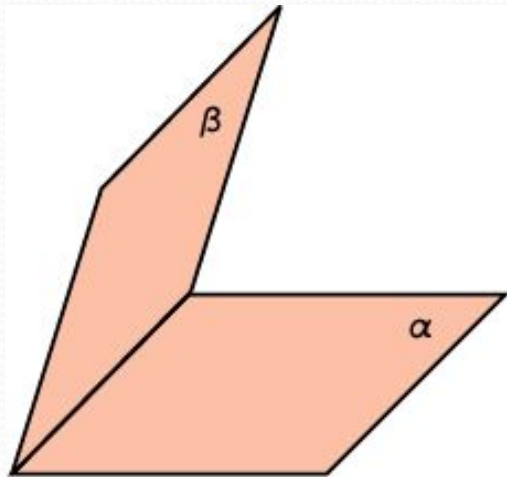


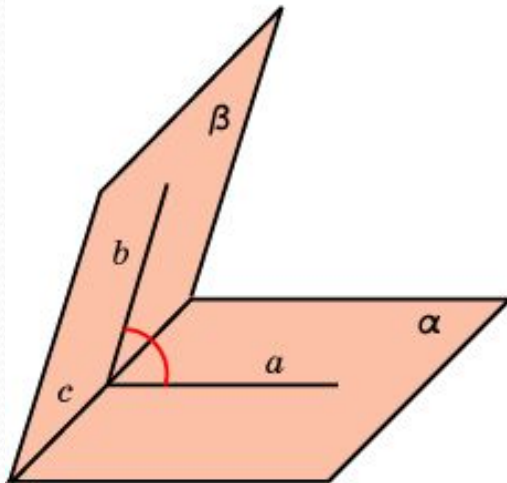
# ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ

## УГОЛ



Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

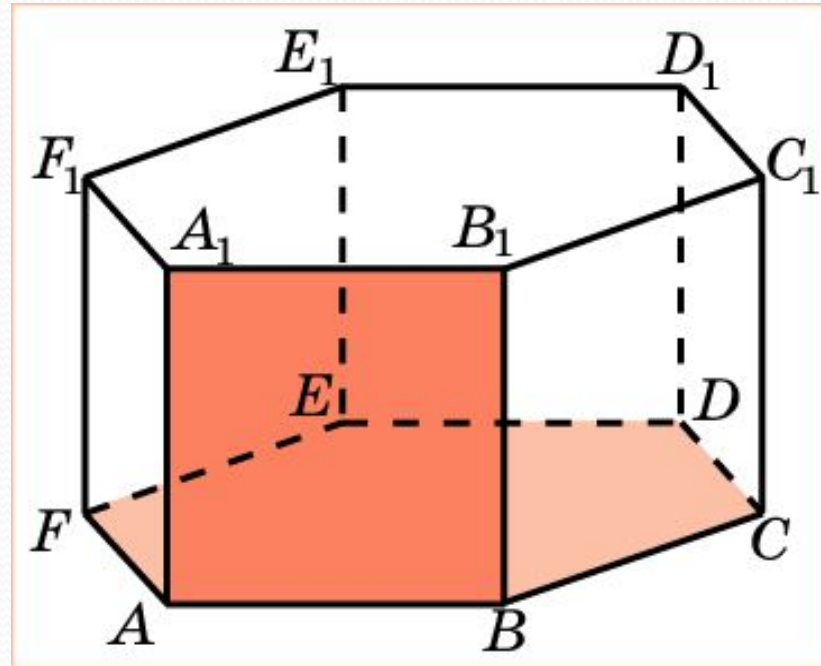
Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.



Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

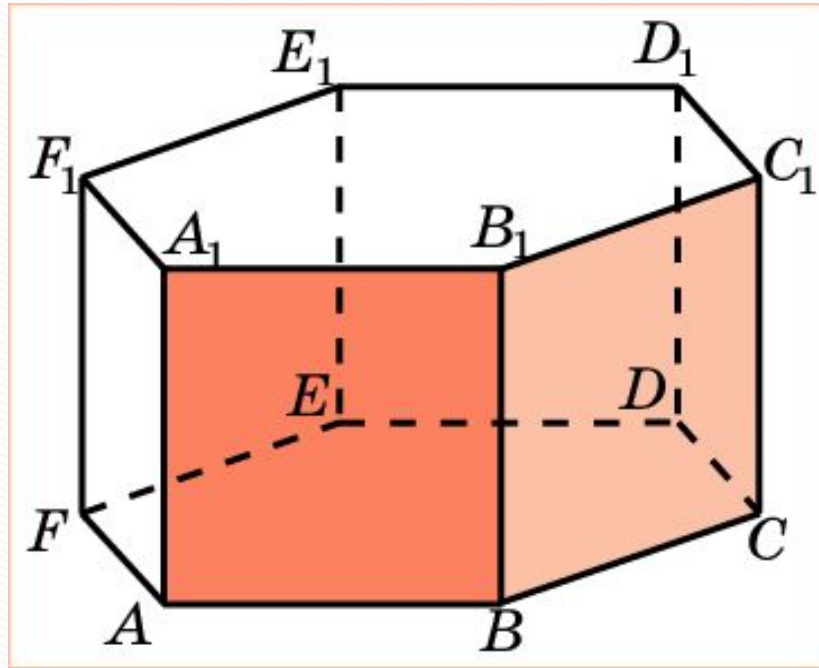
Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ABB_1$ .



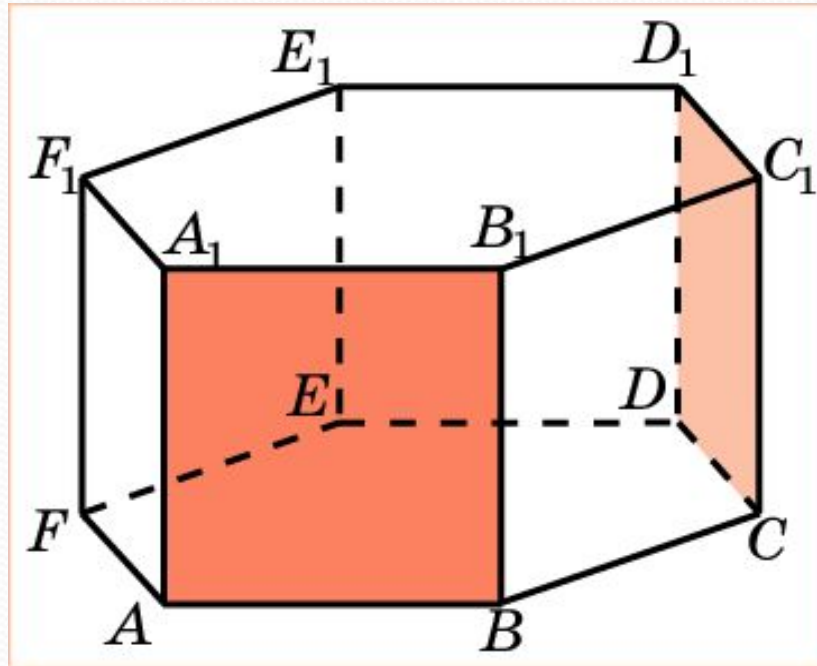
Ответ:  $90^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABB_1$  и  $BCC_1$ .



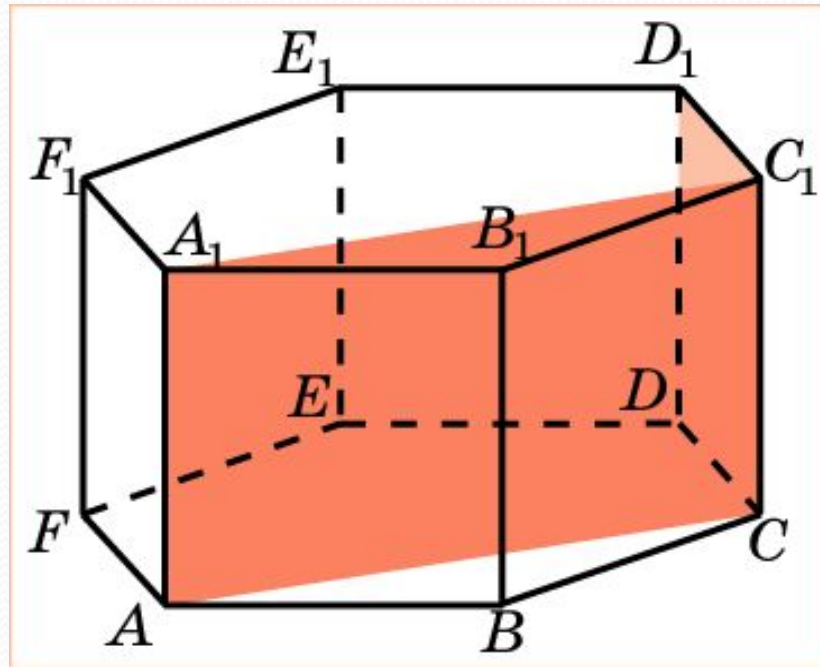
Ответ:  $120^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABB_1$  и  $CDD_1$ .



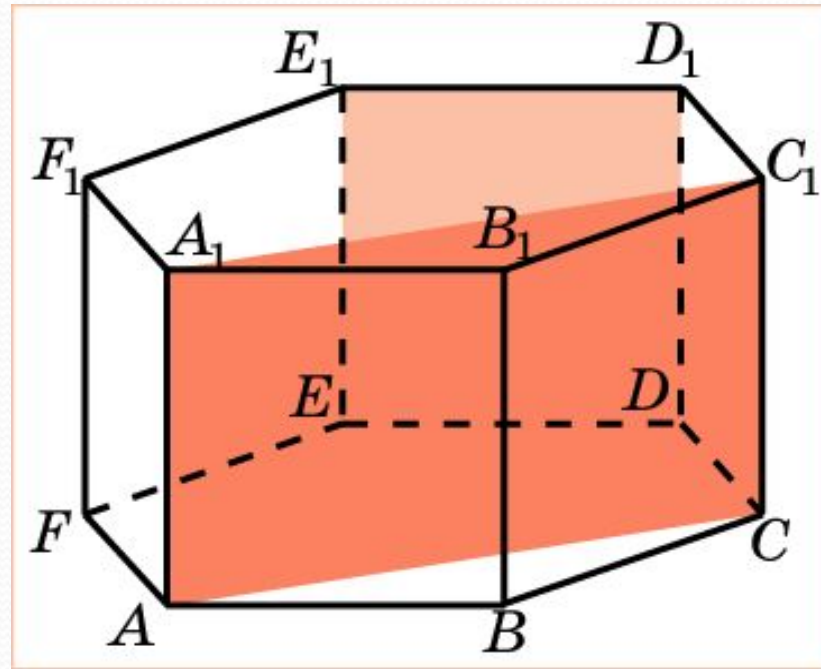
Ответ:  $60^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $CDD_1$ .



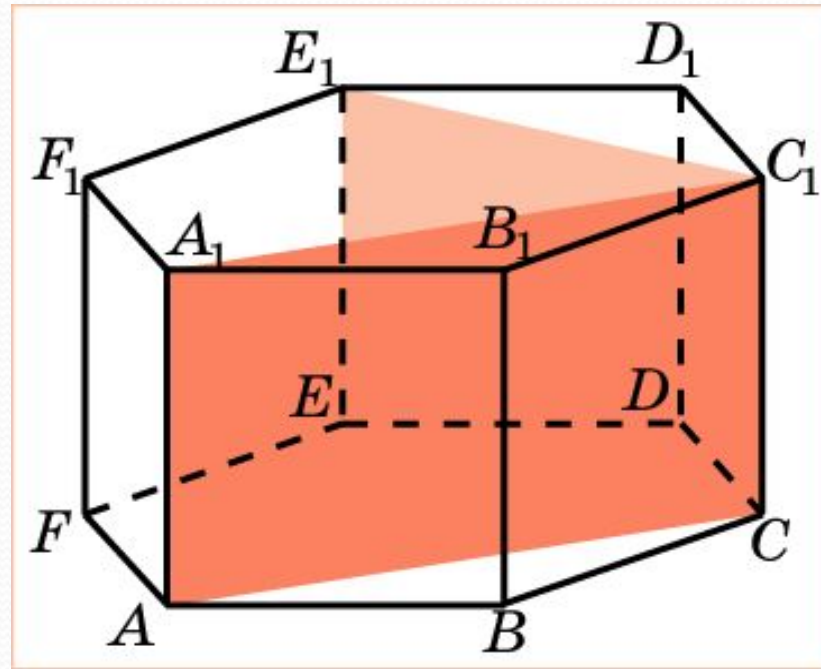
Ответ:  $90^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $DDE_1$ .



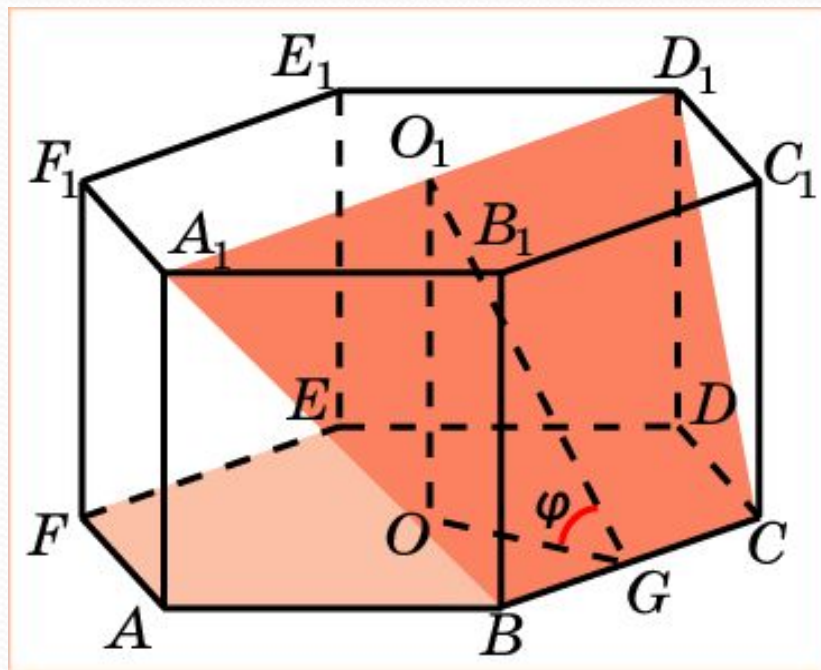
Ответ:  $30^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $C EE_1$ .



Ответ:  $60^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BCD_1$ .



**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $O_1GO$ , где  $O, O_1$  – центры оснований призмы,  $G$  – середина  $BC$ .

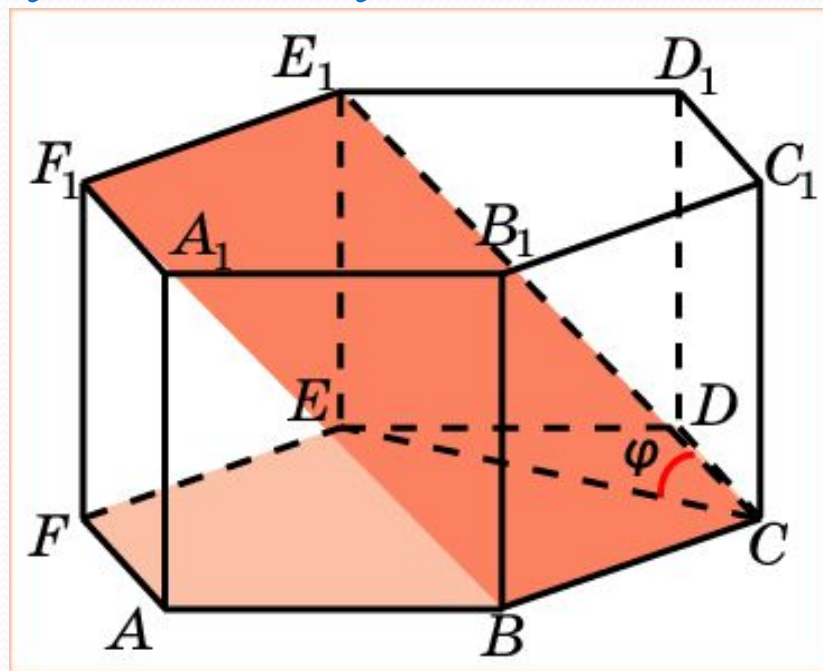
В прямоугольном треугольнике  $O_1GO$  имеем:  $OO_1 = 1, OG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Следовательно,  $tg\varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

**Ответ:**  $tg\varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .



В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BCE_1$ .

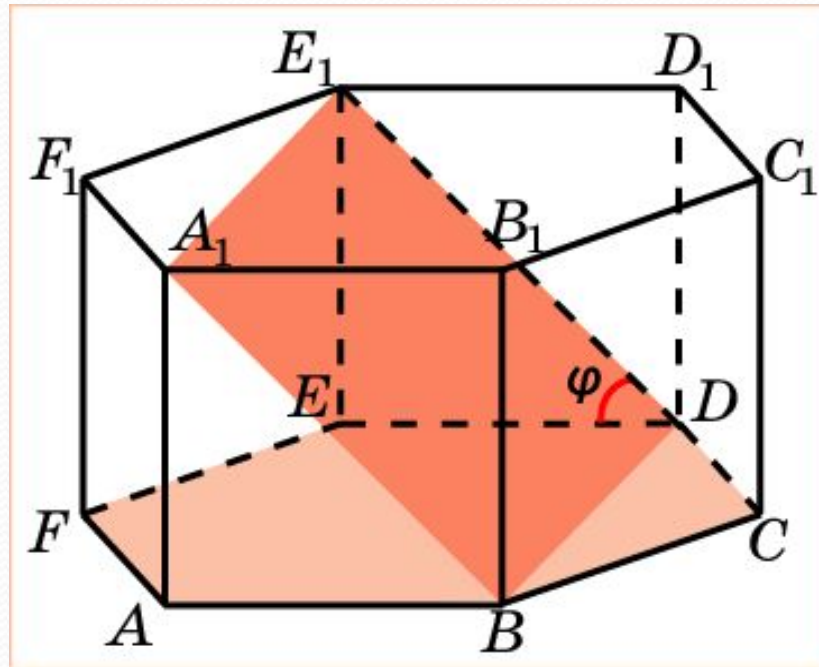


**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $E_1CE$ .

В прямоугольном треугольнике  $E_1CE$  имеем:  $EE_1 = 1$ ,  $CE = \sqrt{3}$ ,  $CE_1 = 2$ . Следовательно,  $\varphi = 30^\circ$

**Ответ:**  $\varphi = 30^\circ$ .

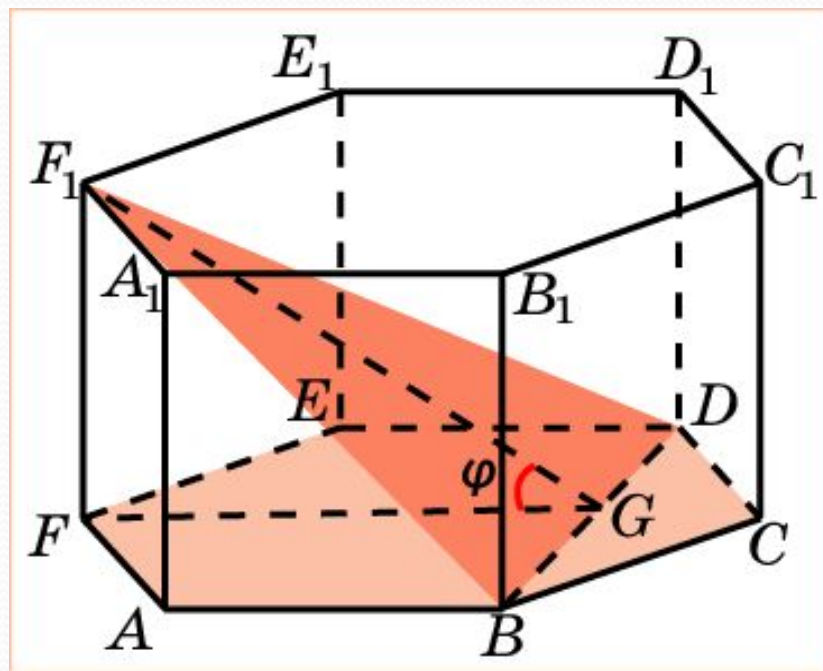
В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDE_1$ .



**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $E_1DE$ . Он равен  $45^\circ$ .

**Ответ:**  $\varphi = 45^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDF_1$ .



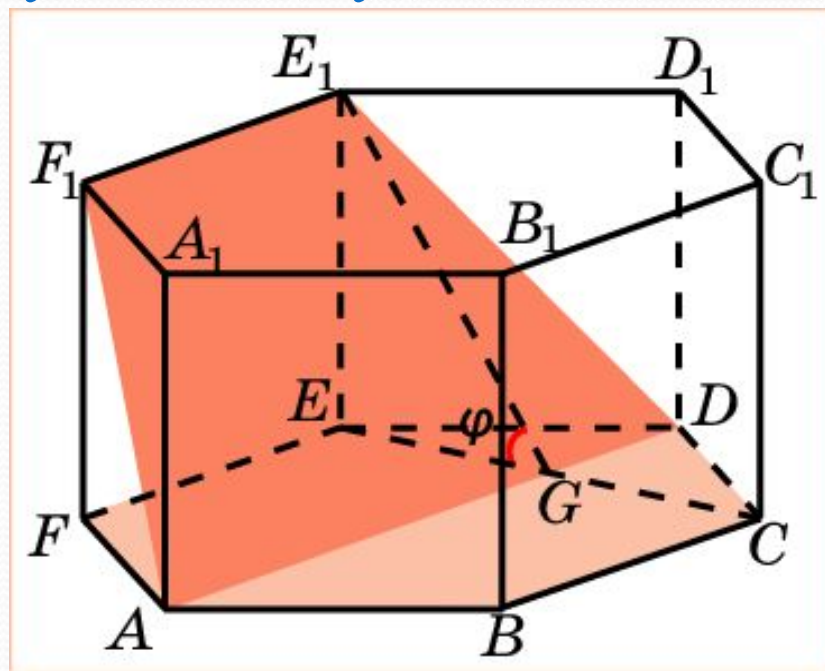
**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $F_1GF$ , где  $G$  – середина  $BD$ .

В прямоугольном треугольнике  $F_1GF$  имеем:  $FF_1 = 1$ ,  $FG = \frac{3}{2}$ .

Следовательно,  $tg\varphi = \frac{2}{3}$ .

Ответ:  $tg\varphi = \frac{2}{3}$ .

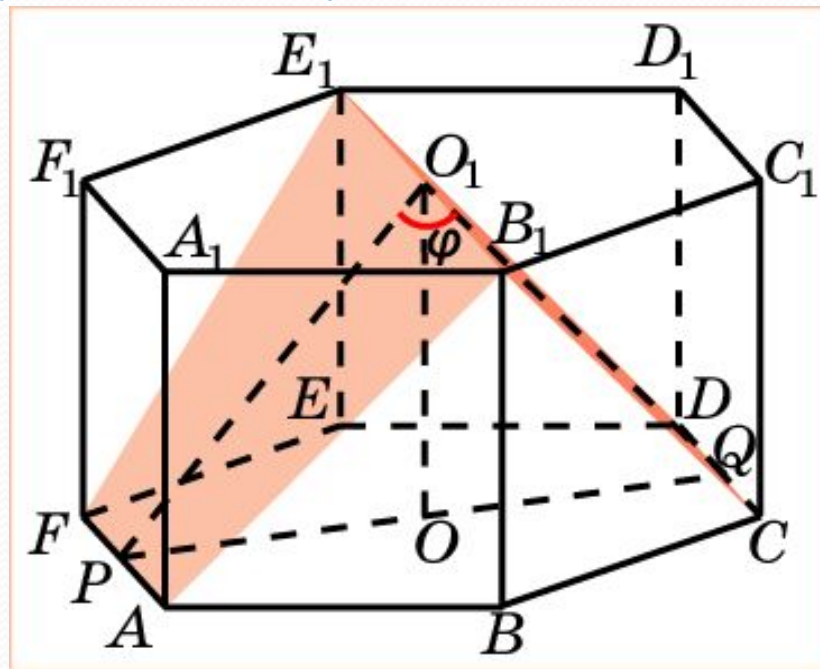
В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $ADE_1$ .



**Решение:** Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $E_1GE$ , где  $G$  – середина  $CE$ . В прямоугольном треугольнике  $E_1GG$  имеем:  $EE_1 = 1$ ,  $EG = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .  
Следовательно,  $tg\varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Ответ:  $tg\varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $CDE_1$  и  $AFE_1$ .

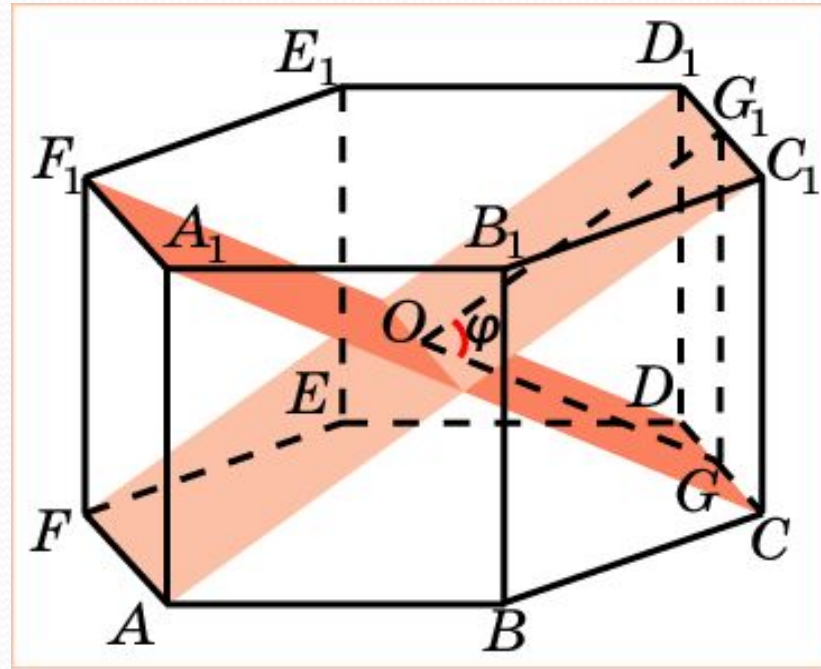


**Решение:** Пусть  $O, O_1$  – центры оснований призмы,  $P, Q$  – середины ребер  $AF$  и  $CD$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $PO_1Q$ . В треугольнике  $PO_1Q$  имеем:  $PO_1 = QO_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}, PQ = \sqrt{3}$ .

Из теоремы косинусов получаем  $\cos \varphi = \frac{1}{7}$ .

**Ответ:**  $\cos \varphi = \frac{1}{7}$ .

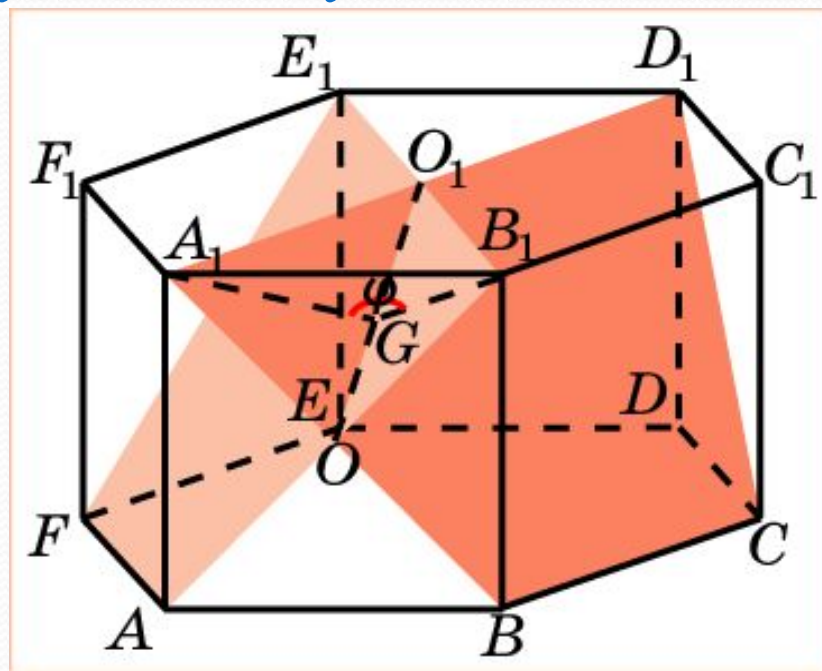
В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $CDF_1$  и  $AFD_1$ .



**Решение:** Пусть  $O$  – центр призмы,  $G, G_1$  – середины ребер  $CD$  и  $C_1D_1$ . Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $GOG_1$ . В треугольнике  $GOG_1$  имеем:  $GG_1 = GO = G_1O = 1$ . Следовательно,  $\varphi = 60^\circ$ .

**Ответ:**  $\varphi = 60^\circ$ .

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $B_1C_1D_1$  и  $A_1F_1E_1$ .



**Решение:** Пусть  $O, O_1$  – центры боковой грани и верхнего основания призмы. Искомый угол  $\varphi$  равен углу  $A_1GB_1$ , где  $G$  – середина  $OO_1$ . В треугольнике  $A_1GB_1$  имеем:  $A_1B_1 = 1, A_1G = B_1G = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Из теоремы косинусов получаем  $\cos \varphi = \frac{1}{7}$ .

**Ответ:**  $\cos \varphi = \frac{1}{7}$ .