

Урок 3

Определение и признак перпендикулярности плоскостей

Определение и признак параллельности прямой и плоскости

Постройте плоскость, параллельную данной прямой и проходящую через

а) заданную точку;

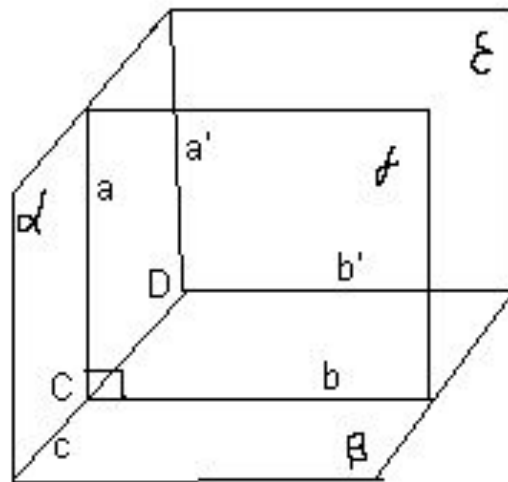
б) другую данную прямую,

**Пусть $a \parallel b$, $a \parallel \alpha$, b имеет с плоскостью α общую точку.
Докажите, что прямая b лежит в плоскости α**

Определение.

Плоскости α и β называются перпендикулярными, если существует плоскость γ , перпендикулярная их линии пересечения и пересекающая их по взаимно перпендикулярным прямым.

$$\alpha \perp \beta \Leftrightarrow \exists \gamma \mid \alpha \cap \beta = c \perp \gamma; \gamma \cap \alpha = a; \gamma \cap \beta = b; a \perp b$$

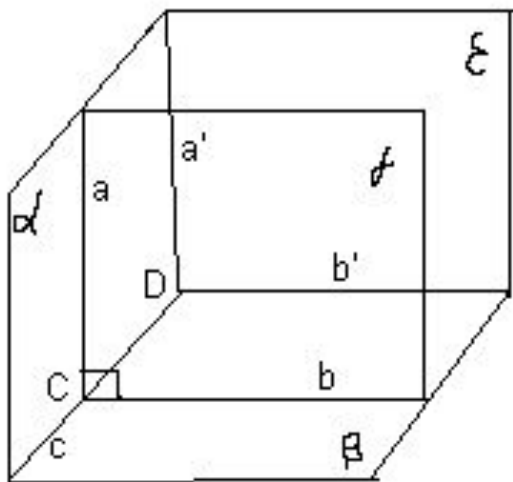


Сколько таких плоскостей γ существует?

Что необходимо доказать,
чтобы это определение было *корректным*?

Докажем,

что перпендикулярность α и β не зависит от выбора γ

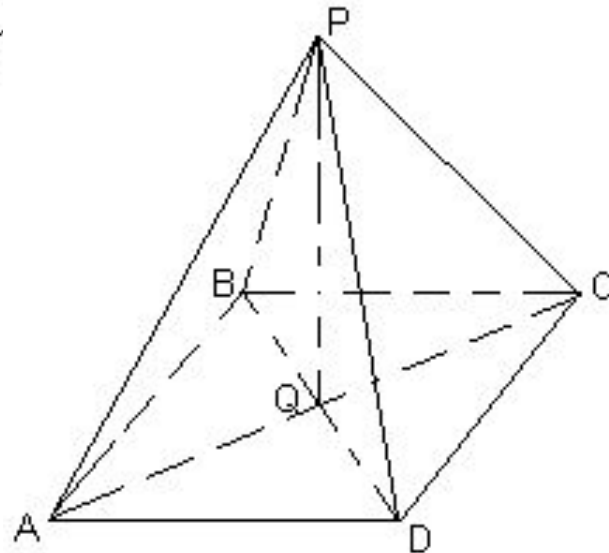
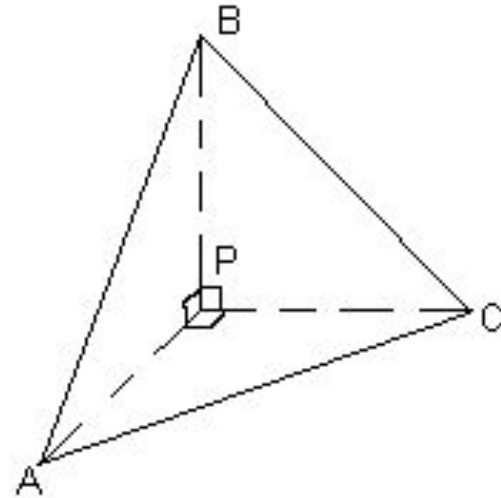
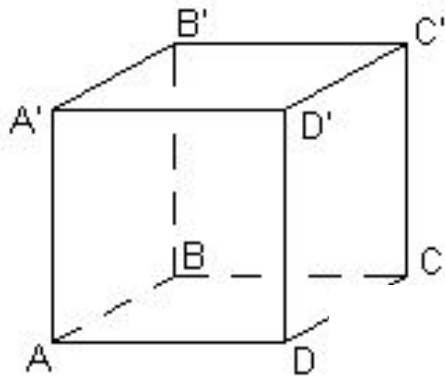


Пусть $\exists \epsilon \mid c \perp \epsilon; \epsilon \cap \alpha = a'; \epsilon \cap \beta = b'$

тогда $c \perp \gamma; c \perp \epsilon \Rightarrow \gamma$

$\parallel \epsilon$
значит $a \parallel a'$ и $b \parallel b'$, то есть, $a' \perp b'$

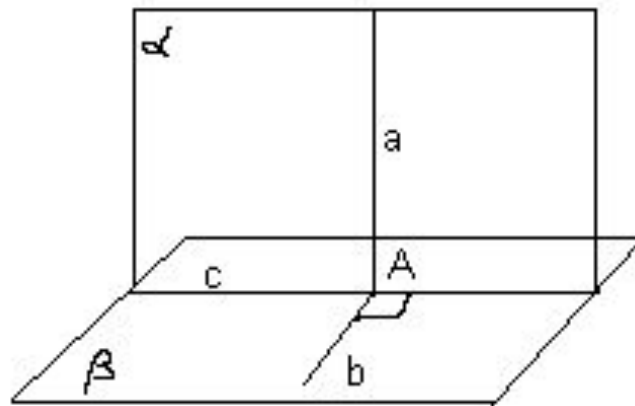
Укажите пары перпендикулярных плоскостей в каждой из фигур и обоснуйте.



Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей

Теорема. Если плоскость содержит перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны

Дано: $a \perp \beta$; $a \subset \alpha$. Доказать:
 $\alpha \perp \beta$.

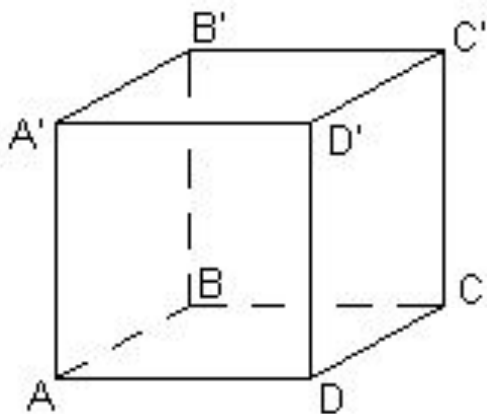


Доказательство.

- 1) Пусть $a \cap \beta = A$, тогда $\alpha \cap \beta = c \mid A \in c$.
- 2) $\exists b \subset \beta \mid A \in b$ и $b \perp c$.
- 3) Так как $a \perp \beta$, то $a \perp c$ и $a \perp b$.
- 4) $\exists \gamma \mid a \subset \gamma$ и $b \subset \gamma$, причем, $c \perp \gamma$ (признак перпендикулярности прямой и плоскости).
Таким образом, $\alpha \perp \beta$ (по определению).

Пользуясь доказанным признаком, обоснуйте перпендикулярность плоскостей:

а) (ABC) и (BDD')



б) (PAC) и (PBC)

