



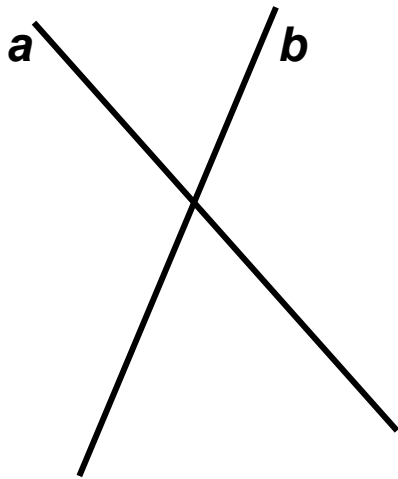
**Скрещивающиеся  
прямые.**

---

**Углы с  
сонаправленными  
сторонами.**

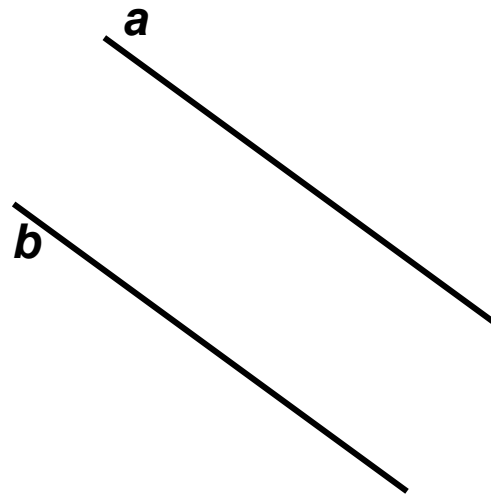
**Угол между прямыми.**

# Расположение 2-х прямых на плоскости



$$a \cap b = A$$

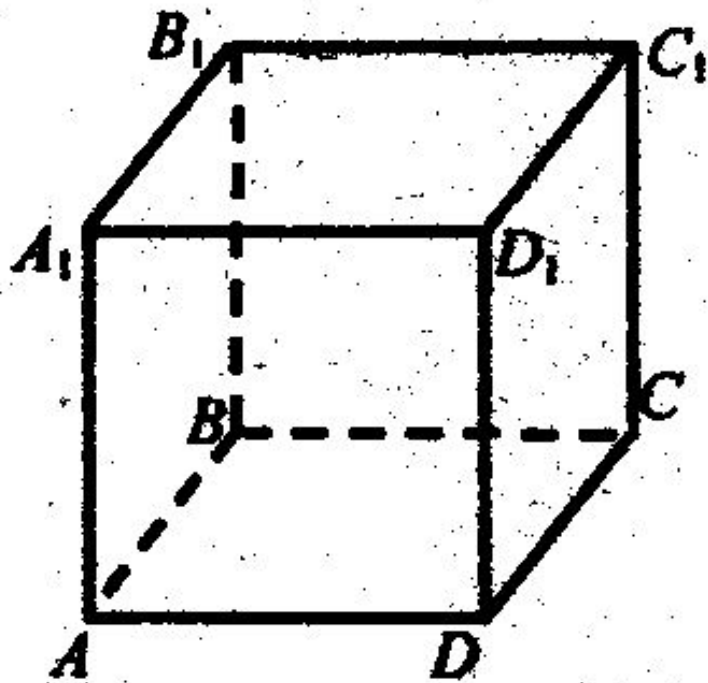
пересекаются



$$a \parallel b$$

параллельны

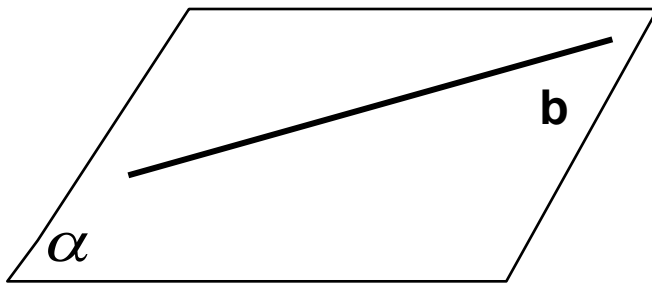
# Ответьте на вопросы по чертежу:



- Являются ли параллельными прямые  $AA_1$  и  $DD_1$ ;  $AA_1$  и  $CC_1$ , и почему?
- Каково взаимное расположение прямых  $AA_1$  и  $DC$ ?

# Скрещивающиеся прямые

a



$a \dot{-} b$

скрещивающиеся

**Определение:** Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости (т.е. не существует плоскости, содержащей эти прямые).

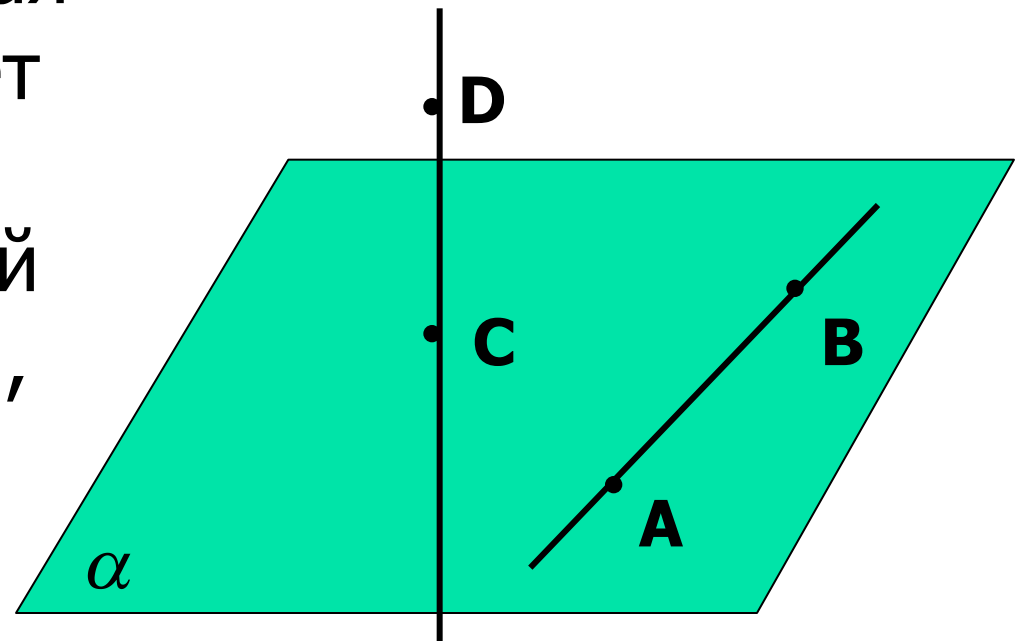
# Признак скрещивающихся прямых

- Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, эти прямые скрещивающиеся.

Дано:

$$AB \subset a, CD \cap \alpha = C, C \notin AB$$

Доказать:  $AB \dot{-} CD$



# Признак скрещивающихся прямых

Доказательство:

Пусть  $CD$  и  $AB$  лежат в одной плоскости  $\beta$ . Тогда

$$\left. \begin{array}{l} C \in \alpha, C \in \beta \\ AB \subset \alpha, AB \subset \beta \end{array} \right| \Rightarrow \alpha \equiv \beta$$

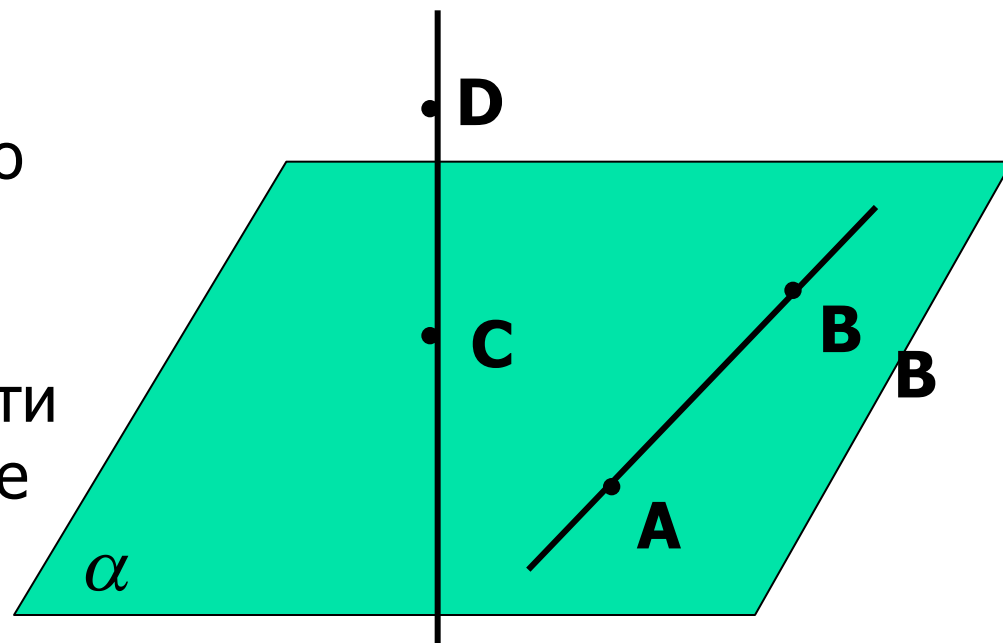
Плоскости совпадают, но по условию прямая  $CD$  пересекает  $\alpha$ .

Следовательно, плоскости  $\beta$  не существует и прямые  $AB$  и  $CD$  скрещиваются.

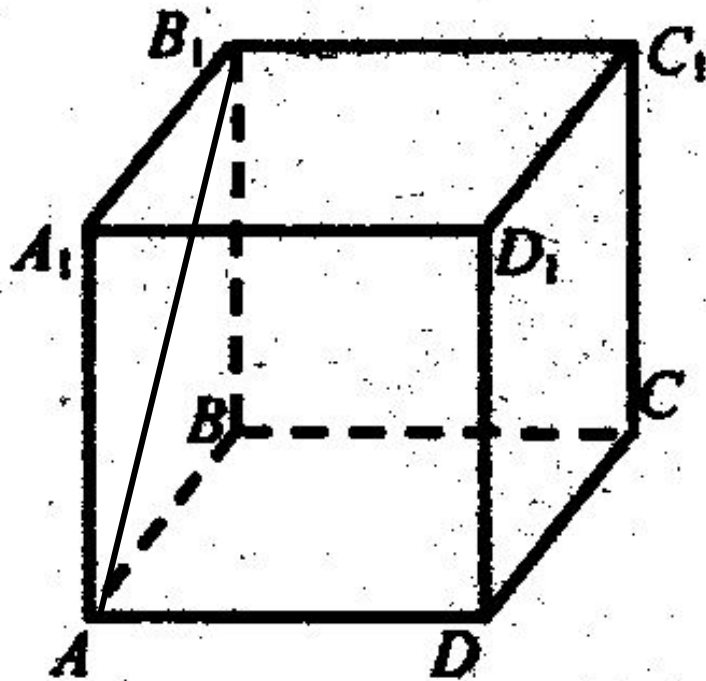
Дано:

$$AB \subset a, CD \cap \alpha = C, C \notin AB$$

Доказать:  $AB \dot{-} CD$



# Ответьте на вопросы по чертежу:



Каково взаимное расположение

- прямых  $AB_1$  и  $DC$ ;
- прямой  $DC$  и плоскости  $AA_1B_1B$ ;
- прямой  $AB_1$  и плоскости  $DD_1C_1C$ ?

# Теорема о плоскостях, проходящих через скрещивающиеся прямые

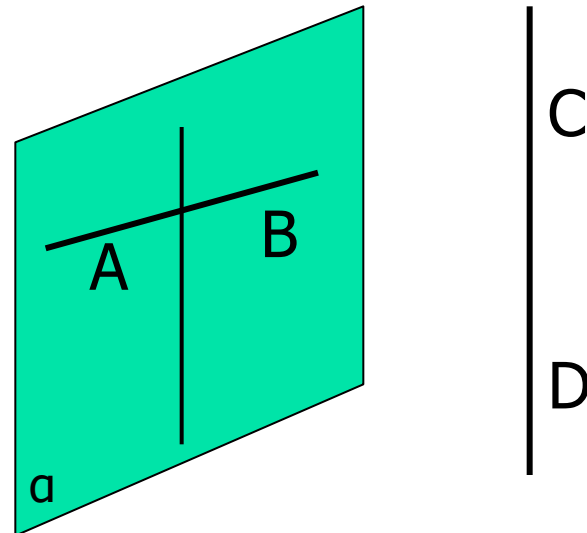
- Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой плоскости, и притом только одна.

Дано:  $AB \dot{\sphericalangle} CD$

Построить:

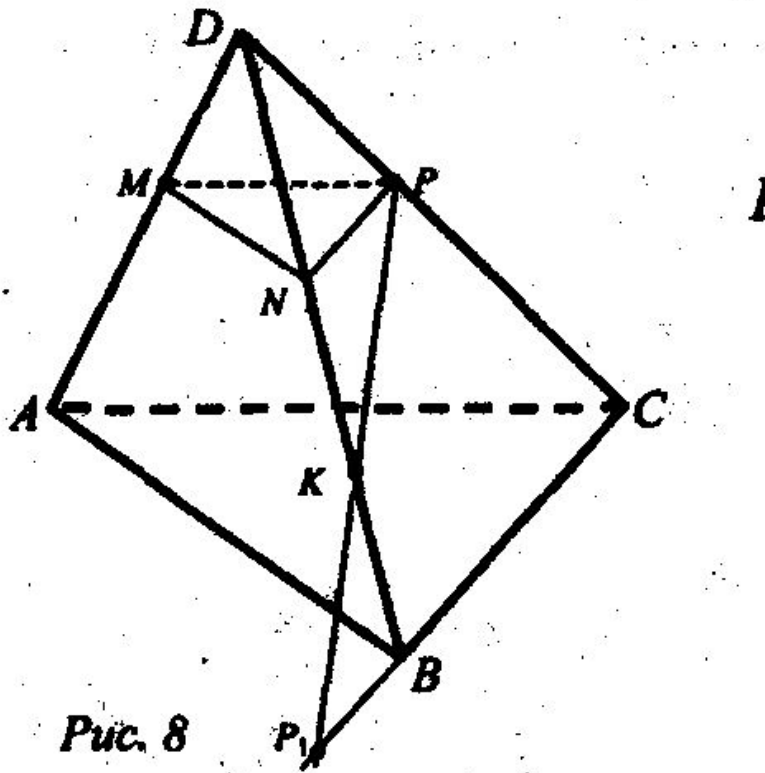
$\alpha : ABCD \parallel \alpha$

Доказать:  $\alpha$  - единственная





# Задача № 34



- Дано:  
 $DE(ABC)$ ,  $AM=MD$ ,  
 $DN=NB$ ,  $DP=PC$ ,  $K \in BN$
- Определить взаимное расположение прямых
  - а)  $ND$  ?  $AB$
  - б)  $PK$  ?  $BC$
  - в)  $MN$  ?  $AB$
  - г)  $MP$  ?  $AC$
  - д)  $KN$  ?  $AC$
  - е)  $MD$  ?  $BC$

# Задача № 39

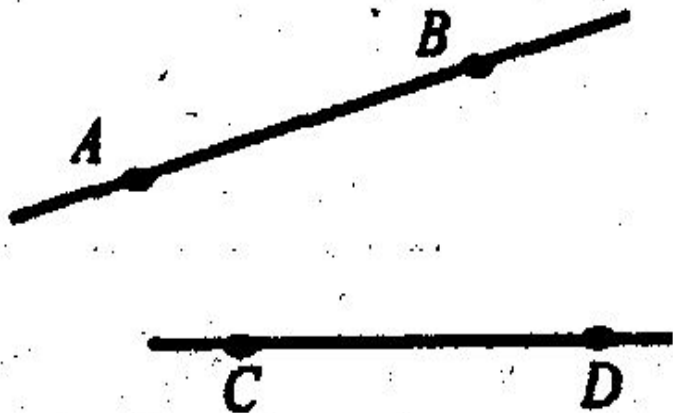


Рис. 9

- Дано:  $AB \dot{\sphericalangle} CD$
- Доказать:  $AD \dot{\sphericalangle} BC$
- Доказательство:
  - 1)  $\{A, C, D\} \in \alpha$  по аксиоме A1
  - 2)  $B \notin \alpha$ , так как  $AB \dot{\sphericalangle} CD$  по определению скрещивающихся прямых
  - 3)  $BC \cap \alpha = C; C \notin AD \Rightarrow AD \dot{\sphericalangle} BC$  по признаку скр. прямых

# Сонаправленные лучи

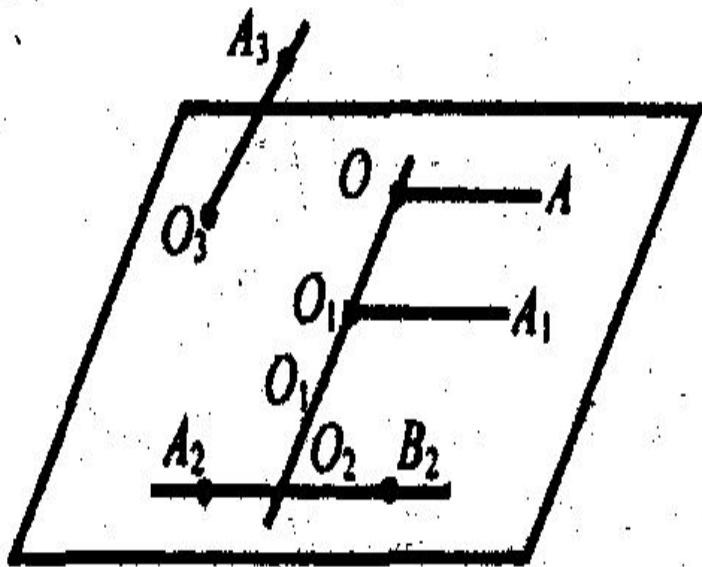


Рис. 1

- Два луча  $OA$  и  $O_1A_1$ , не лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они параллельны и лежат в одной плоскости с границей  $OO_1$ .
- Два луча  $OA$  и  $O_1A_1$ , лежащие на одной прямой, называются сонаправленными, если они совпадают или один из них содержит другой.

# Теорема об углах с сонаправленными сторонами

- Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.

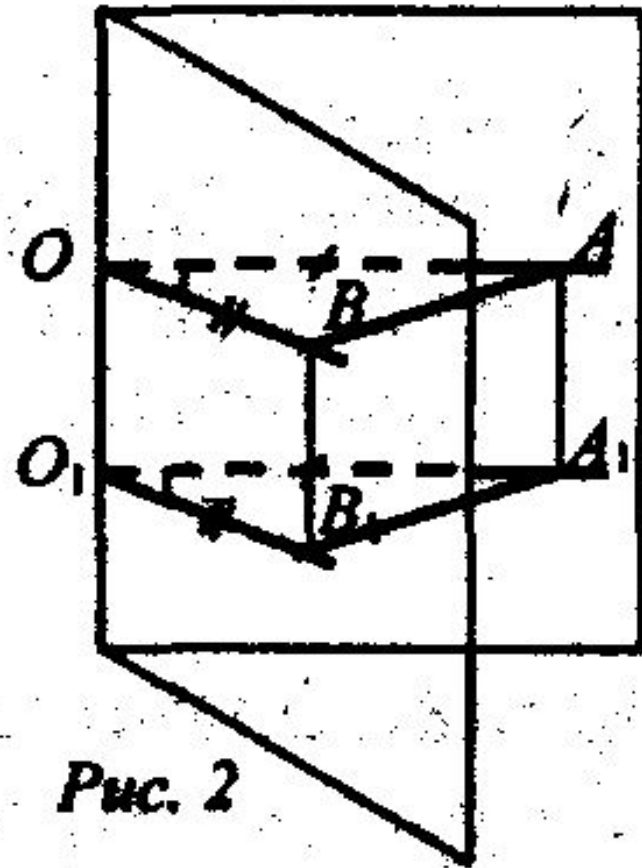


Рис. 2

# Угол между

# скрещивающимися прямыми

- Угол между прямыми – это градусная мера, а не геометрическая фигура.
- Угол между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$  определяется как угол между пересекающимися прямыми  $A_1B_1 \parallel AB$  и  $C_1D_1 \parallel CD$  (от выбора точки  $M_1$  или  $M_2$  величина угла  $\varphi$  не зависит)

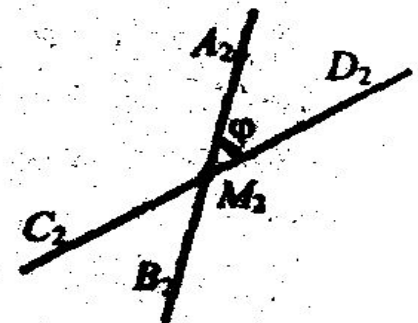
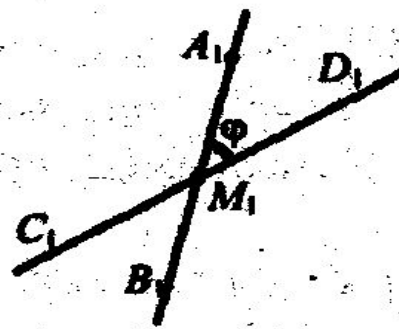
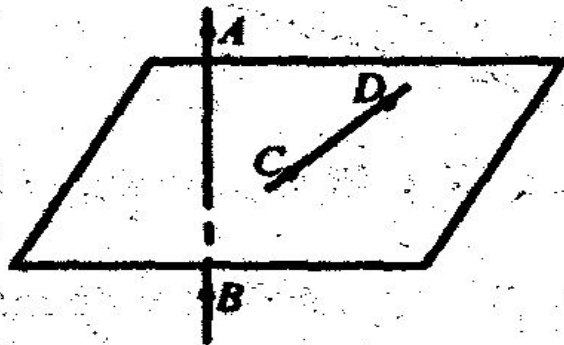


Рис. 3

# Ответьте на вопросы по чертежу:

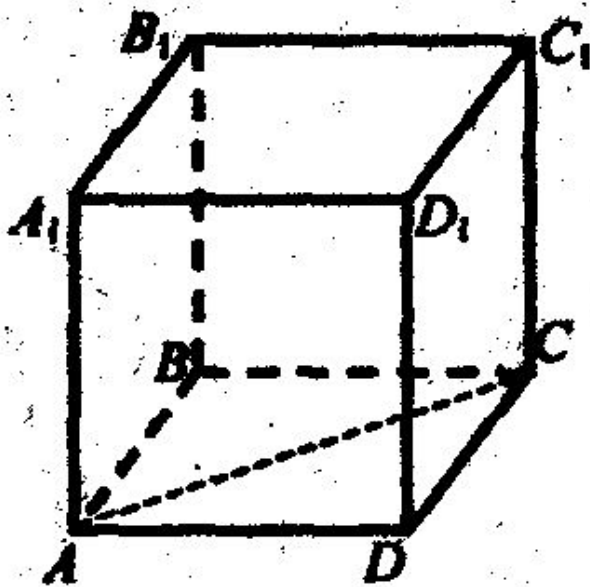
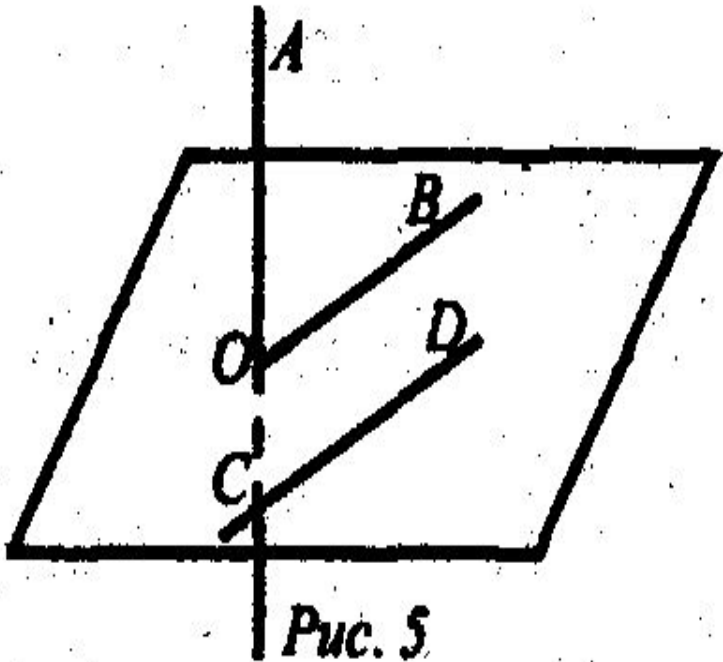


Рис. 4

Найдите угол между прямыми

- $BC$  и  $CC_1$
- $AC$  и  $BC$
- $D_1C_1$  и  $BC$
- $A_1B_1$  и  $AC$

# Задача № 44



■ Дано:

$OB \parallel CD$ ;  $AB \dot{\sphericalangle} CD$

а)  $\angle AOB = 40^\circ$

б)  $\angle AOB = 135^\circ$

в)  $\angle AOB = 90^\circ$

■ Найти:

угол между  $OA$  и  $CD$



# Домашнее задание

---

- п.7-9

- № 36

№ 40

№ 93