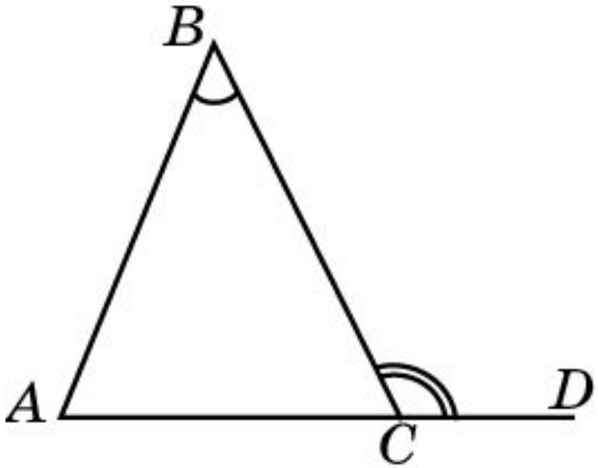
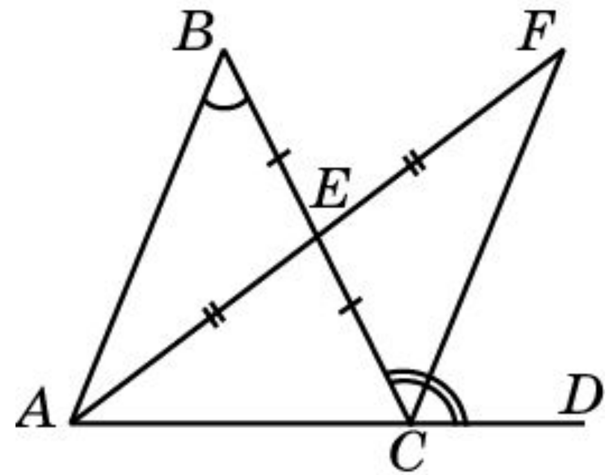
Теорема 1

Внешний угол произвольного треугольника больше каждого внутреннего, не смежного с ним.

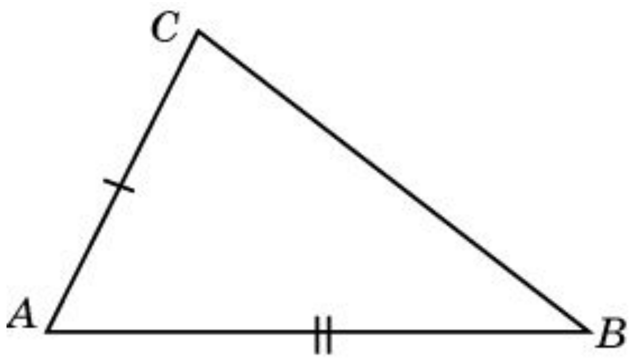


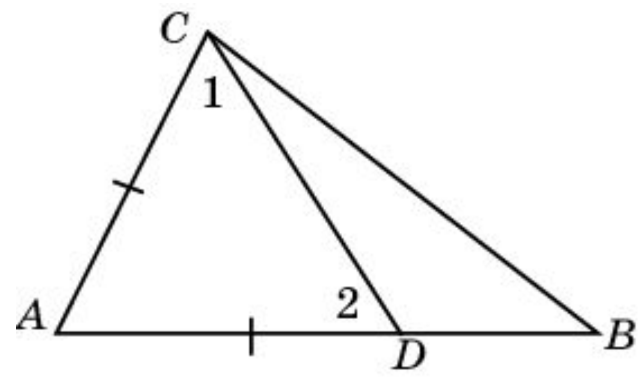


Доказательство. Пусть *ABC* – произвольный треугольник. Рассмотрим, например, внешний угол *BCD* и докажем, что он больше внутреннего угла *ABC*. Для этого через вершину *A* и середину *E* стороны *BC* проведем прямую и отложим на ней отрезок *EF*, равный *AE*. Треугольники *ABE* и *FCE* равны по первому признаку равенства треугольников ($BE = CE$, $AE = FE$, $\angle AEB = \angle FEC$). Следовательно, $\angle ABC = \angle BCF$. Но вершина *F* лежит внутри угла *BCD*. Поэтому угол *BCF* составляет только часть угла *BCD*. Значит, $\angle BCD > \angle ABC$.

Теорема 2

В произвольном треугольнике против большей стороны лежит больший угол.





Доказательство. Пусть в треугольнике *ABC* сторона *AB* больше стороны *AC*. Докажем, что угол *C* больше угла *B*. Для этого отложим на луче *AB* отрезок *AD*, равный стороне *AC*. Треугольник *ACD* - равнобедренный. Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$. Угол 1 составляет часть угла *C*. Поэтому $\angle 1 < \angle C$. С другой стороны, угол 2 является внешним углом треугольника *BCD*. Поэтому $\angle 2 > \angle B$. Следовательно, имеем $\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$.

Упражнение 1

Может ли внешний угол треугольника равняться его внутреннему углу?

Ответ: Да, в прямоугольном треугольнике.

Упражнение 2

Может ли внешний угол треугольника быть меньше его внутреннего угла?

Ответ: Да, в тупоугольном треугольнике.

Упражнение 3

Сколько в треугольнике может быть: а) прямых углов; б) тупых углов?

Ответ: а), б) Один.

Упражнение 4

Известно, что в треугольнике ABC $BC >$ $AC > AB$. Какой из углов больше: а) B или A; б) C или A; в) B или С?

Ответ: а), б) A; в) B.

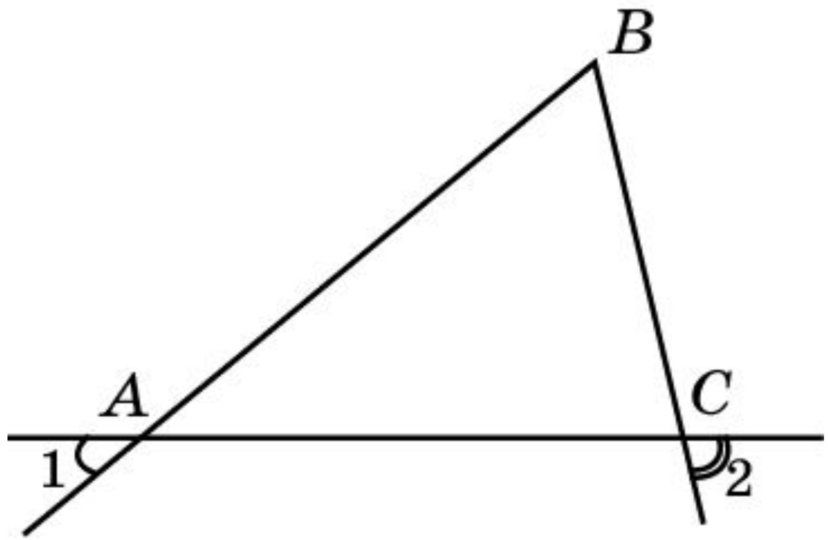
Упражнение 5

В треугольнике ABC сторона AB наибольшая. Какие углы этого треугольника острые? Каким может быть угол C?

Ответ: Углы A и B острые. Угол C может быть острым, прямым или тупым.

Упражнение 6

На рисунке $\angle 1 < \angle 2$. Каким соотношением связаны стороны AB и BC треугольника ABC?



Ответ: $AB > BC$.

Упражнение 7

Верно ли, что в произвольном треугольнике против большего угла лежит большая сторона?

Ответ: Да.

Упражнение 8

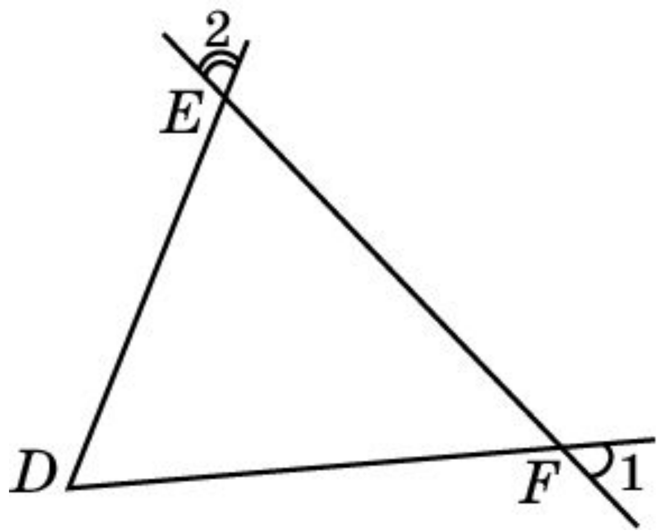
Сравните стороны треугольника ABC, если: а) $\angle A > \angle B > \angle C$; б) $\angle A > \angle B$, $\angle B = \angle C$.

Ответ: а) $BC > AC > AB$;

б) $BC > AB$, $AC = AB$.

Упражнение 9

На рисунке $DE<DF$. Каким соотношением связаны углы 1 и 2?



Ответ: $\angle 1 < \angle 2$.

Упражнение 10

Какой вид имеет треугольник, если: а) два его угла равны; б) три его угла равны?

Ответ: а) Равнобедренный; б) правильный.

Упражнение 11

Точка M лежит внутри треугольника ABC. Какой из углов больше BAC или BMC?

Ответ: BMC.

Упражнение 12

В треугольнике ABC выполняется неравенство $AC > BC$, CD – медиана. Какой из углов больше ACD или BCD?

Ответ: BCD.