

МОУ СОШ № 7

Интеллектуальный марафон по геометрии

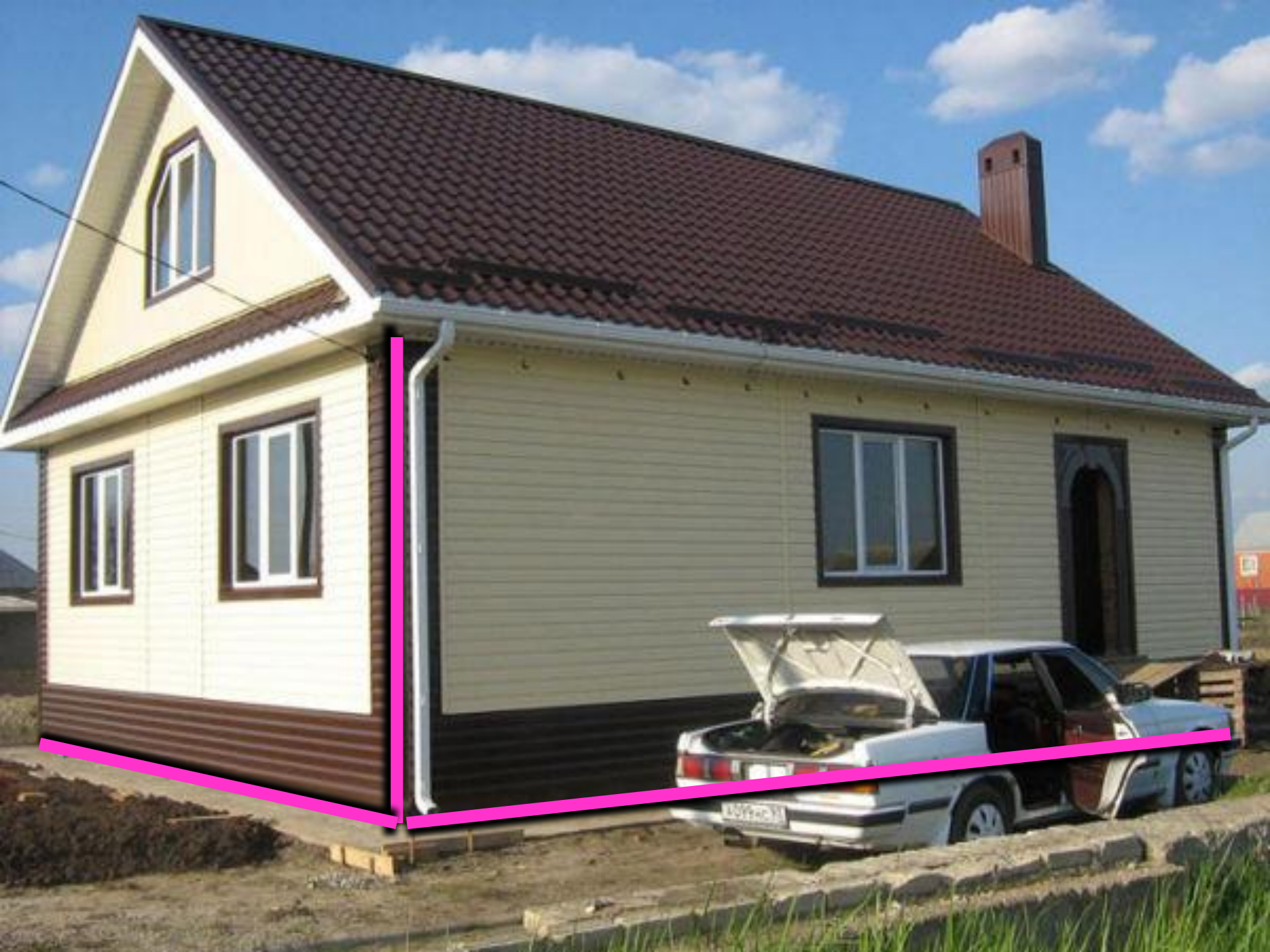
*Перпендикулярность
в пространстве*

Подготовила:
Ученица 10 класса «б»
Лаврова Дарья
Учитель:
Архипова Елена Сергеевна

The background of the image consists of concentric, circular ripples on a light blue surface, likely water, emanating from a central point. A small, dark, circular object is visible at the top center, possibly a drop of water or a small hole. Overlaid on this background is a rectangular text box with a black border. The text inside the box is in a bold, black, sans-serif font. The word "Перпендикулярнос" is on the top line, and "ть" is on the bottom line, together forming the word "Перпендикулярность".

**Перпендикулярнос
ть**

В ЖИЗНИ







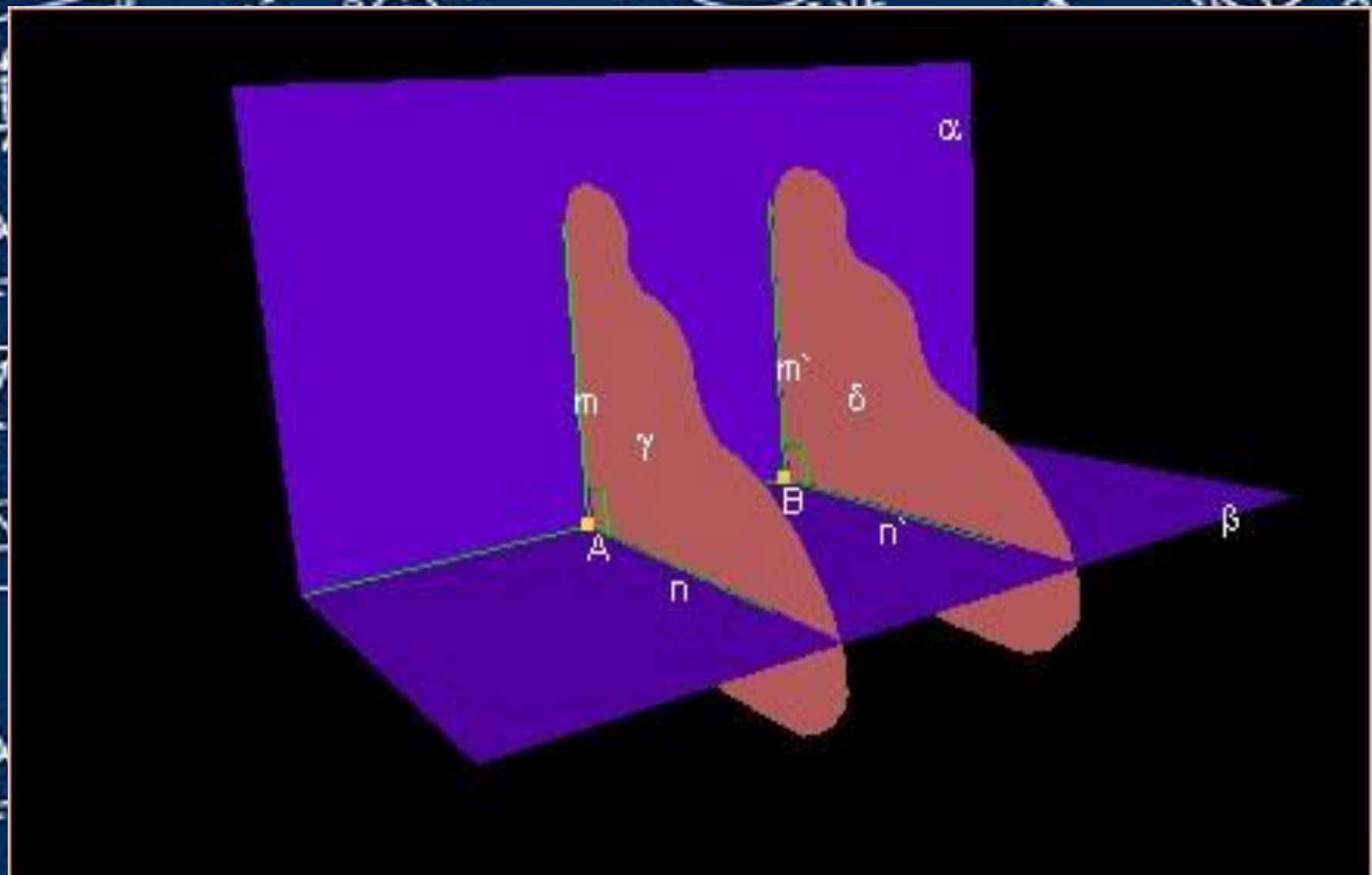


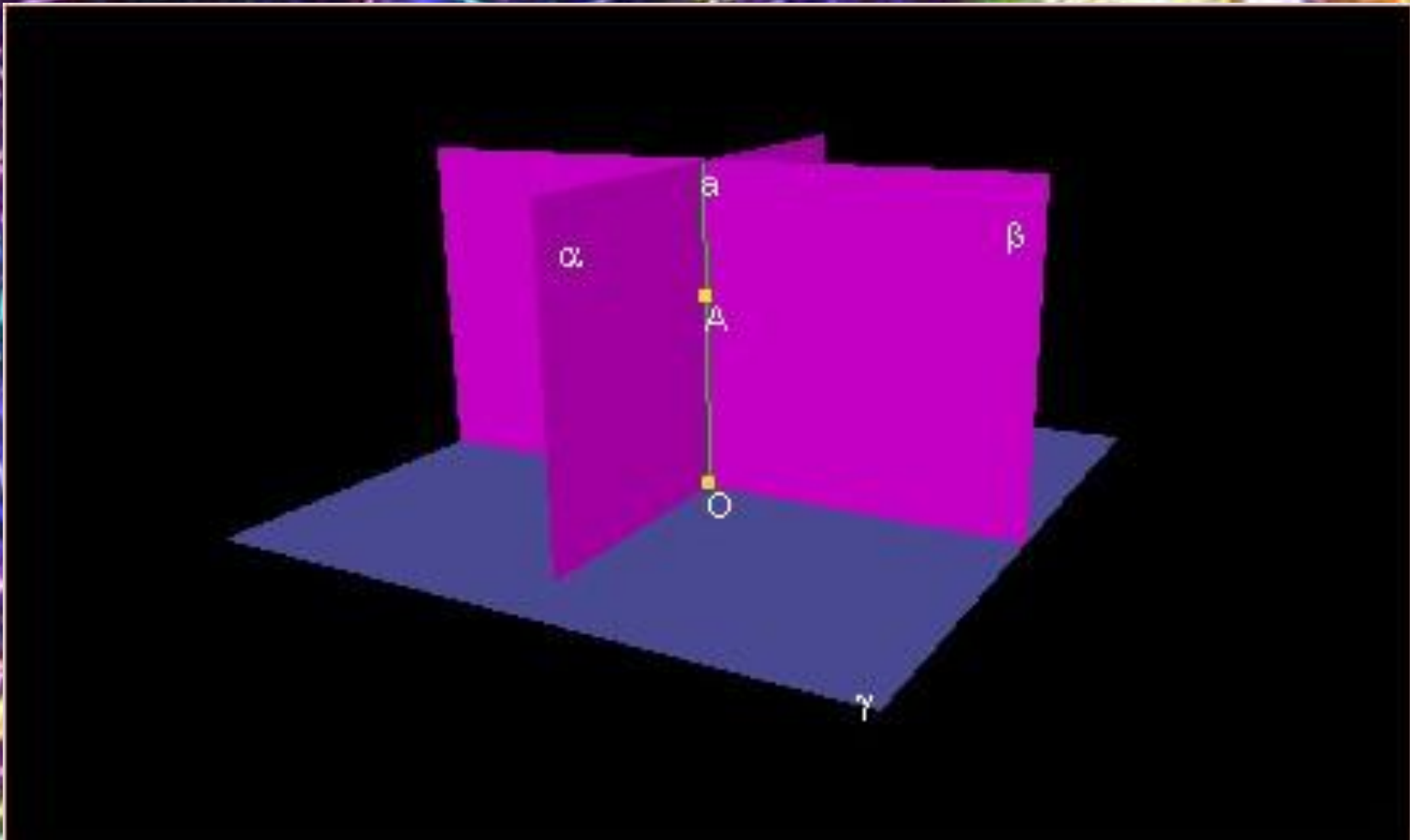


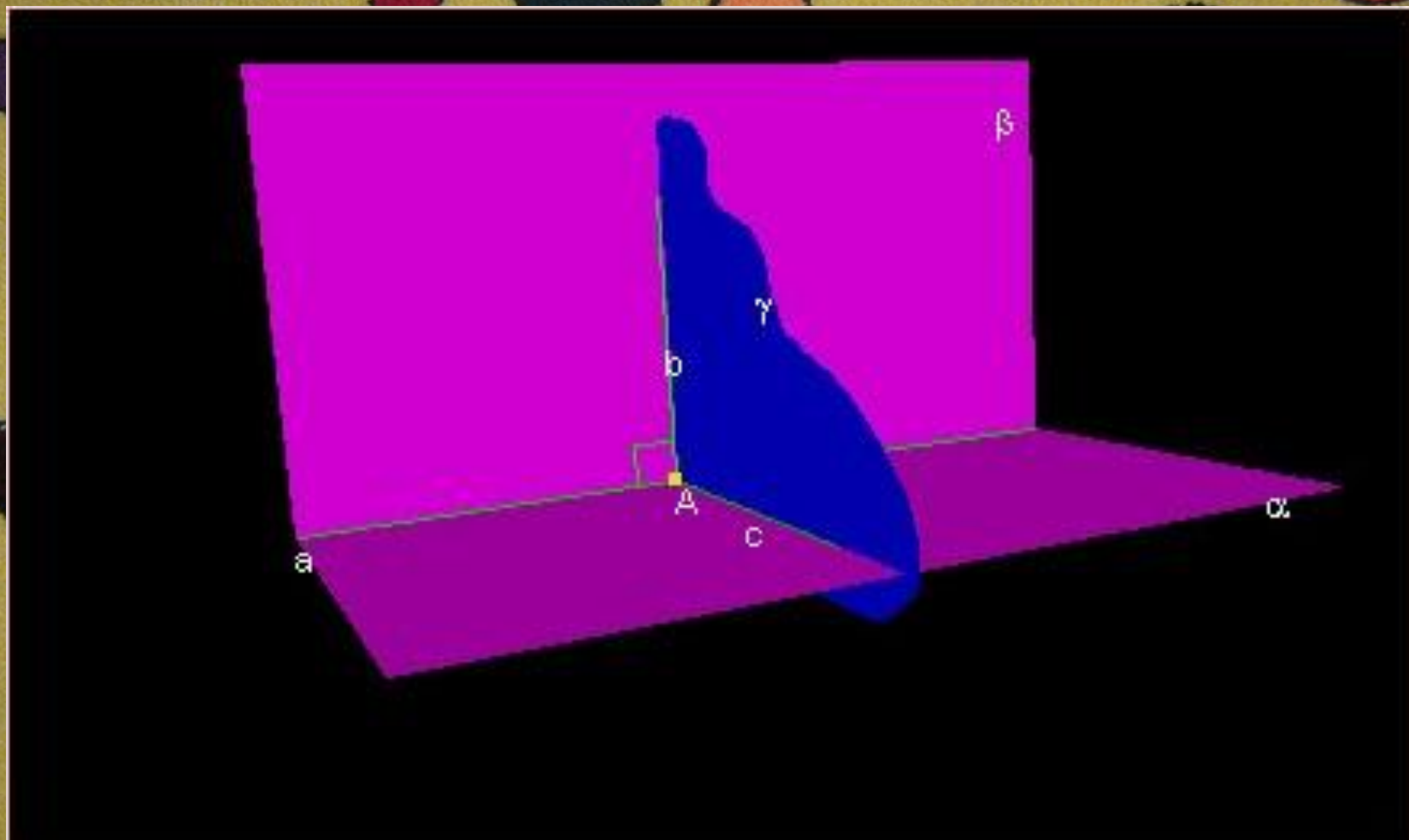


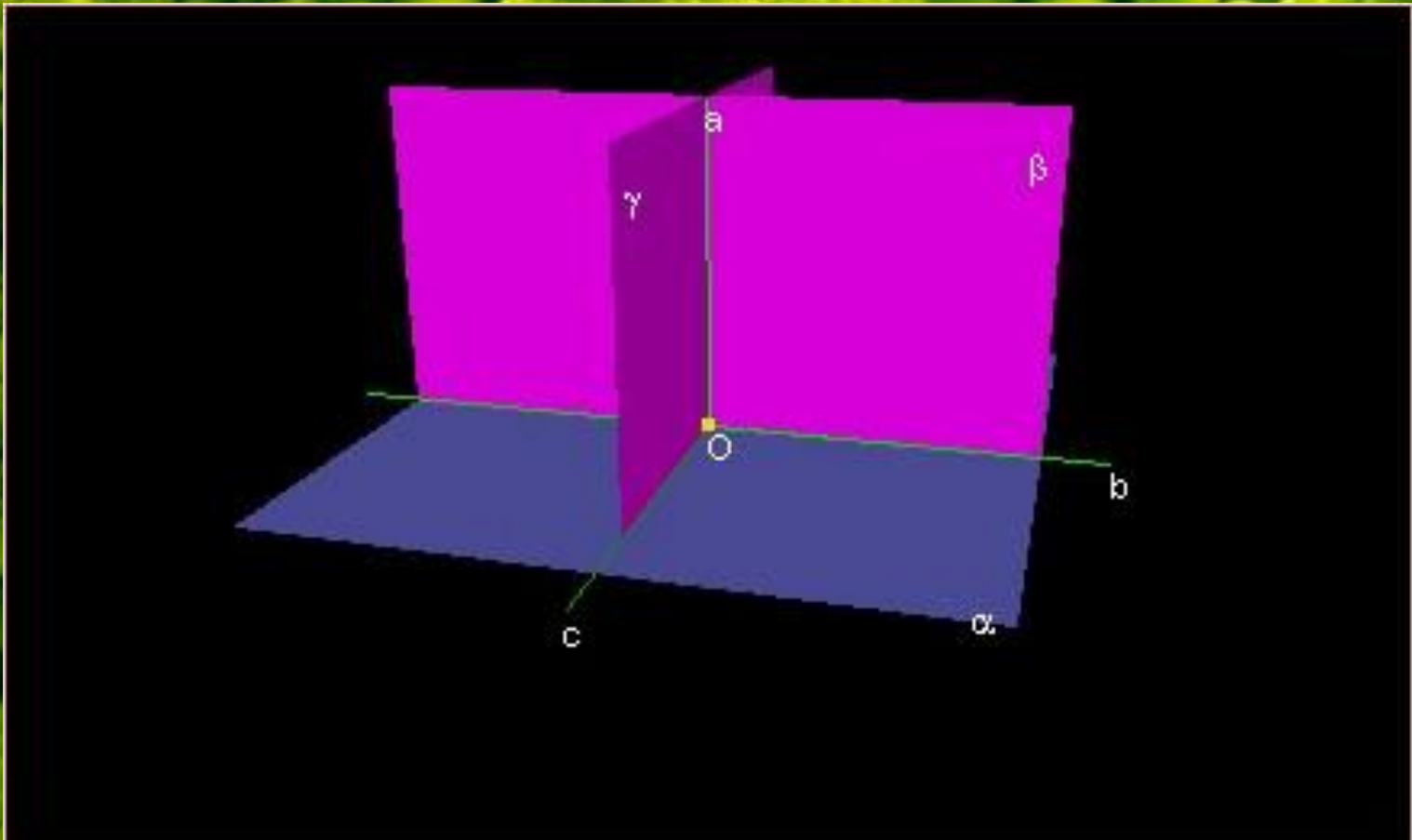
**Перпендикулярность
в**

ПЛОСКОСТЯХ

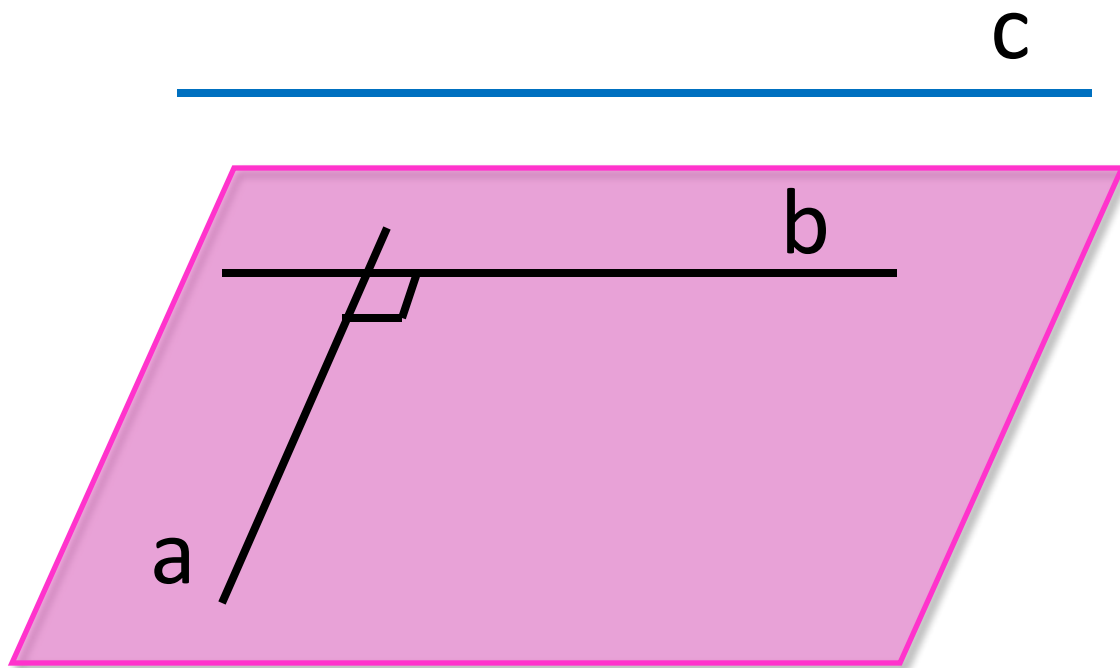








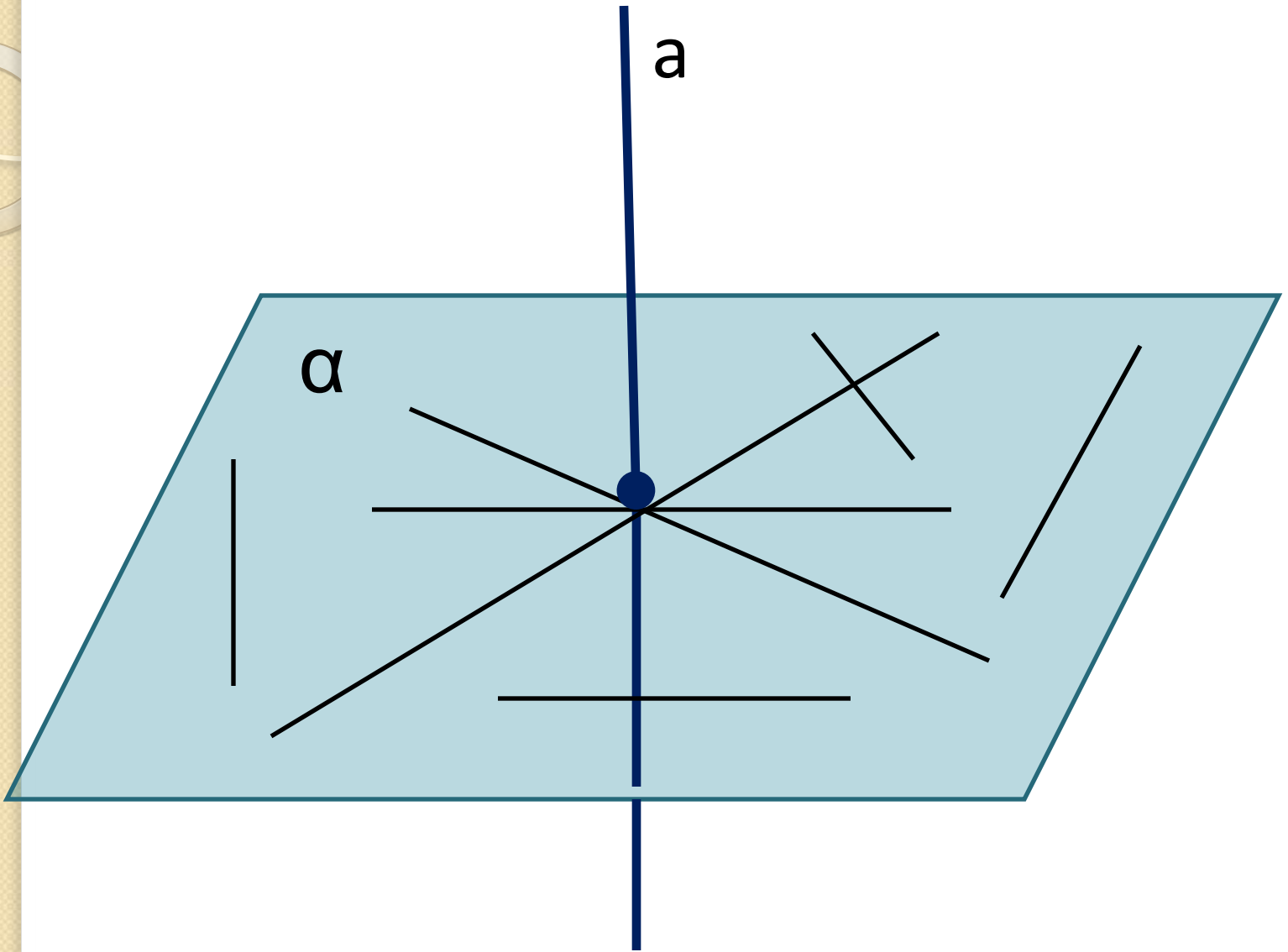
Две прямые в пространстве называются **перпендикулярными** (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90° .



Перпендикулярные прямые a и b пересекаются, а перпендикулярные прямые a и c скрещиваются.

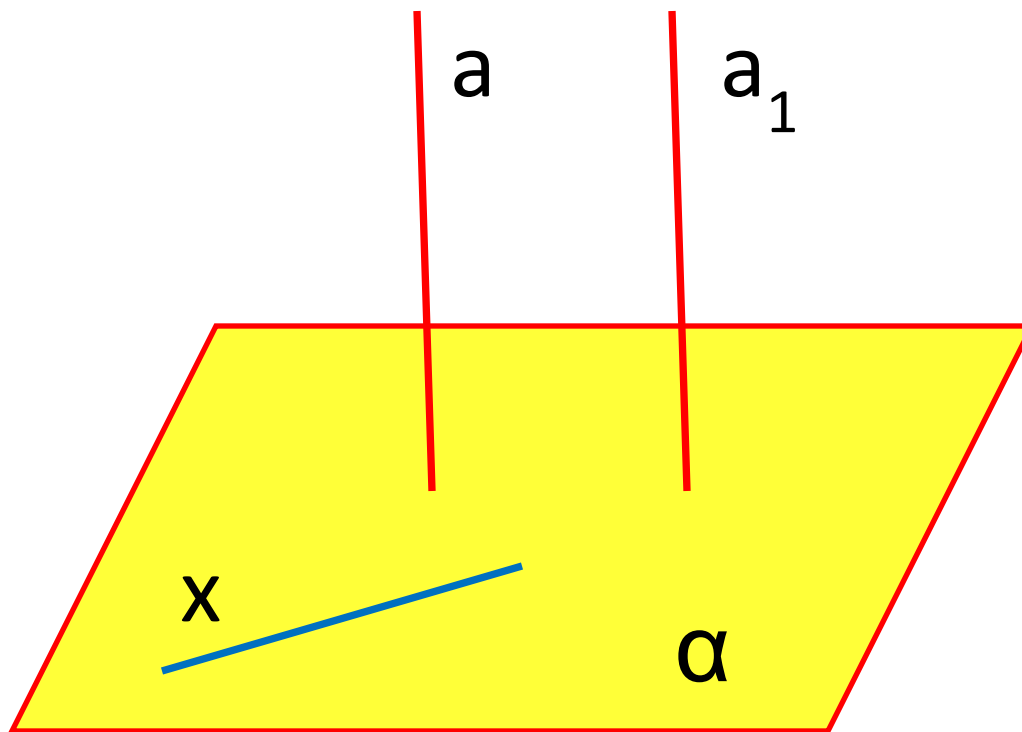
Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости

**Прямая называется
перпендикулярной к плоскости,
если она перпендикулярна к любой
прямой, лежащей в этой
плоскости.**



ТЕОРЕМА

Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.



ТЕОРЕМА
ЕСЛИ ДВЕ
ПРЯМЫЕ
ПЕРПЕНДИКУЛЯР
НЫ
К ПЛОСКОСТИ,
ТО ОНИ



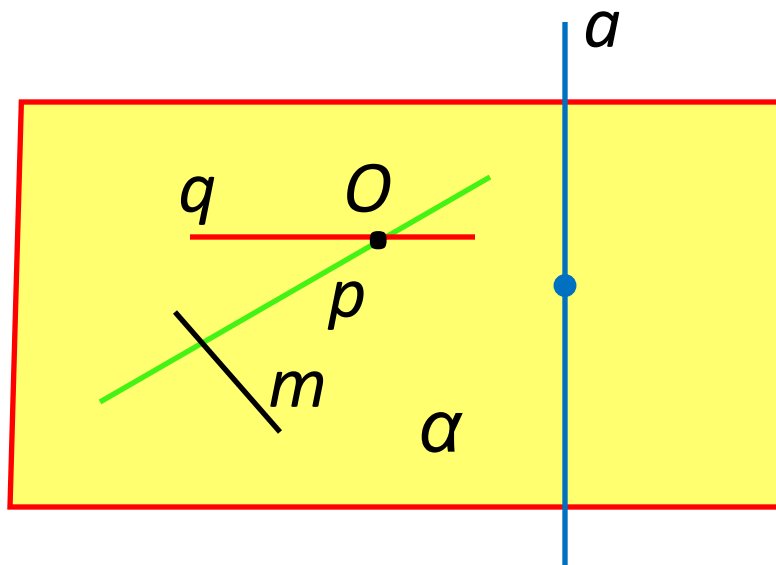
**Признак
перпендикулярности
прямой и плоскости**



Если прямая перпендикулярна к двум пересекающимся прямым, лежащим в плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

Рассмотрим прямую a , которая перпендикулярна к прямым p и q , лежащим в плоскости α и пересекающимся в точке O .

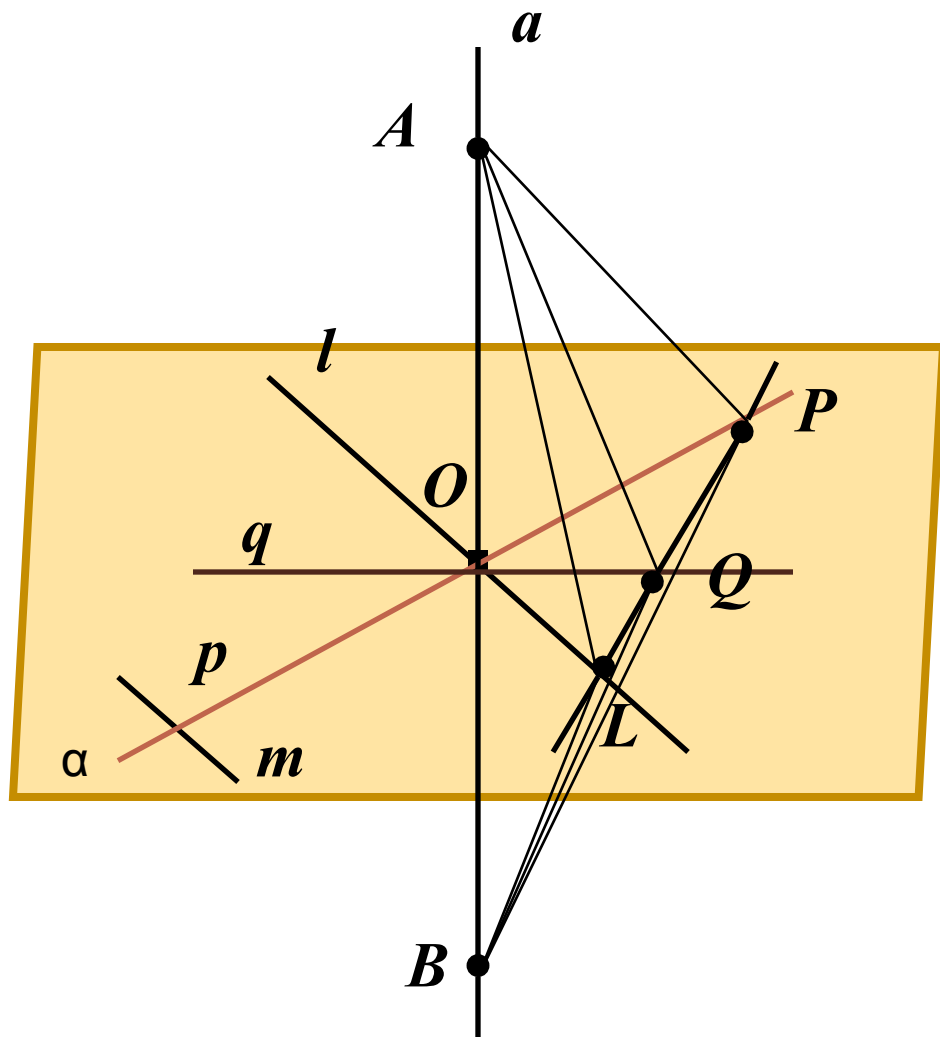


Докажем, что a перпендикулярна α . Для этого нужно доказать, что прямая a перпендикулярна к произвольной прямой m плоскости α .

Рассмотрим случай, когда прямая a проходит через точку O .

Проведем через точку O прямую l , параллельную прямой m (если прямая m проходит через точку O , то в качестве l возьмем саму прямую m).

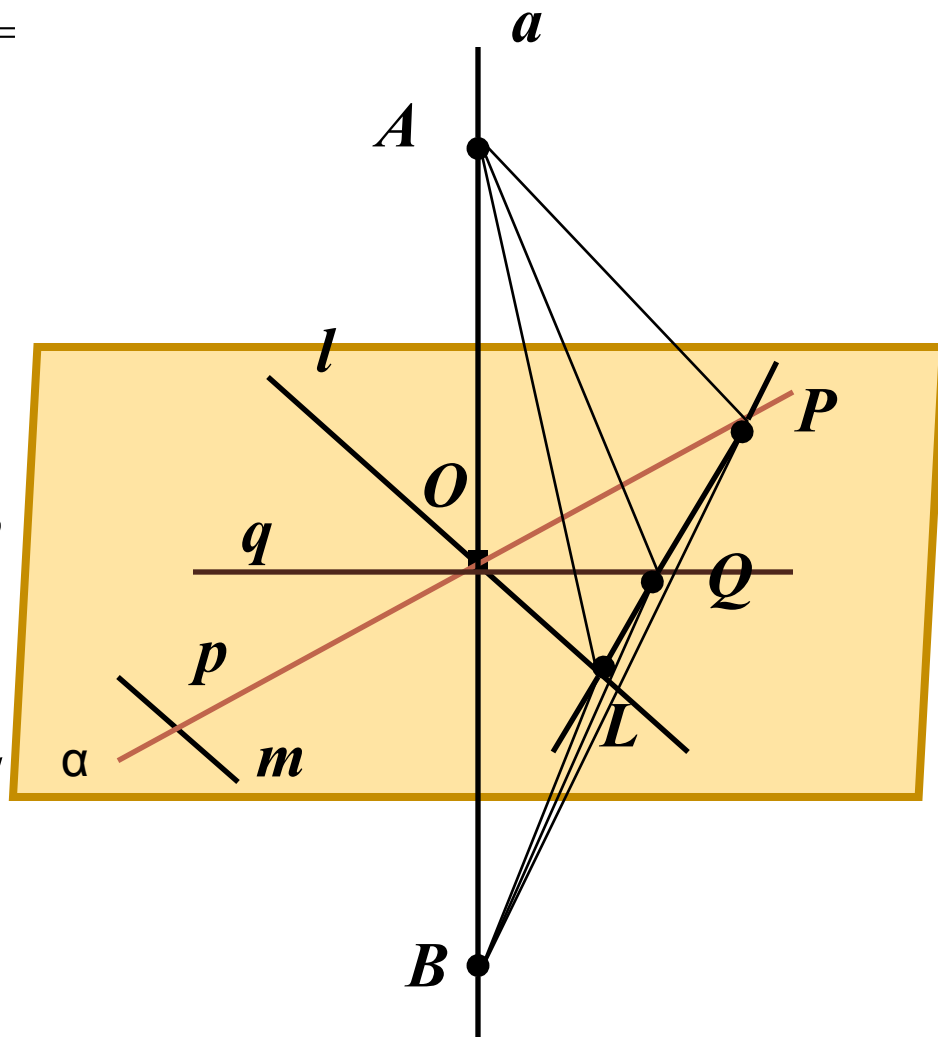
Отметим на прямой a точку A и B так, чтобы точка O была серединой отрезка AB , и проведем в плоскости α прямую, пересекающую прямые p , q и l соответственно в точках P , Q и L . Будем считать, для определенности, что точка Q лежит между точками P и L .



Так как прямые p и q – серединные перпендикуляры к отрезку AB , то $AP = BP$ и $AQ = BQ$. Следовательно, $\triangle APQ = \triangle BPQ$ по трем сторонам. Поэтому $\text{угол } APQ = \text{углу } BPQ$.

Сравним $\triangle APL$ и $\triangle BPL$. Они равны по двум сторонам и углу между ними ($AP = BP$, PL – общая сторона, $\text{угол } APL = \text{углу } BPL$), поэтому $AL = BL$. Но это означает, что треугольники ABL равнобедренный и его медиана LO является высотой, т. е. l перпендикулярна к a . Так как $l \parallel m$ и l перпендикулярна a , то m перпендикулярна a (по лемме о перпендикулярности двух параллельных прямых к третьей).

Итак, прямая a перпендикулярна к любой прямой m плоскости α , т. е. a перпендикулярна α .



Рассмотрим теперь случай, когда прямая a не проходит через точку O . Проведем через точку O прямую a_1 , параллельную прямой a . По упомянутой лемме a_1 перпендикулярна к p и a_1 перпендикулярна к q , поэтому по доказанному в первом случае a_1 перпендикулярна α . ТЕОРЕМА ДОКАЗАНА.

