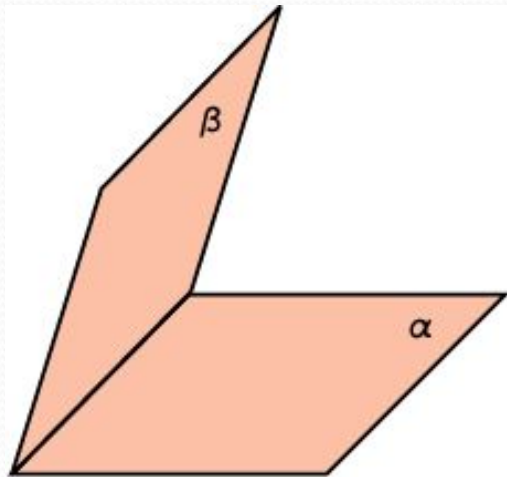


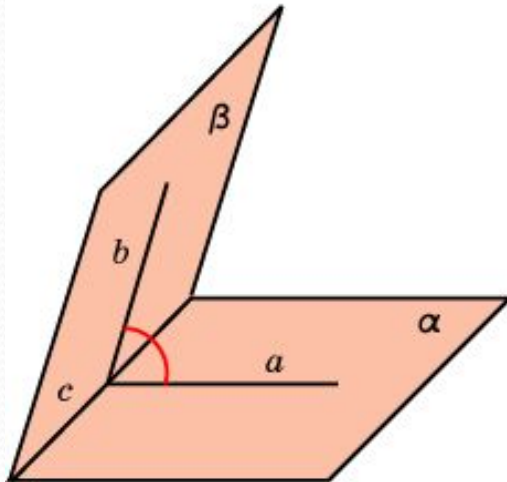
# ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ

## УГОЛ



Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

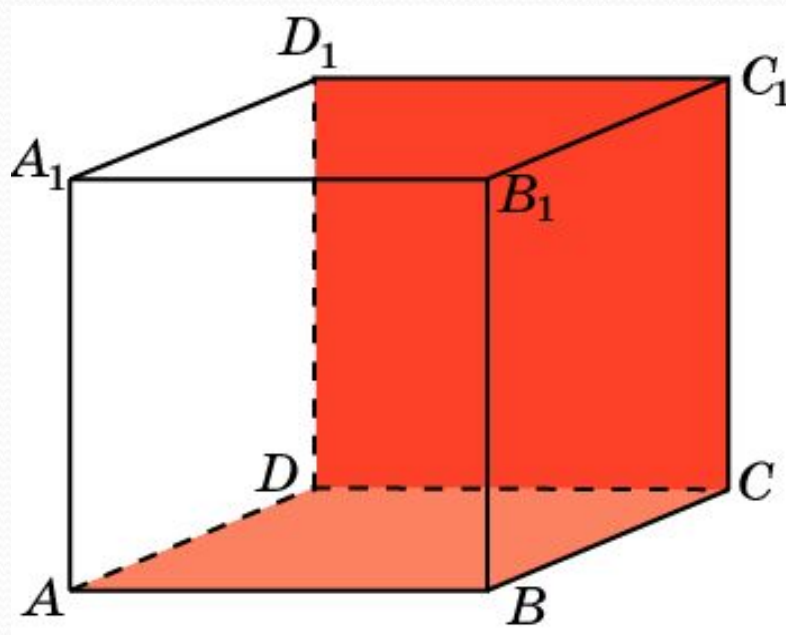
Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.



Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

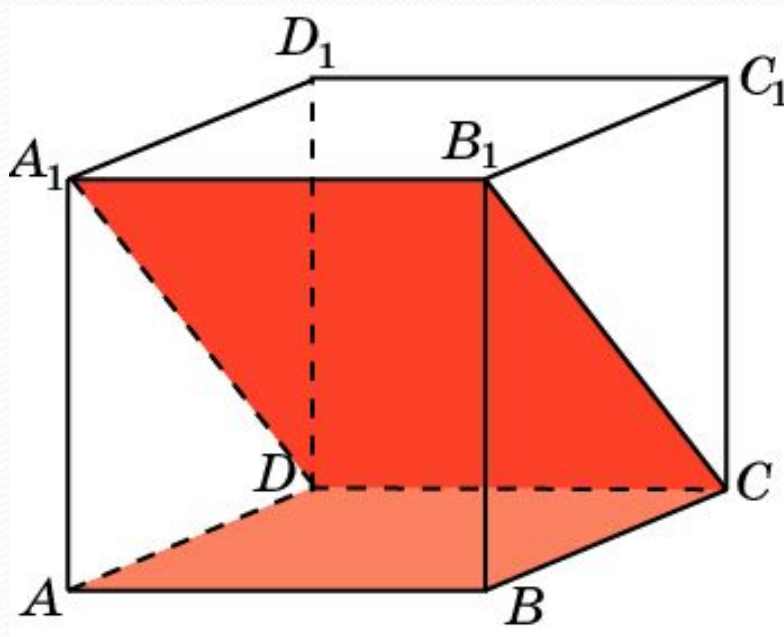
Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDD_1$ .



Ответ:  $90^\circ$ .

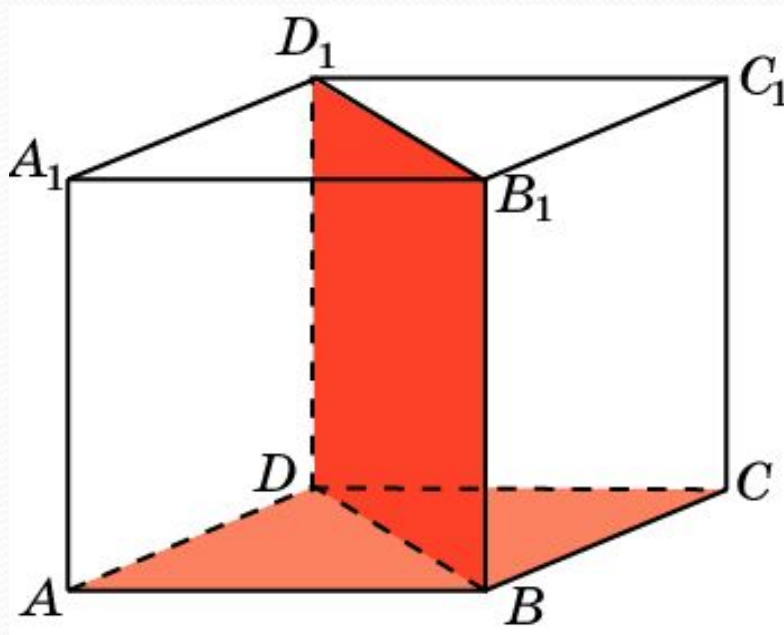
В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDA_1$ .



Ответ:  $45^\circ$ .



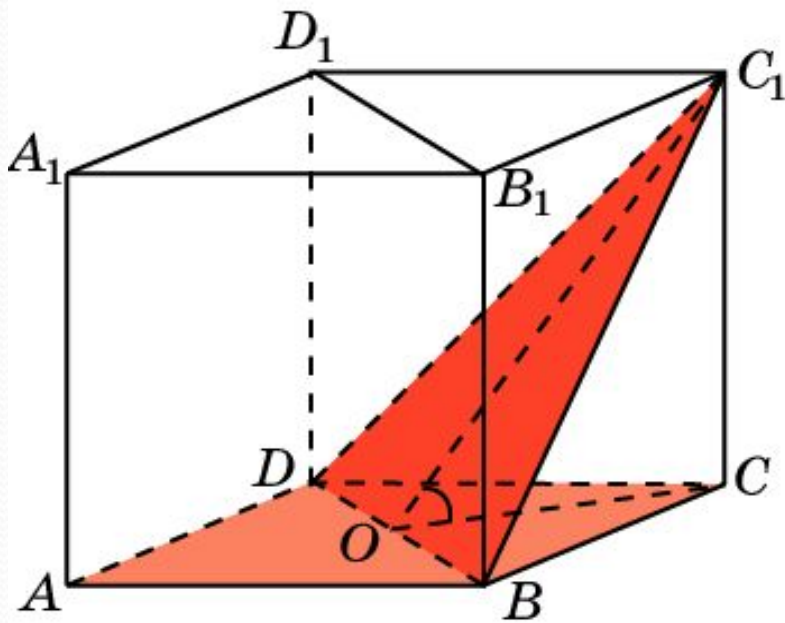
В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDD_1$ .



Ответ:  $90^\circ$ .

В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BC_1D$ .

$ABC$  и  $BC_1D$ .



**Решение:** Обозначим  $O$  середину  $BD$ . Искомым линейным углом будет угол  $COC_1$ . В

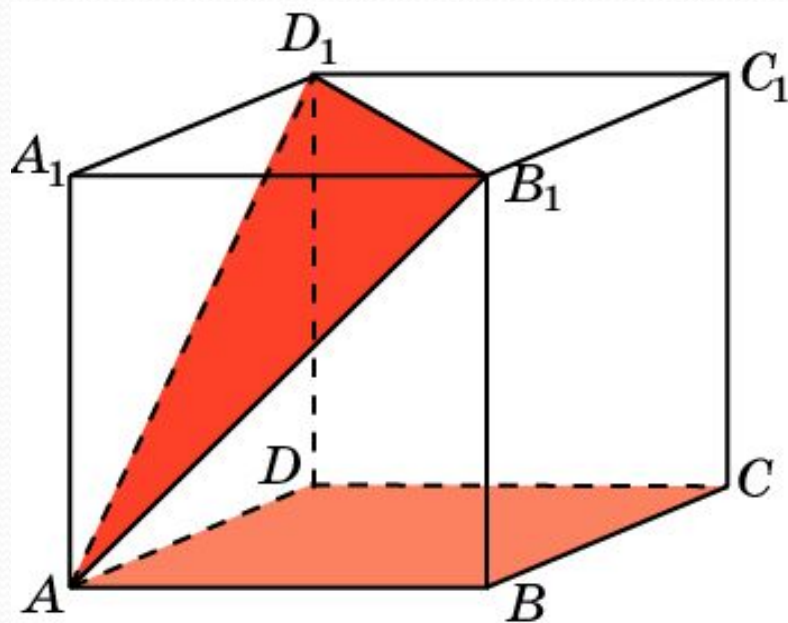
прямоугольном треугольнике  $COC_1$  имеем

$$CC_1 = 1; CO = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно,  $tg \varphi = \sqrt{2}$ .

В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями

$ABC$  и  $AB_1D_1$ .



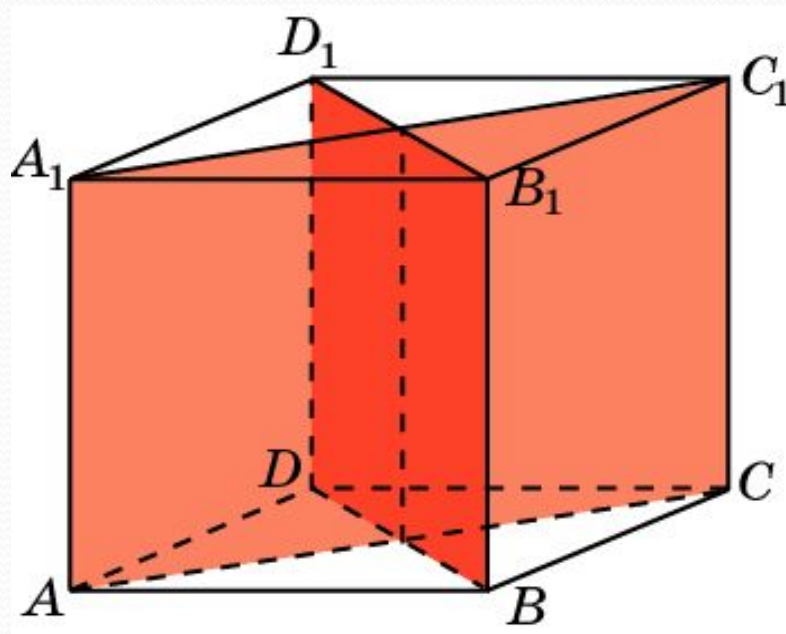
**Решение:** Плоскость  $AB_1D_1$  параллельна плоскости  $BC_1D$ . Из предыдущей задачи следует, что

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{2}.$$



В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями

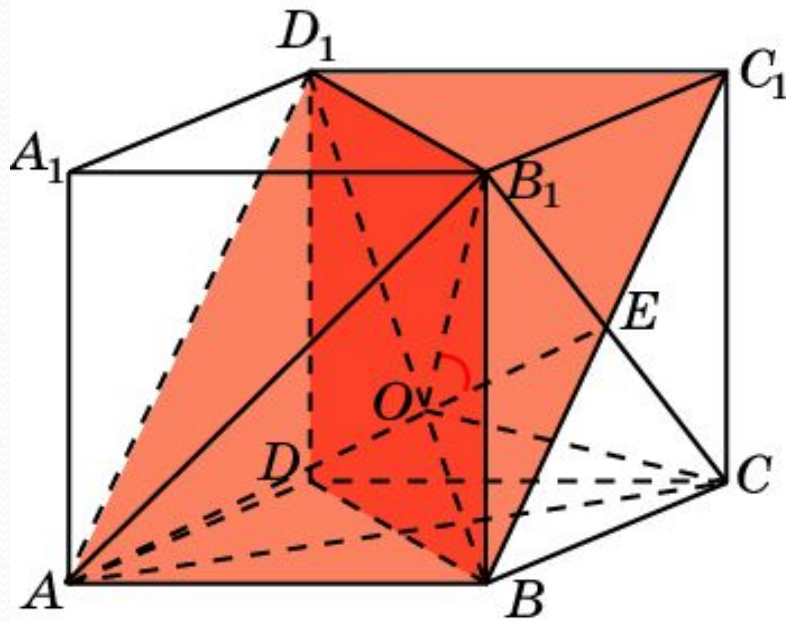
$ACC_1$  и  $BDD_1$ .



Ответ:  $90^\circ$ .

В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями

$ABC_1$  и  $BB_1D_1$ .



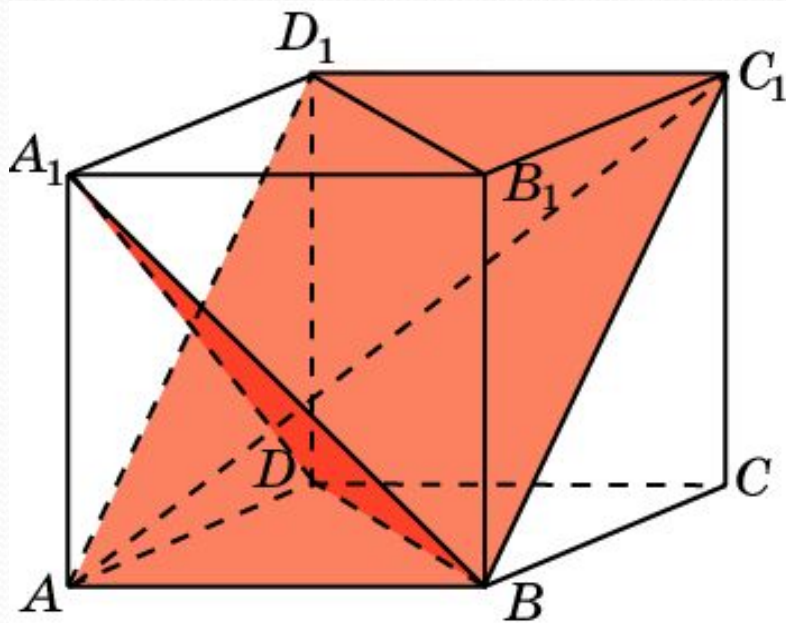
**Решение:** Заметим, что плоскость равностороннего треугольника  $ACB_1$  перпендикулярна диагонали  $BD_1$ , которая проходит через центр  $O$  этого треугольника. Искомым линейным углом будет угол  $B_1OE$ , который равен  $60^\circ$ .

**Ответ:**  $60^\circ$ .



В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями

$BC_1D_1$  и  $BA_1D$ .



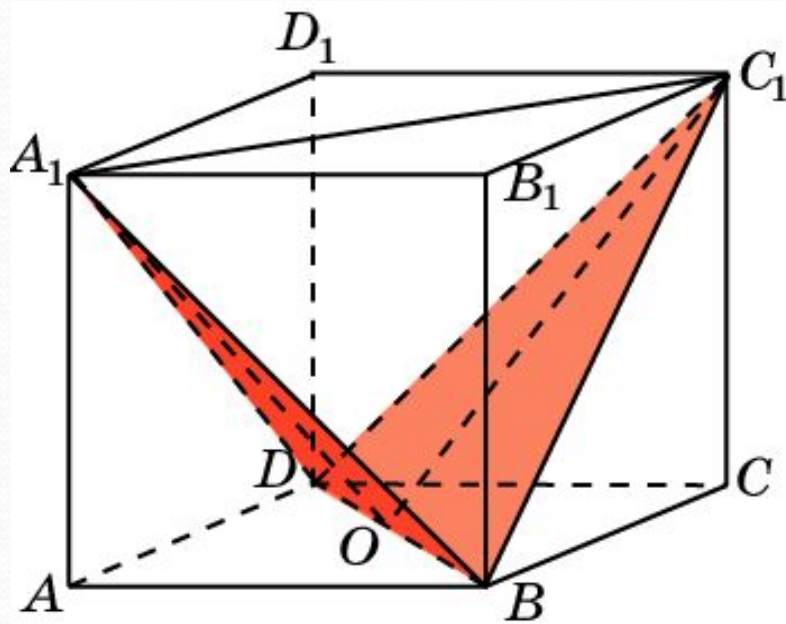
**Решение:** Заметим, что плоскость равностороннего треугольника  $BDA_1$  перпендикулярна диагонали  $AC_1$ , которая проходит через центр этого треугольника.

Следовательно, данные плоскости перпендикулярны. Искомый угол равен  $90^\circ$ .

**Ответ:**  $90^\circ$ .

В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями

$BC_1D$  и  $BA_1D$ .



**Решение:** Пусть  $O$  – середина  $BD$ .  
Искомый угол равен углу  $A_1OC_1$ .  
Имеем

$$A_1C_1 = \sqrt{2}; A_1O = C_1O = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Используя теорему косинусов,  
получим

$$\cos \varphi = \frac{1}{3}.$$

**Ответ:**  $\cos \varphi = \frac{1}{3}$ .