УРОК №9

<u>УМНОЖЕНИЕ</u>
<u>ВЕКТОРА НА ЧИСЛО</u>

ЗАДАЧА№1

Найдите:

$a)\ \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=$

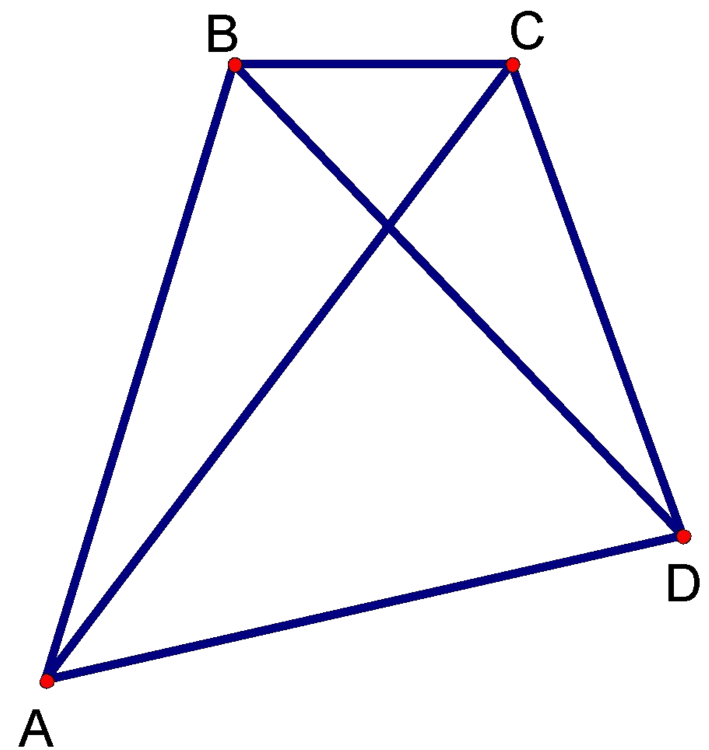
$б)\ \overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}=$

$в)\ \overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DA}=$

$г)\ \overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{AB}=$

$д)\ \overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=$

$е)\ \overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DC}=$

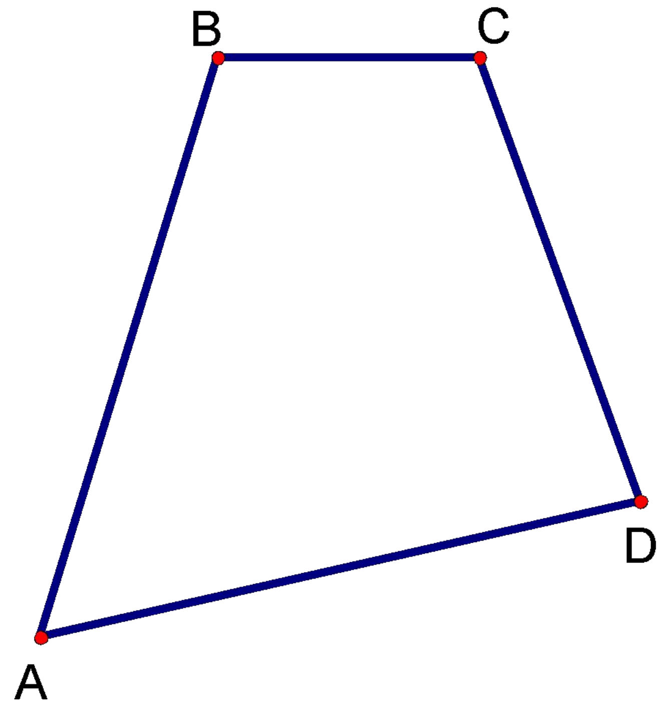


ЗАДАЧА№2

Докажите:

$$а)\ -\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=-\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}$$

$$б)\ \overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BC}$$



ЗАДАЧА№3

ABCD-прямоугольник

AB=5; AD=12.

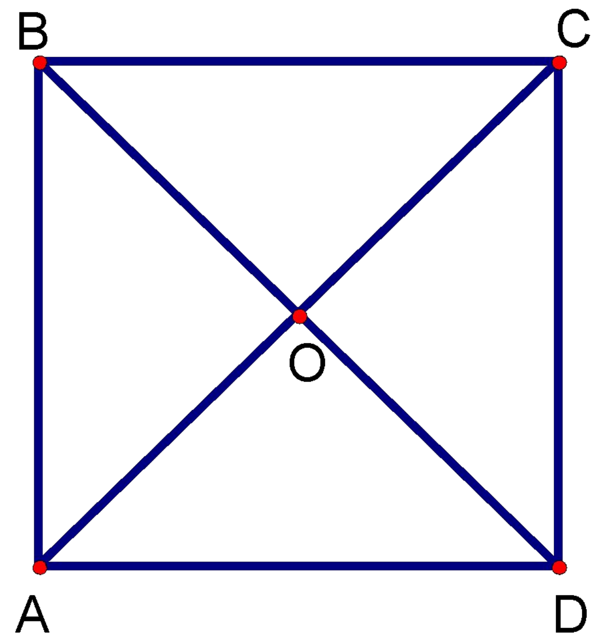
Докажите:

$$а)\ \left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right| = 2\cdot\left|\overrightarrow{AO}\right|$$

$$б)\ \overrightarrow{BA}-\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{OD}-\overrightarrow{OB}$$

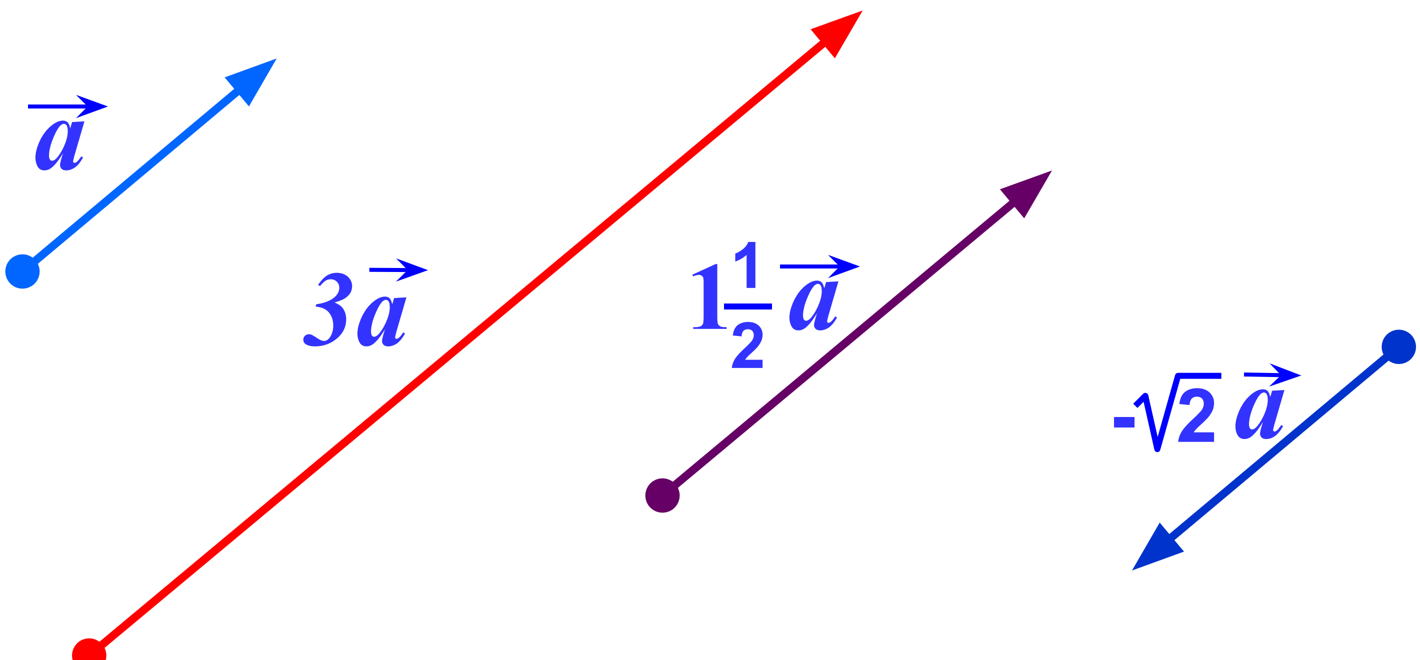
Найдите:

$$\left|\overrightarrow{AO}-\overrightarrow{DO}-\overrightarrow{CD}\right|$$

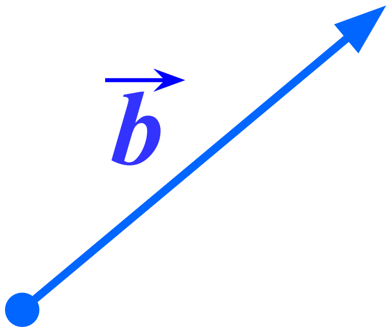


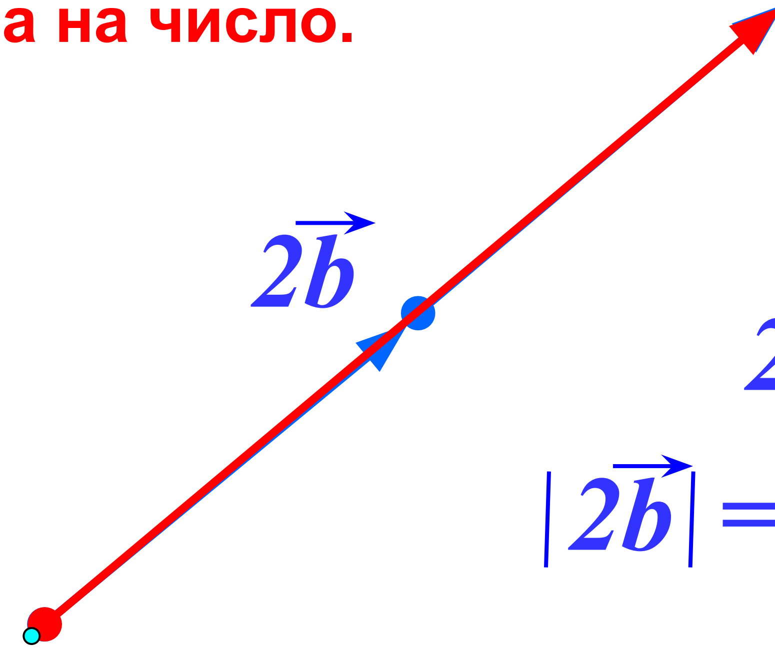
Умножение вектора на число.

Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k|\cdot|\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k\geq 0$ и притивоположно направлены при $k<0$.



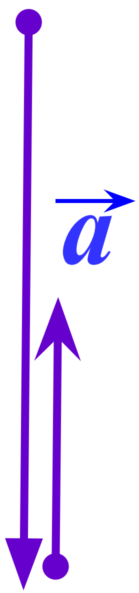
Умножение вектора на число.





$$2\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

$$|2\vec{b}| = |2| \cdot |\vec{b}|$$



$$-\frac{1}{2}\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$$

$$-\frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\left|-\frac{1}{2}\vec{a}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| \cdot |\vec{a}|$$

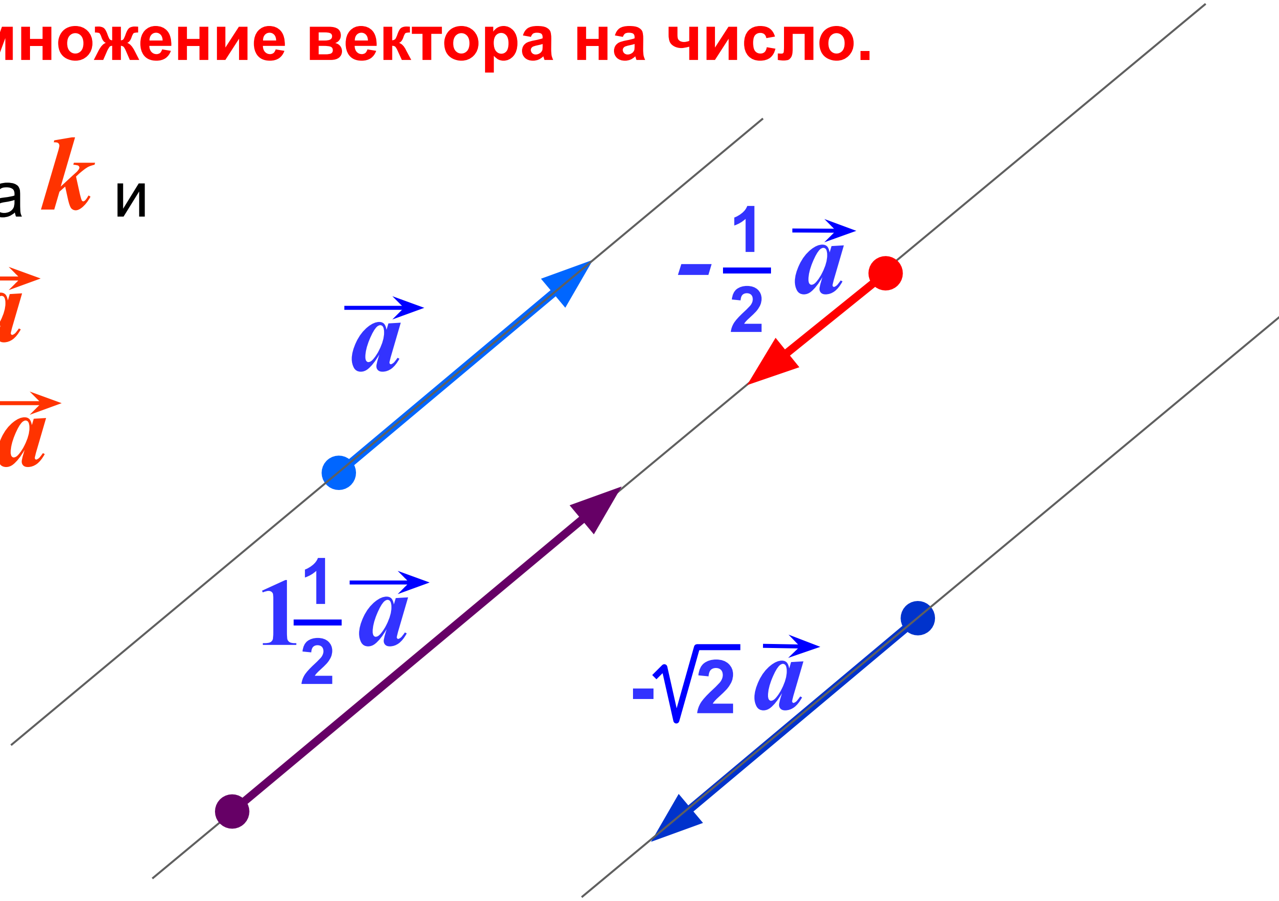
Умножение вектора на число.

Для любого числа k и

любого вектора $\vec{a}$

векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$

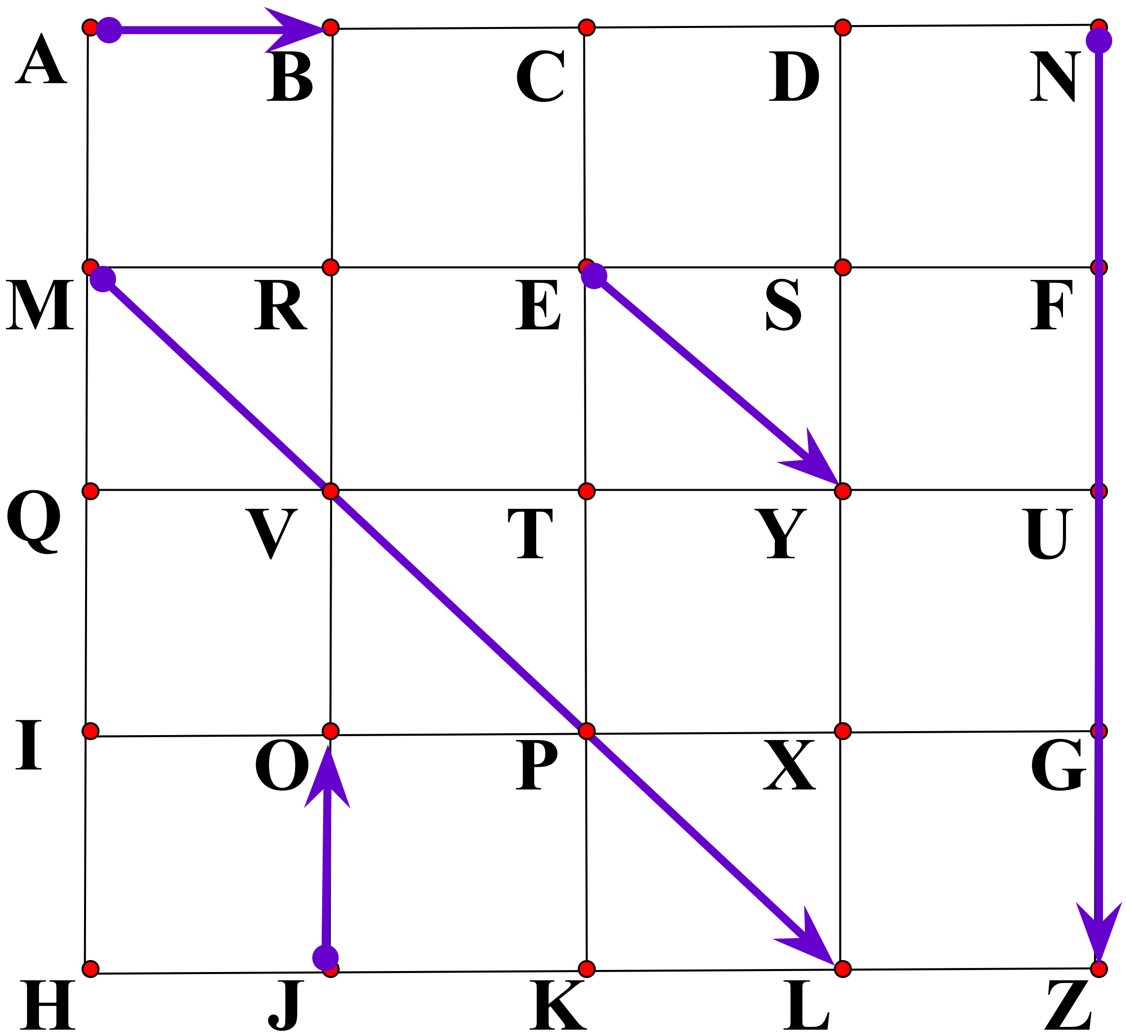
коллинеарны.



Произведение нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор. $k \cdot \vec{o} = \vec{o}$

Произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор. $o \cdot \vec{a} = \vec{o}$

Назовите вектор, который получится в результате умножения.



$$\overrightarrow{JO}\cdot 3$$

$$\frac{1}{3}\overrightarrow{ML}$$

$$4\overrightarrow{AB}$$

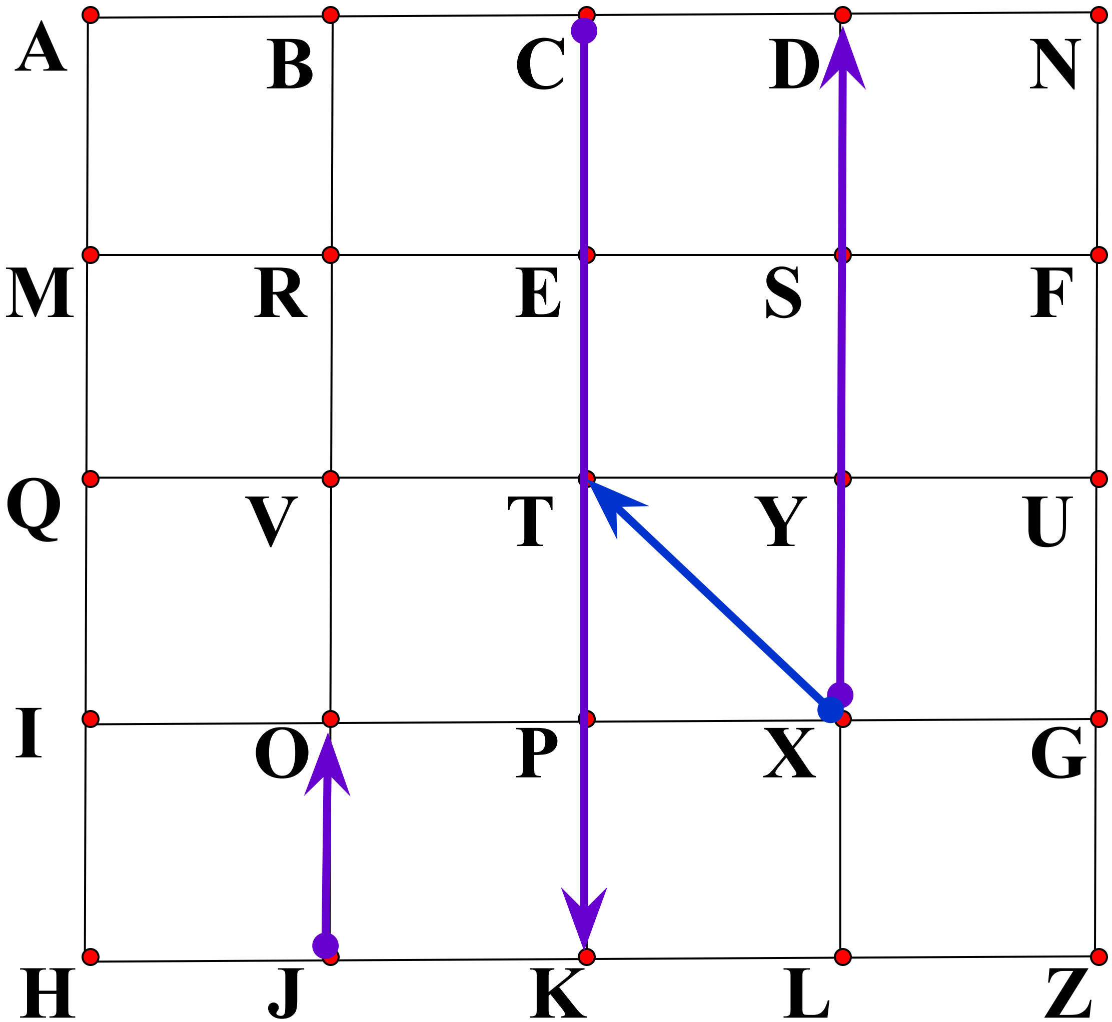
$$-4\overrightarrow{EY}$$

$$-\frac{3}{4}\overrightarrow{NZ}$$

$\overrightarrow{CK} = -4 \cdot \overrightarrow{JO}$

$\overrightarrow{JO} = -\frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{CK}$

$\overrightarrow{XD} = -\frac{3}{4} \cdot \overrightarrow{CK}$



$\overrightarrow{NN} = 0 \cdot \overrightarrow{XD}$

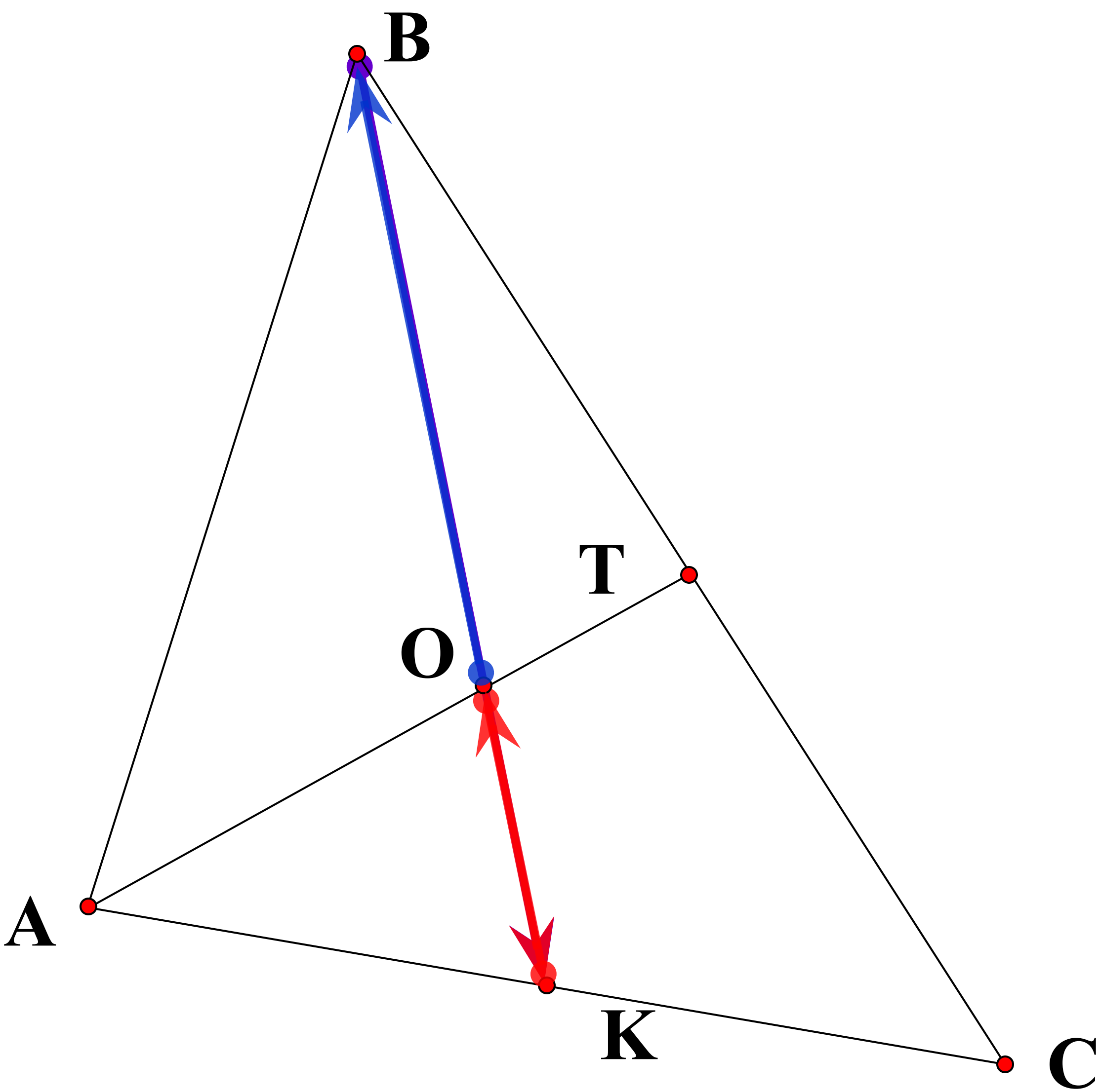
$\overrightarrow{XT} = x \cdot \overrightarrow{XD}$

x не существует

$\overrightarrow{XT} = 1 \cdot \overrightarrow{XT}$

$\overrightarrow{TX} = -1 \cdot \overrightarrow{XT}$

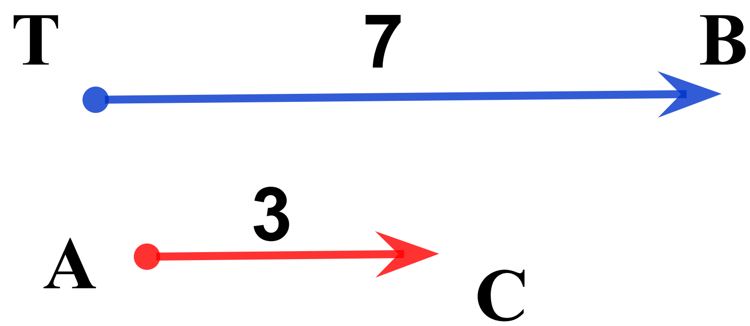
О – точка пересечения медиан треугольника.



$\overrightarrow{BK} = 3 \cdot \overrightarrow{OK}$

$\overrightarrow{KO} = -\frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{BK}$

$\overrightarrow{OB} = 2 \cdot \overrightarrow{KO}$

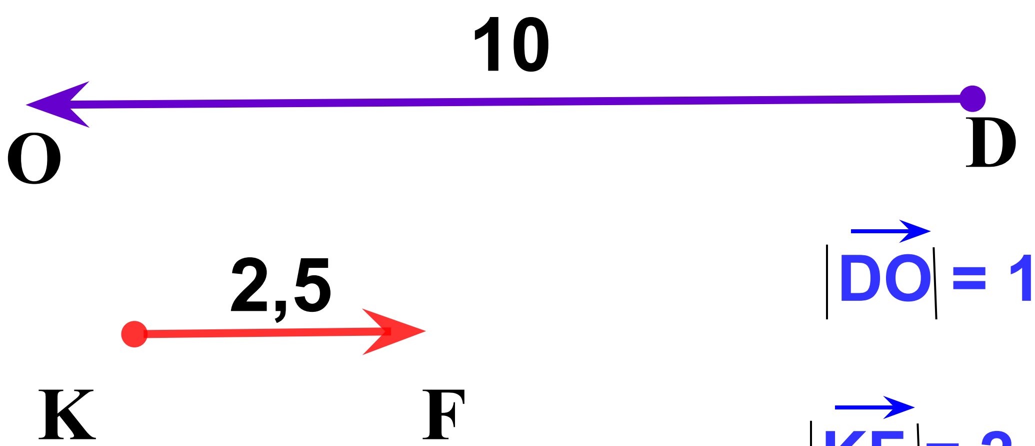


$|\overrightarrow{TB}| = 7$

$|\overrightarrow{AC}| = 3$

$\overrightarrow{AC} = \frac{3}{7} \cdot \overrightarrow{TB}$

$\overrightarrow{TB} = \frac{7}{3} \cdot \overrightarrow{AC}$



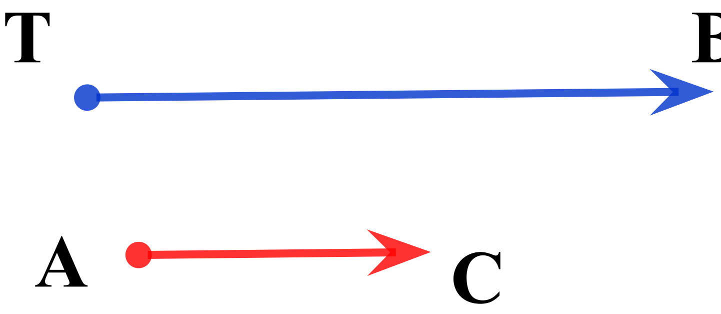
$\overrightarrow{KF} = -\frac{1}{4} \cdot \overrightarrow{DO}$

$|\overrightarrow{DO}| = 10$

$\overrightarrow{DO} = -4 \cdot \overrightarrow{KF}$

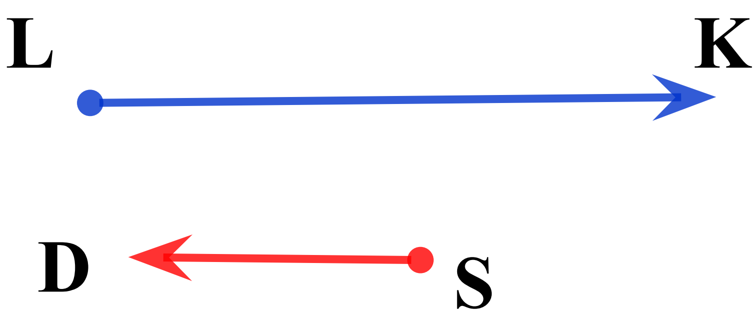
$|\overrightarrow{KF}| = 2,5$

Длина вектора $\overrightarrow{TB}$ на 25% больше длины вектора $\overrightarrow{AC}$



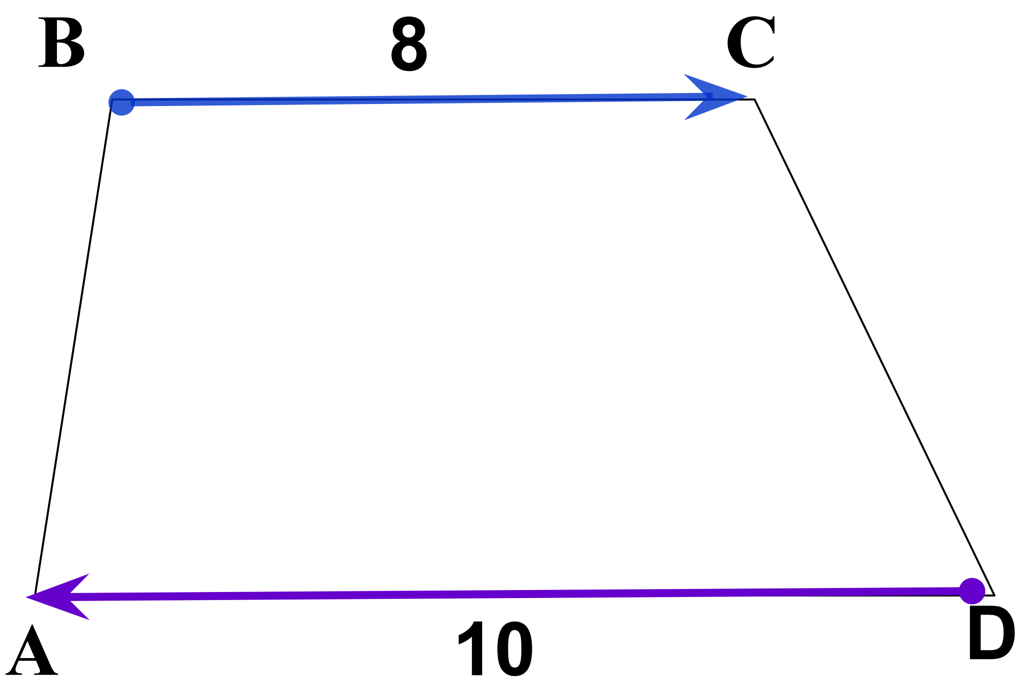
$$\overrightarrow{TB} = 1{,}25 \cdot \overrightarrow{AC}$$

Длина вектора $\overrightarrow{SD}$ на 25% меньше длины вектора $\overrightarrow{LK}$



$$\overrightarrow{SD} = -0{,}75 \cdot \overrightarrow{LK}$$

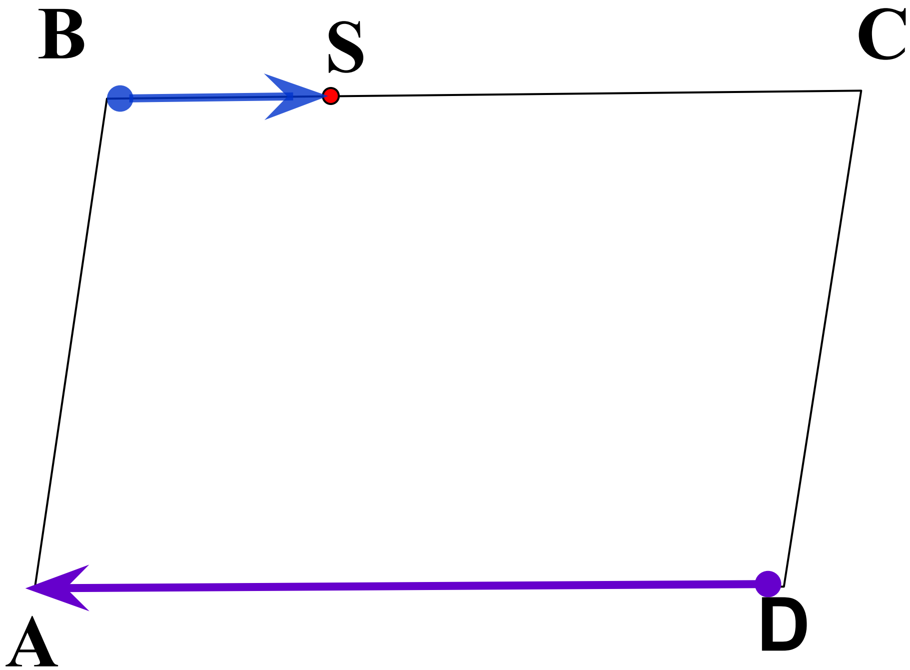
ABCD – трапеция.



$$\overrightarrow{BC} = -0{,}8 \cdot \overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{DA} = -\frac{10}{8} \cdot \overrightarrow{BC}$$

ABCD – параллелограмм.   CS : SB = 5 : 3



$$\overrightarrow{BS} = -\frac{3}{8} \cdot \overrightarrow{DA}$$

$$\overrightarrow{DA} = -\frac{8}{3} \cdot \overrightarrow{BS}$$

Умножение вектора на число обладает следующими основными свойствами.

Для любых $\vec{a}$, $\vec{b}$ и любых чисел k, l справедливы равенства:

1 $$(kl)\vec{a} = k\,(l\,\vec{a})$$ **Сочетательный закон**

2 $$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$

Первый распределительный закон

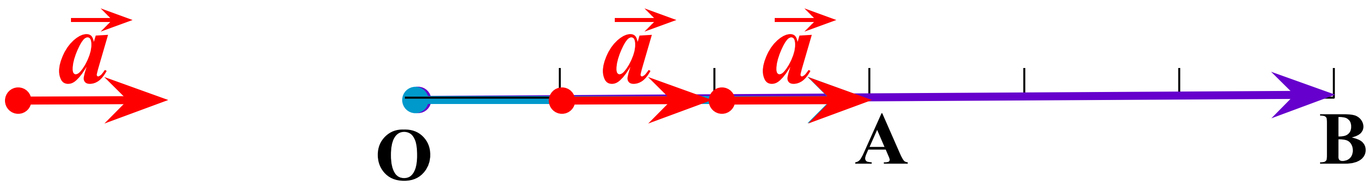
3 $$k\,(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$

Второй распределительный закон

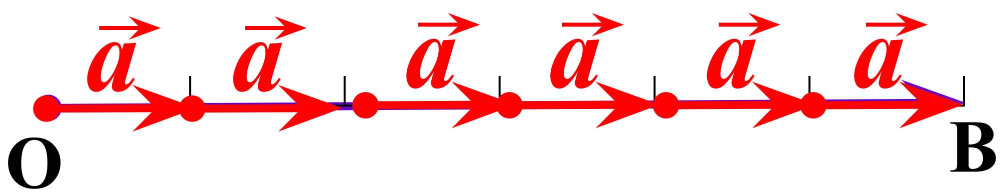
Рисунок иллюстрирует сочетательный закон.

Представлен случай, когда $k = 2, \; l = 3.$

1 $(kl)\vec{a} = k\,(l\,\vec{a})$ **Сочетательный закон**



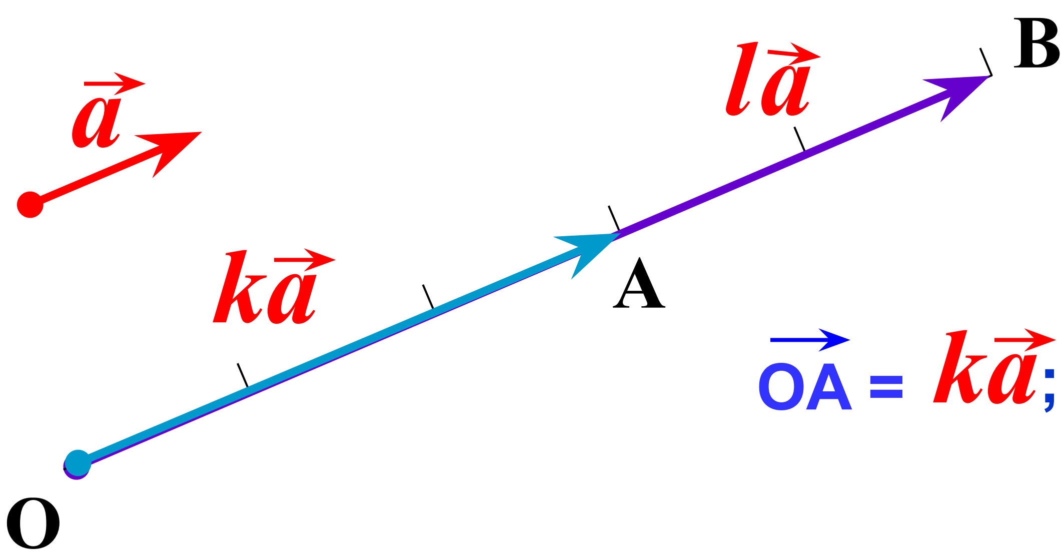
$\overrightarrow{OB} = 2\overrightarrow{OA} = 2(3\,\vec{a})$



$\overrightarrow{OB} = 6\vec{a} = (2 \cdot 3)\vec{a}$

Рисунок иллюстрирует первый распределительный закон. Представлен случай, когда $k = 3,\ l = 2.$

2 $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ **Первый распределительный закон**

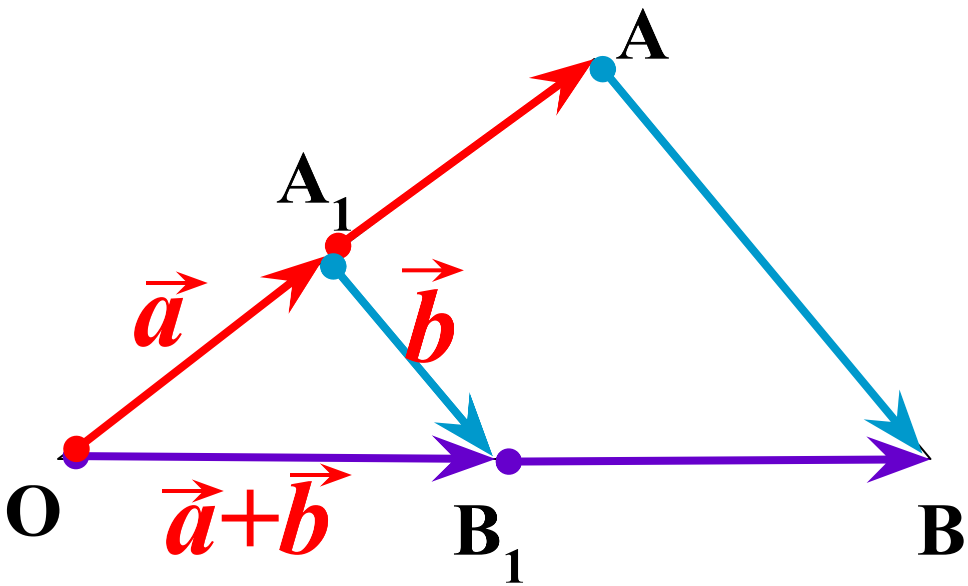


$\overrightarrow{OA} = k\vec{a}$; $\overrightarrow{AB} = l\vec{a}$

$\overrightarrow{OB} = (k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$

3 $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ Второй распределительный закон

Рисунок иллюстрирует второй распределительный закон.
На рисунке $\Delta OAB \backsim \Delta OA_1B_1$, коэффициент подобия k



$\overrightarrow{OA} = k\vec{a}$

$\overrightarrow{AB} = k\vec{b}$

$\overrightarrow{OB} = k(\vec{a}+\vec{b})$

С другой стороны, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = k\vec{a}+k\vec{b}$

Таким образом, $k(\vec{a}+\vec{b}) = k\vec{a}+k\vec{b}$

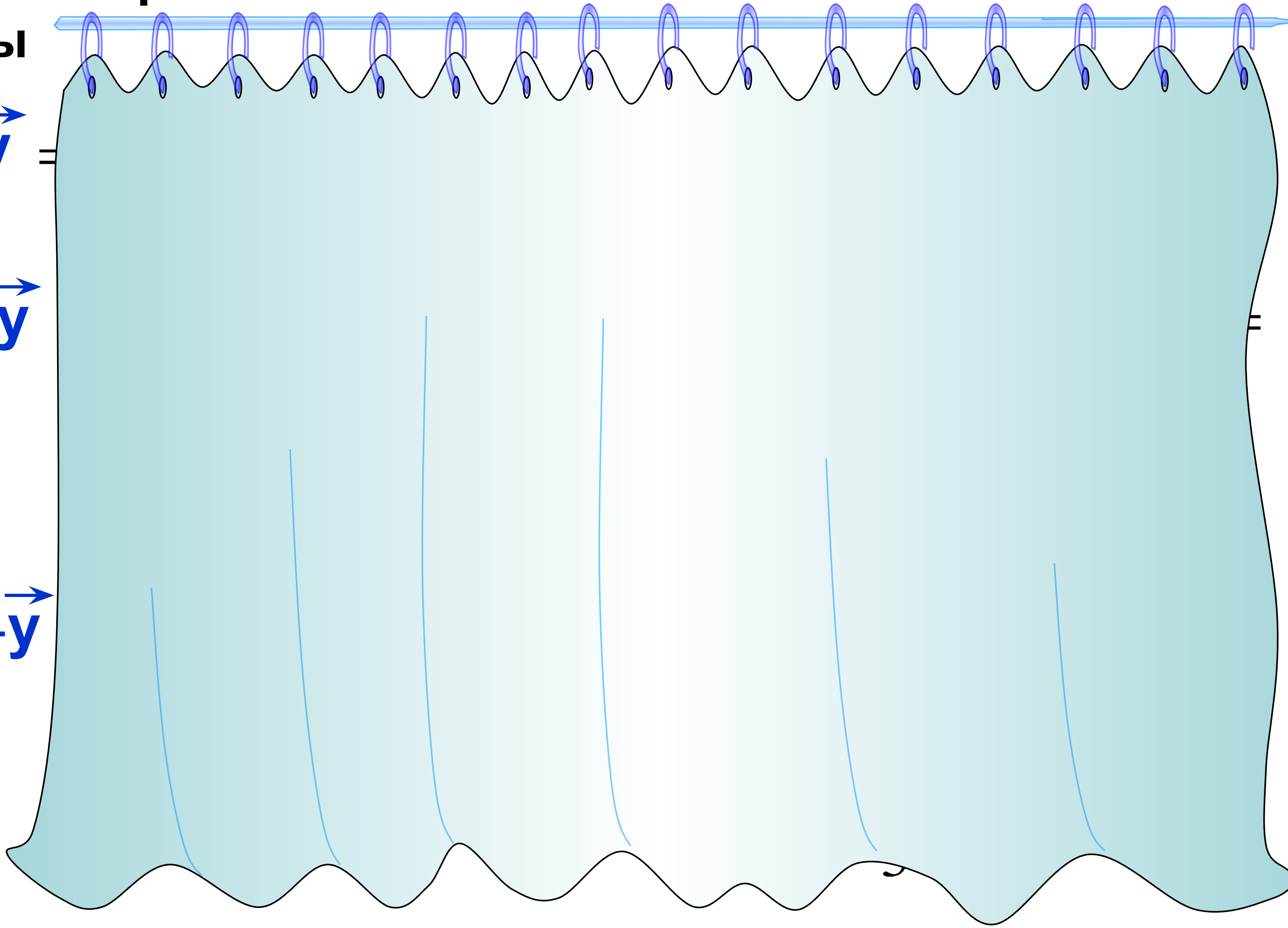
№ 781 Пусть $\vec{x} = \vec{m} + \vec{n}$, $\vec{y} = \vec{m} - \vec{n}$

Выразите через $\vec{m}$ и $\vec{n}$ векторы

$2\vec{x} - 2\vec{y} =$

$2\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} =$

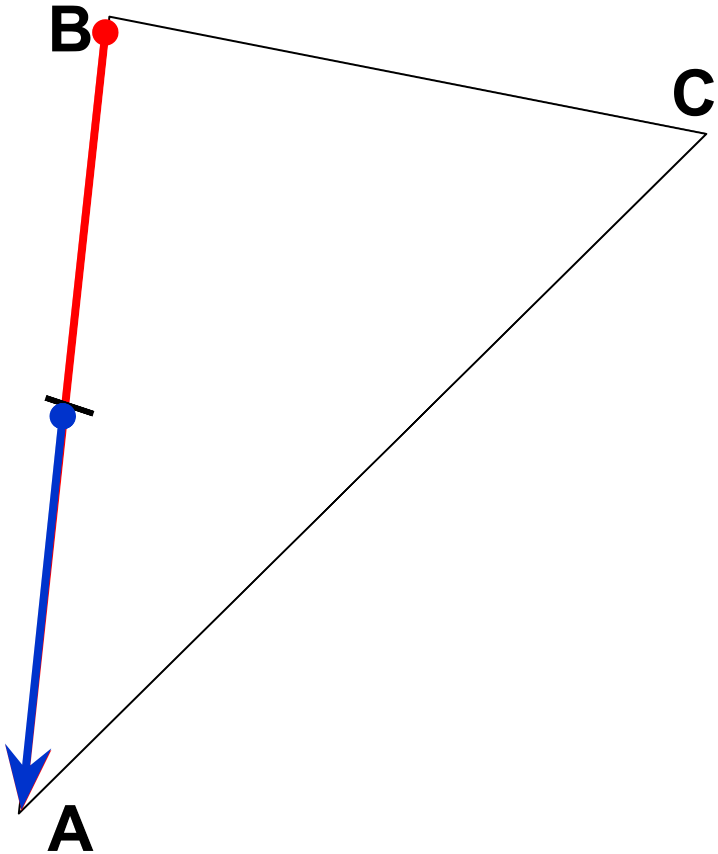
$-\vec{x} - \frac{1}{3}\vec{y}$



ЗАДАЧА №4

Построить вектор

$$\frac{3}{7}\overrightarrow{BC}-\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{7}\overrightarrow{AC}=\frac{3}{7}(\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC})-\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}=$$



$$=\frac{3}{7}(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA})-\frac{1}{14}\overrightarrow{AB}=$$

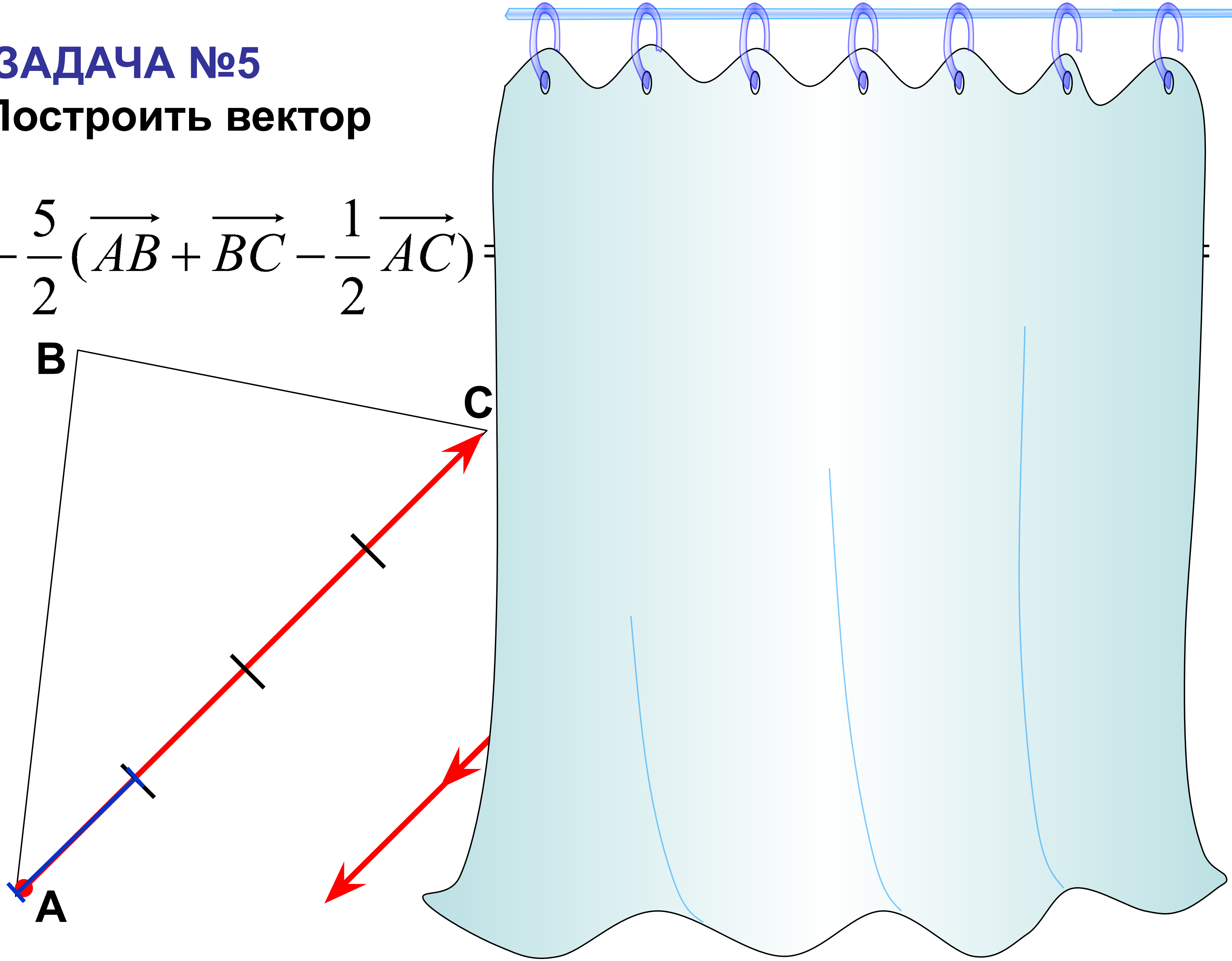
$$=\frac{3}{7}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{14}\overrightarrow{BA}=\frac{7}{14}\overrightarrow{BA}=$$

$$=\frac{1}{2}\overrightarrow{BA}$$

ЗАДАЧА №5

Построить вектор

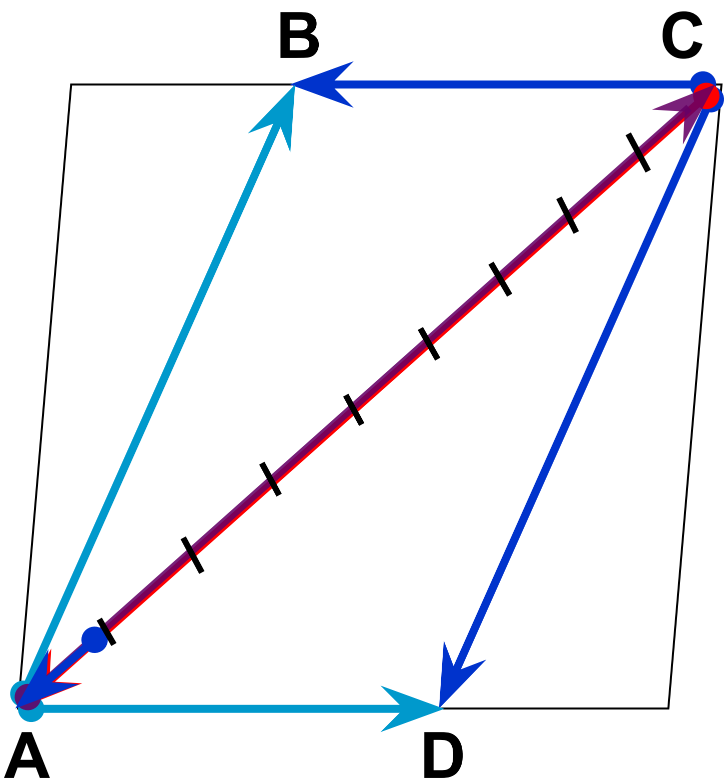
$$-\frac{5}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC})=$$



ЗАДАЧА№6

Построить вектор.

$$\frac{2}{9}\overrightarrow{CD}-\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}-\frac{2}{9}\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}=$$



$$=\frac{2}{9}(\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{BC})+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{DA})=$$

$$=\frac{2}{9}(\overbrace{\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CB}}^{\overrightarrow{CA}})+\frac{1}{3}(\overbrace{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}}^{\overrightarrow{AC}})=$$

$$=\frac{2}{9}\overrightarrow{CA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}=\frac{2}{9}\overrightarrow{CA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}=$$

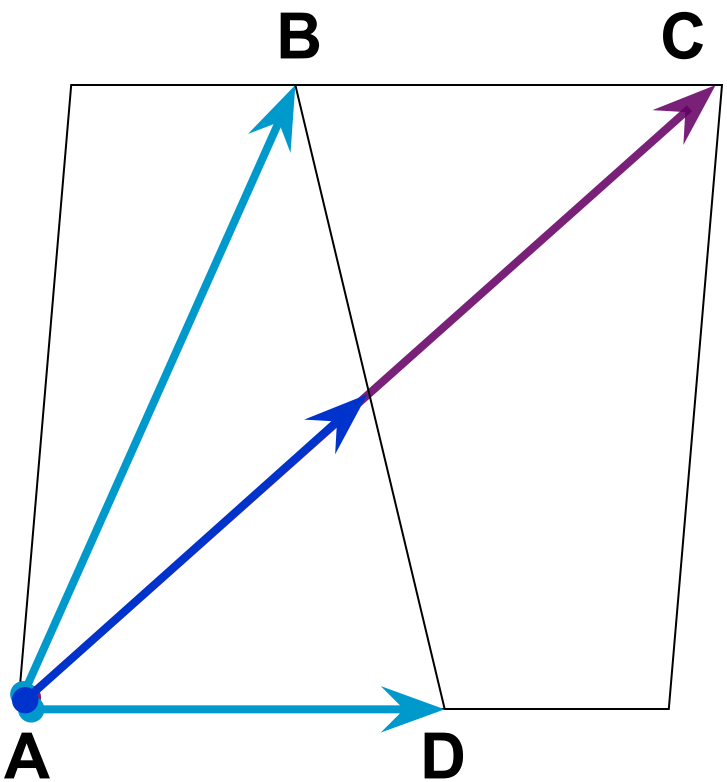
ABCD – параллелограмм.

$$=-\frac{1}{9}\overrightarrow{CA}$$

ЗАДАЧА№7

Построить вектор.

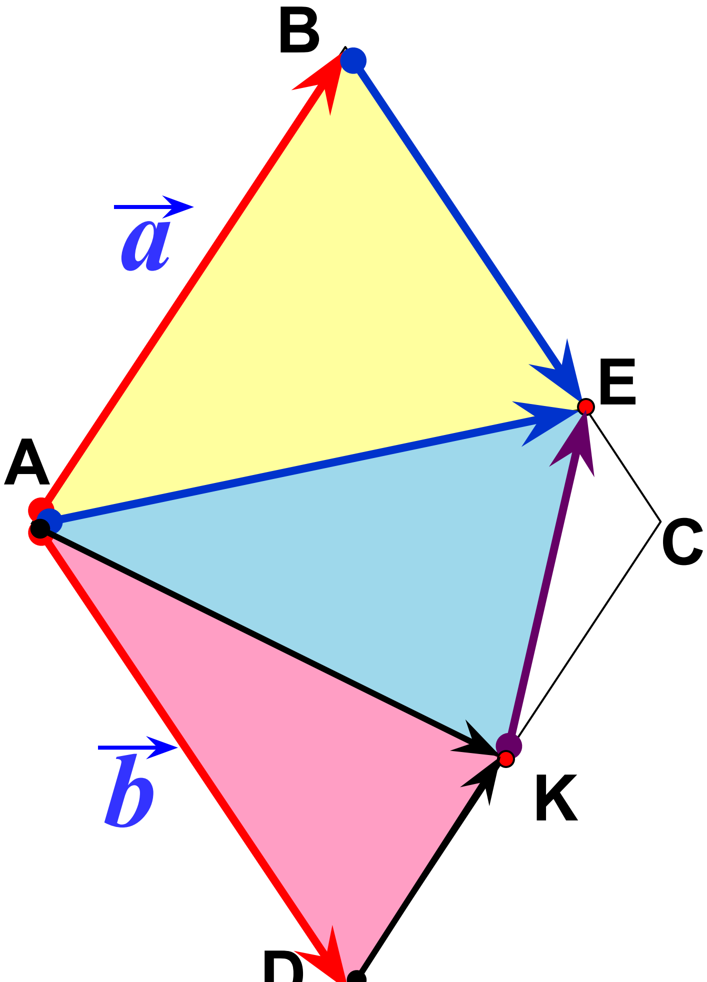
$$\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{10}\overrightarrow{CA}-\frac{2}{5}\overrightarrow{DA}$$



ABCD – параллелограмм.

ABCD – ромб. E $\in$ BC, BE : EC = 3 : 1,

K – середина DC, AB = $\vec{a}$, AD = $\vec{b}$. Выразите через векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы:



$\overrightarrow{AE} =$

из $\Delta\ ABE$

$\overrightarrow{AK} =$

из $\Delta\ ADK$

$\overrightarrow{KE} =$

из $\Delta\ AEK$

Прежде, чем ввести еще одно действие – умножение вектора на число, обратимся к примеру. Представим себе, что один автомобиль движется прямолинейно с постоянной скоростью, второй движется в том же направлении со скоростью, вдвое большей, а третий автомобиль движется им навстречу, т.е. в противоположном направлении, и величина его скорости такая же, как у второго автомобиля.

Естественно считать, что вектор $2\vec{v}$ получается умножением вектора $\vec{v}$ на число 2, а вектор $-2\vec{v}$ получается умножением вектора $\vec{v}$ на число -2. Этот пример показывает, каким образом следует ввести умножение вектора на число.

… такое же, … этот … **вектор**. … вектором, противоположным вектору $2\vec{v}$, т.е. вектором $-2\vec{v}$.