

**Разные способы  
нахождения  
площади многоугольников  
обобщающее повторение  
при подготовке к ЕГЭ по математике**

Учитель математики ГБОУ СОШ 454  
Колпинского района Санкт-Петербурга  
Любимова Виктория Викторовна

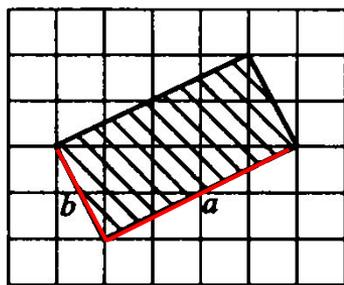
# Нахождение площади по формулам

📌 Площадь прямоугольника:  $S = a \cdot b$ , где  $a$  и  $b$  – стороны прямоугольника.

Площадь квадрата:  $S = a^2$

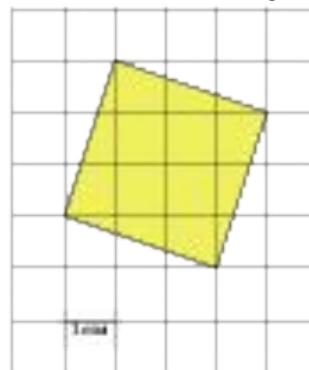
*Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.

1)



$$\begin{aligned}a &= \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \text{ см,} \\b &= \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5} \text{ см,} \\S &= \sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 10 \text{ см}^2\end{aligned}$$

2)

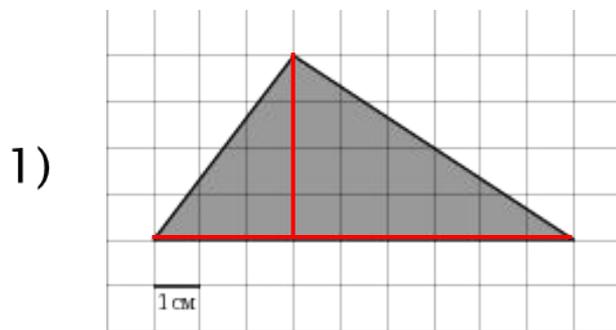


$$\begin{aligned}a &= \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \text{ см,} \\S &= (\sqrt{10})^2 = 10 \text{ см}^2\end{aligned}$$

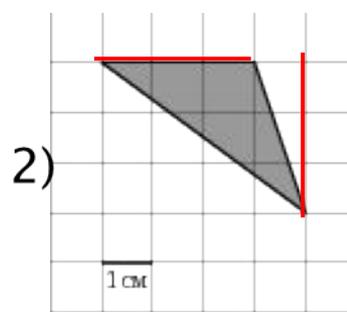
# Нахождение площади по формулам

Площадь треугольника:  $S = \frac{1}{2} a \cdot h$ , где  $a$  – основание,  $h$  – высота треугольника.

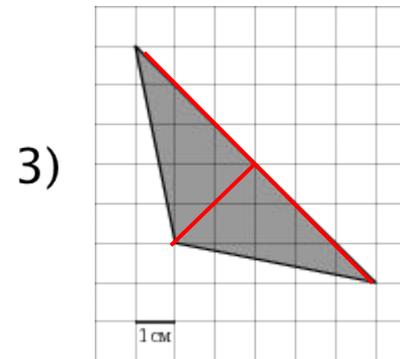
*Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 = 18 \text{ см}^2$$



$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5 \text{ см}^2$$

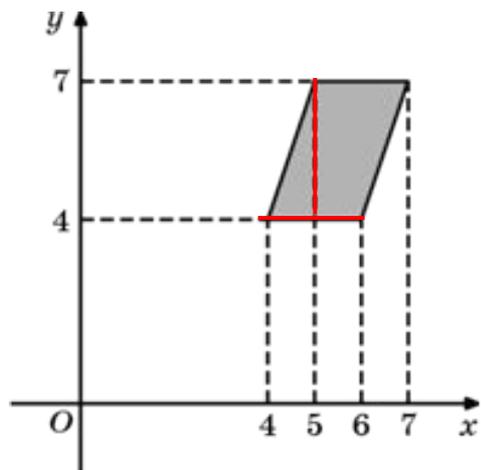


$$S = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 12 \text{ см}^2$$

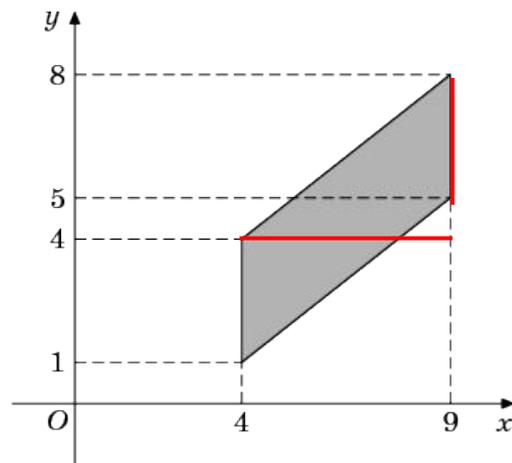
# Нахождение площади по формулам

▣ Площадь параллелограмма:  $S = a \cdot h$ , где  $a$  – сторона,  $h$  – высота параллелограмма, проведенная к этой стороне.

*Задачи.* Найдите площадь четырехугольника, изображенного на рисунке



$$S = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2$$

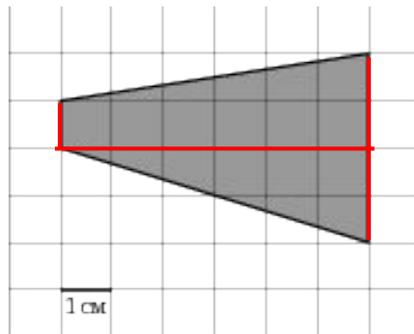


$$S = 3 \cdot 5 = 15 \text{ см}^2$$

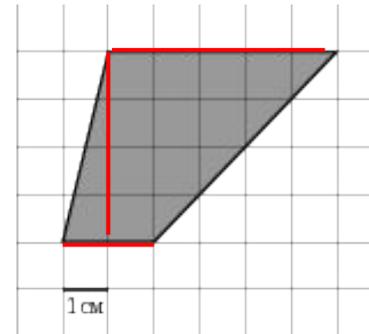
# Нахождение площади по формулам

▣ Площадь трапеции:  $S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$ , где  $a, b$  – основания,  $h$  – высота трапеции.

*Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2}(1 + 4) \cdot 6 = 15 \text{ см}^2$$

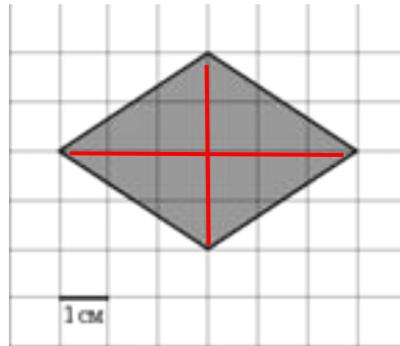


$$S = \frac{1}{2}(2 + 5) \cdot 4 = 14 \text{ см}^2$$

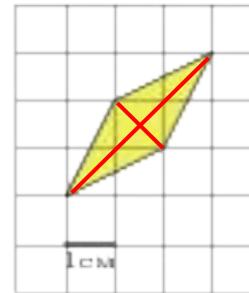
# Нахождение площади по формулам

- Площадь четырехугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны:  $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$ .

*Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 = 12 \text{ см}^2$$

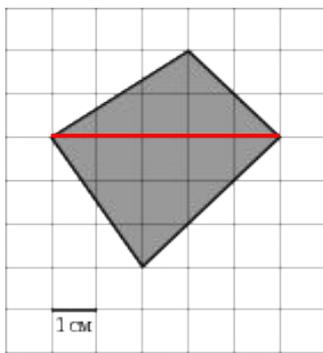


$$S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 3 \text{ см}^2$$

# Сложение площадей

- Если разбить фигуру на несколько фигур, то площадь всей фигуры равна сумме площадей ее частей.

*Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ см}^2; S_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7,5 \text{ см}^2$$

$$S_1 + S_2 = 12,5 \text{ см}^2$$



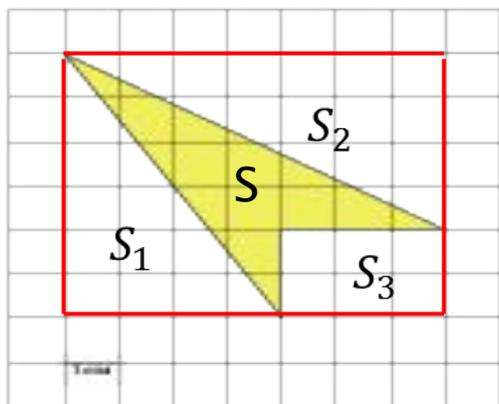
$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3 \text{ см}^2$$

$$2 \cdot S_1 = 6 \text{ см}^2$$

# Вычитание площадей

- Площадь многоугольника можно найти, вписав его в прямоугольник, и вычитая площади соответствующих лишних частей.

*Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$S_{\text{пря́м}} = 7 \cdot 6 = 42 \text{ см}^2$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ см}^2$$

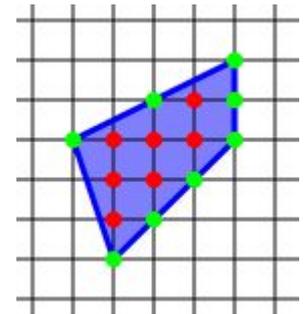
$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 = 14 \text{ см}^2$$

$$S_3 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2$$

$$S = 42 - 12 - 14 - 6 = 10 \text{ см}^2$$

# Метод Пика

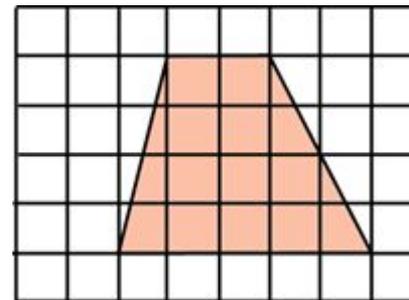
- ▶ Георг Пик – австрийский математик (1859–1942)
- ▶ Теорема Пика (1899) о методе нахождения площади многоугольника, нарисованного «по клеточкам» так, что вершины находятся в узлах.
- ▶ Формула Пика:  $S = \nu + 0,5g - 1$ , где
  - $\nu$  – это количество узлов внутри фигуры,
  - $g$  – количество узлов на границе фигуры (считая и вершины многоугольника)В данном примере  $\nu = 7$ ,  $g = 8$ ,  $S = 10$ .



*Задача.* Найти площадь фигуры методом Пика:

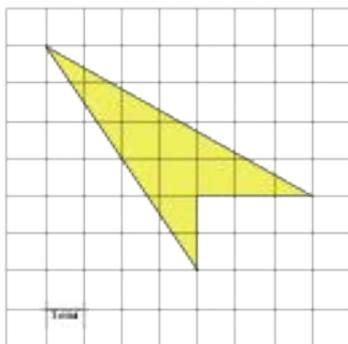
$$\nu = 10, g = 10,$$

$$S = 10 + 0,5 \cdot 10 - 1 = 14 \text{ см}^2$$

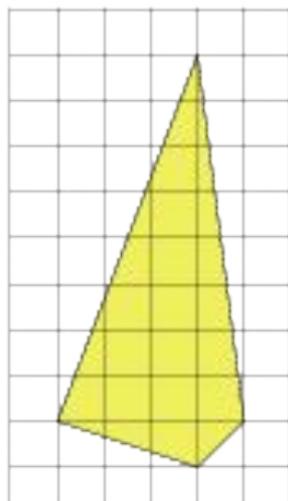


# Метод Пика

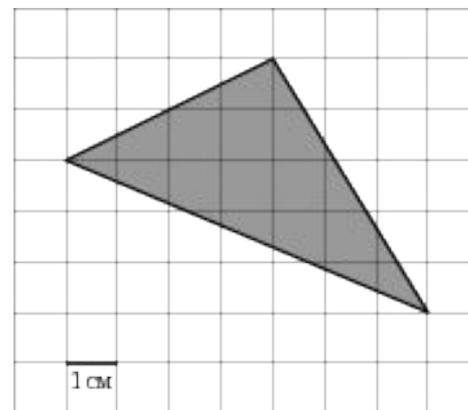
- 📌 *Задачи.* На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображена фигура. Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



$$v = 7, g = 8,$$
$$S = 7 + 0,5 \cdot 8 - 1 = 10 \text{ см}^2$$



$$v = 17, g = 4,$$
$$S = 17 + 0,5 \cdot 4 - 1 = 18 \text{ см}^2$$



$$v = 12, g = 4,$$
$$S = 12 + 0,5 \cdot 4 - 1 = 12 \text{ см}^2$$

**Спасибо за внимание!**

