2 \log_3 x} = 9$

Метод потенцирования:

$$\log_{\frac{1}{6}}(7x + 9) = \log_{\frac{1}{6}} x;$$

$$\log_{23}^{\frac{6}{6}}(2x + 1) + \log_{23}^{\frac{6}{6}} x \\ = \log_{23}(x + 2)$$

$$\lg(x^2 - 8) = \lg(2 - 9x)$$

Признак: уравнение может быть представлено в виде равенства двух логарифмов по одному основанию .

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;
3. Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;
4. Решить уравнение и проверить полученные корни по ОДЗ;
5. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

Метод замены переменной:

$$3 \log_2^2 x - 7 \log_2 x + 2 = 0$$

$$\log_{0,2}^2 x + \log_{0,2} x - 6 = 0$$

$$\frac{1}{4 - \lg x} + \frac{2}{2 + \lg x} = 1$$

Признак: Все логарифмы в уравнении могут быть сведены к одному и тому же логарифму, содержащему переменную.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к первоначальной переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

Метод логарифмирования:

$$x^{\lg x} = 10$$

$$x^{2 \log_3 x} = 9$$

$$2x^{\log_2 x} = 32$$

Признак: переменная содержится и в основании степени, и в показателе степени под знаком логарифма.

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Прологарифмировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма в показателе степени;
3. Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством логарифма;
4. Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.

Комбинированные уравнения:

1. $10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11;$

2. $\log_2(2 + \log_3(3 + x)) = 0;$

3. $25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10;$

4. $\log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3 \sqrt{3} - x.$

Комбинированные уравнения:

№	Уравнение	Методы	Решение этого уравнения...
1.	$10x^{\lg x} + x^{-\lg x} = 11$	ЗП, ЛГ	
2.	$\log_2(2 + \log_3(3 + x)) = 0$		
3.	$25^{\log_5^2 x} - 3x^{\log_5 x} = 10$		
4.	$\log_2\left(\frac{8}{2^x} - 1\right) = 4\log_3 \sqrt{3} - x$		

Комбинированные уравнения:

При заполнении последней графы таблицы используйте следующие обозначения:

«+» – **всё понятно (2 балла)**;

«?» – **понятно, но остались вопросы (1 балл)**;

«-» – **ничего не понятно (0 баллов)**.

Задание части С5 теста ЕГЭ:

При каких значениях параметра a уравнение имеет решения на промежутке $[8;9)$?

$$2 \log_a x + \log_{ax} x + 3 \log_{ax^2} x = 0$$

План решения:

1. Исследовать ОДЗ уравнения;
2. Перейти к основанию x ;
3. Упростить уравнение, пользуясь свойством логарифма произведения;
4. Произвести замену переменной;
5. Решить полученное уравнение;
6. После обратной замены переменной, исследовать полученные решения по ОДЗ уравнения.

Домашнее задание:

1. Из предложенных уравнений решить те, которые Вы можете решить:

$$3\sqrt{\log_3 x} - \log_3(3x) = 1;$$

$$\log_5(4-x) + 2\log_5 \sqrt{x+2} - 1 = 0;$$

$$10^{\lg^2 x} - 8x^{\lg x} = 20;$$

$$\log_4(2\log_3(1 + \log_2(1 + 3\log_3(x-1)))) = \frac{1}{2}.$$

2. По составленному плану решить задание С5.

Спасибо за урок!