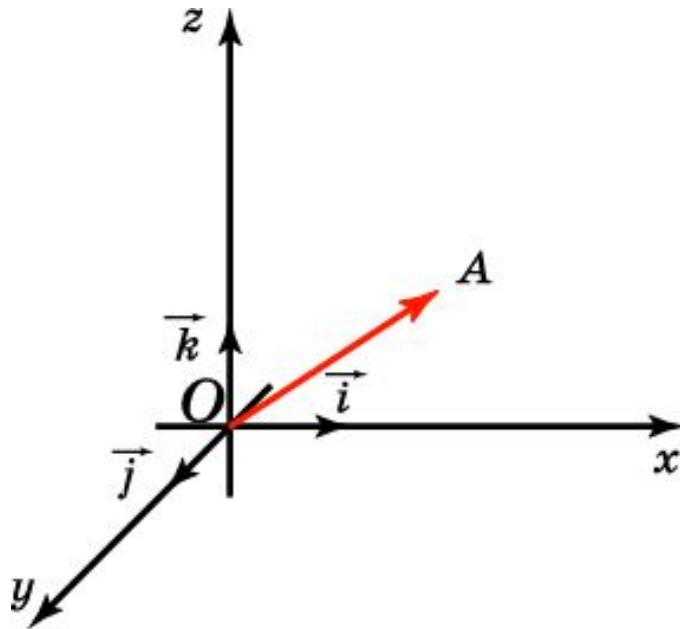


# КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Отложим вектор так, чтобы его начало совпало с началом координат. Тогда координаты его конца называются **координатами вектора**. Обозначим  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  векторы с координатами  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$  соответственно. Их длины равны единице, а направления совпадают с направлениями соответствующих осей координат. Будем изображать эти векторы, отложенными от начала координат и называть их **координатными векторами**.



# КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

**Теорема.** Вектор  $\vec{a}$  имеет координаты  $(x, y, z)$  тогда и только тогда, когда он представим в виде  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .

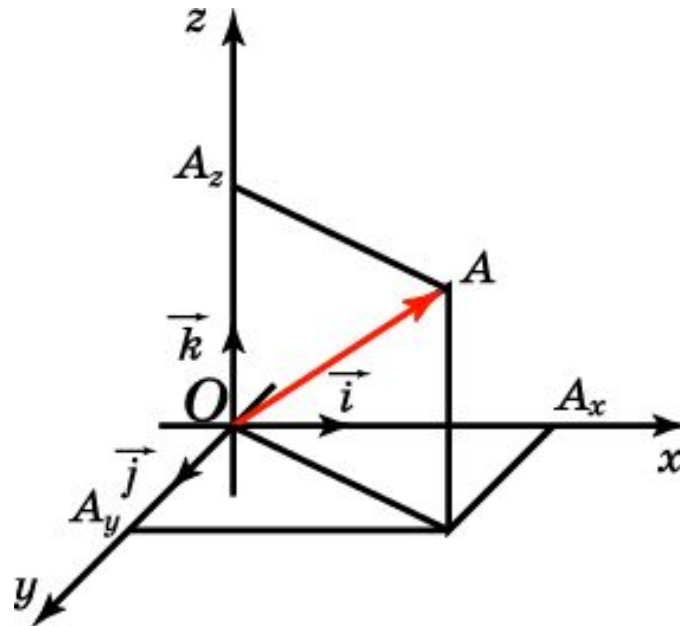
**Доказательство.** Отложим вектор  $\vec{a}$  от начала координат и его конец обозначим через  $A$ . Имеет место равенство

$$\vec{OA} = \vec{OA}_x + \vec{OA}_y + \vec{OA}_z.$$

Точка  $A$  имеет координаты  $(x, y, z)$  тогда и только тогда, когда выполняются равенства

$$\vec{OA}_x = x\vec{i}, \quad \vec{OA}_y = y\vec{j}, \quad \vec{OA}_z = z\vec{k},$$

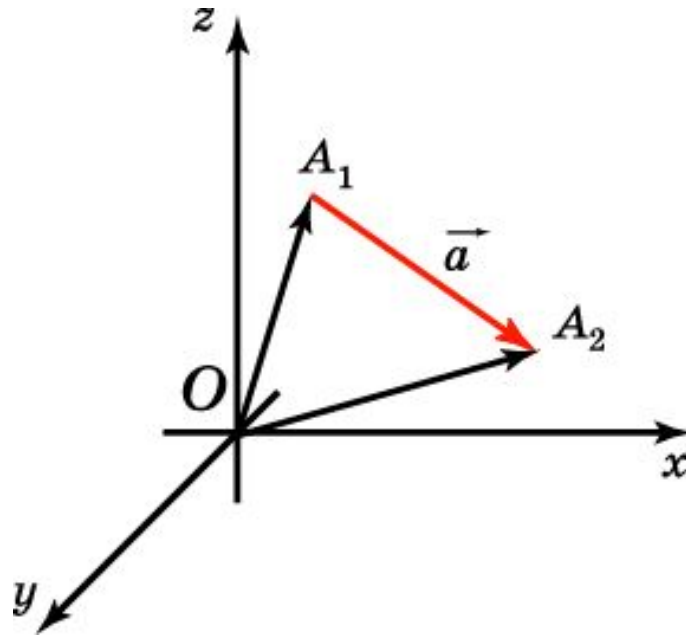
и, значит,  $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ .



# ДЛИНА ВЕКТОРА

Если вектор  $\vec{a}$  задан координатами начальной и конечной точек,  $A_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2, z_2)$ , то его длина выражается формулой

$$|\overline{A_1A_2}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$



## Упражнение 1

Найдите координаты векторов:

$$\text{а) } \vec{a} = -2\vec{i} + 6\vec{j} + \vec{k};$$

$$\text{б) } \vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j};$$

$$\text{в) } \vec{c} = -3\vec{j} + 2\vec{k};$$

$$\text{г) } \vec{d} = -5\vec{i} + 5\vec{k}.$$

**Ответ:** а) (-2, 6, 1); б) (1, 3, 0); в) (0, -3, 2); г) (-5, 0, 5).

## Упражнение 2

Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если: а)  $A(2, -6, 9)$ ,  $B(-5, 3, -7)$ ; б)  $A(1, 3, -8)$ ,  $B(6, -5, -10)$ ; в)  $A(-3, 1, -20)$ ,  $B(5, 1, -1)$ .

**Ответ:** а)  $(-7, 9, -16)$ ; б)  $(5, -8, -2)$ ; в)  $(8, 0, 19)$ .

## Упражнение 3

Вектор  $\overrightarrow{AB}$  имеет координаты  $(a, b, c)$ . Найдите координаты вектора  $\overrightarrow{BA}$ .

Ответ:  $(-a, -b, -c)$ .

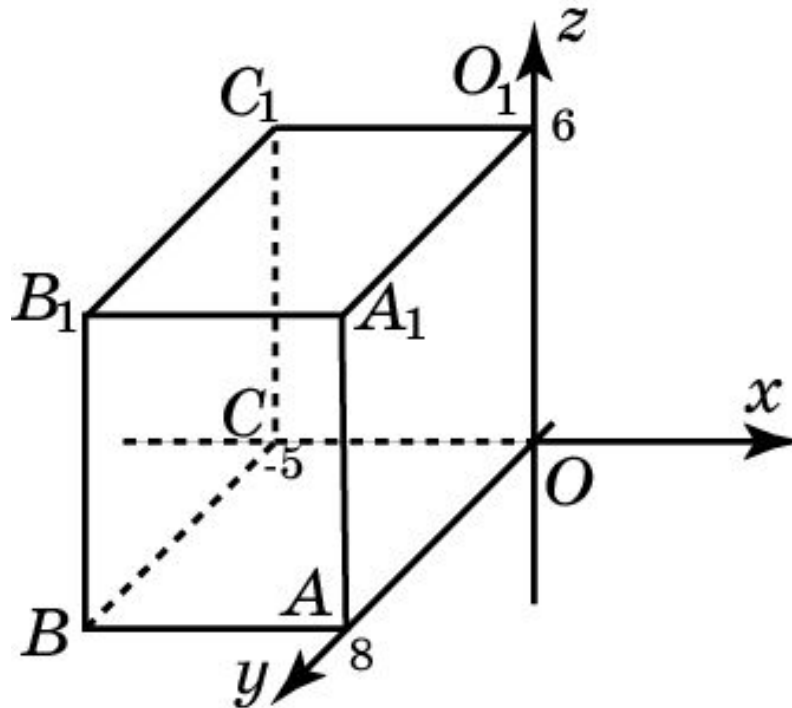
## Упражнение 4

В прямоугольном параллелепипеде  $OABCO_1A_1B_1C_1$  вершина  $O$  – начало координат, ребра  $OA$ ,  $OC$ ,  $OO_1$  лежат на осях координат  $Ox$ ,  $Oy$  и  $Oz$  соответственно и  $OA=2$ ,  $OC=3$ ,  $OO_1=4$ . Найдите координаты векторов  $\overrightarrow{OA_1}$ ,  $\overrightarrow{OB_1}$ ,  $\overrightarrow{OO_1}$ ,  $\overrightarrow{OC}$ .

**Ответ:**  $(2, 0, 4)$ ;  $(2, 3, 4)$ ;  $(0, 0, 4)$ ;  $(0, 3, 0)$ .

## Упражнение 5

На рисунке изображен прямоугольный параллелепипед  $OABCO_1A_1B_1C_1$ , у которого вершина  $O$  совпадает с началом координат. Найдите координаты вектора: а)  $\overrightarrow{OA}$ ; б)  $\overrightarrow{OC}$ ; в)  $\overrightarrow{OB}$ ; г)  $\overrightarrow{OO_1}$ ; д)  $\overrightarrow{BC_1}$ ; е)  $\overrightarrow{B_1C_1}$ ; ж)  $\overrightarrow{AA_1}$ ; з)  $\overrightarrow{OB_1}$ ; и)  $\overrightarrow{O_1B}$ .



**Ответ:** а)  $(0, 8, 0)$ ; б)  $(-5, 0, 0)$ ; в)  $(-5, 8, 0)$ ; г)  $(0, 0, 6)$ ; д)  $(0, -8, 6)$ ; е)  $(0, -8, 0)$ ; ж)  $(0, 0, 6)$ ; з)  $(-5, 8, 6)$ ; и)  $(-5, 8, -6)$ .



## Упражнение 6

Найдите координаты векторов  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{a} - \vec{b}$ , если  $\vec{a} (1, 0, 2)$ ,  
 $\vec{b} (0, 3, -4)$ .

Ответ:  $(1, 3, -2)$ ;  $(1, -3, 6)$ .

## Упражнение 7

Даны векторы  $\vec{a}$  (-1,2,8) и  $\vec{b}$  (2,-4,3). Найдите координаты векторов:

а)  $3\vec{a} + 2\vec{b}$ ;

б)  $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{b}$ ;

в)  $-\vec{a} + 5\vec{b}$  .

**Ответ:** а) (1, -2, 30); б) (-1, 2,  $3\frac{1}{4}$ ); в) (11, -22, 7).

## Упражнение 8

Найдите координаты точки  $N$ , если вектор  $\overrightarrow{MN}$  имеет координаты  $(4, -3, 0)$  и точка  $M - (1, -3, -7)$ .

Ответ:  $(5, -6, -7)$ .

## Упражнение 9

Какому условию должны удовлетворять координаты вектора, чтобы он был: а) перпендикулярен координатной плоскости  $Oxy$ ; б) параллелен координатной прямой  $Ox$ ?

**Ответ:** а) Первая и вторая координаты равны нулю;  
б) вторая и третья координаты равны нулю.

## Упражнение 10

Найдите координаты конца единичного вектора с началом в точке  $A(1, 2, 3)$  и: а) перпендикулярного плоскости  $Oxy$ ; б) параллельного прямой  $Ox$ .

Ответ: а)  $(1, 2, 4)$ ,  $(1, 2, 2)$ ;  
б)  $(2, 2, 3)$ ,  $(0, 2, 3)$ .

## Упражнение 11

Найдите длину вектора:

а)  $\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ ;

б)  $8\vec{i} + \vec{k}$ ;

в)  $-\vec{j} + 2\vec{k}$ .

Ответ: а)  $\sqrt{14}$ ; б)  $\sqrt{65}$ ; в)  $\sqrt{5}$ .