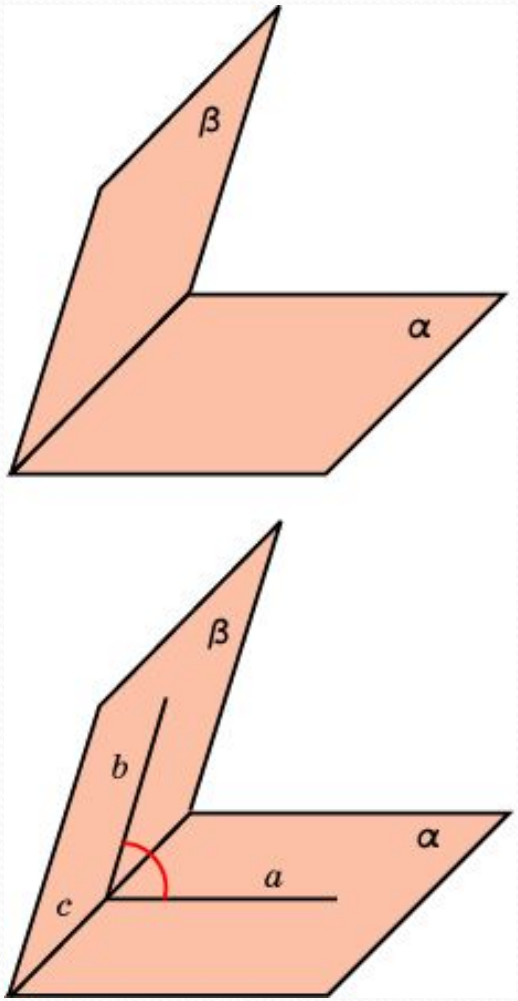
ДВУГРАННЫЙ УГОЛ. УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ



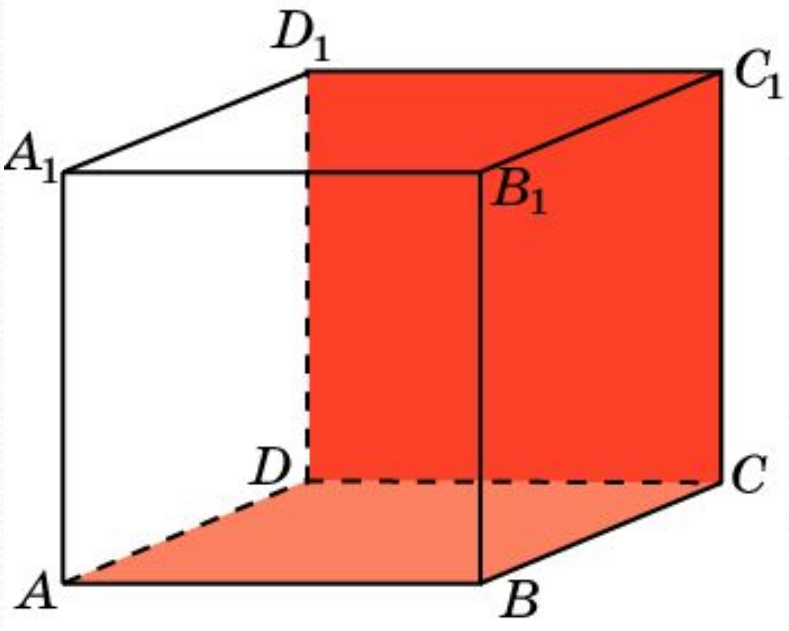
Двугранным углом называется фигура, образованная двумя полуплоскостями с общей граничной прямой.

Линейным углом двугранного угла называется угол, образованный лучами с вершиной на граничной прямой, стороны которого лежат на гранях двугранного угла и перпендикулярны граничной прямой.

Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

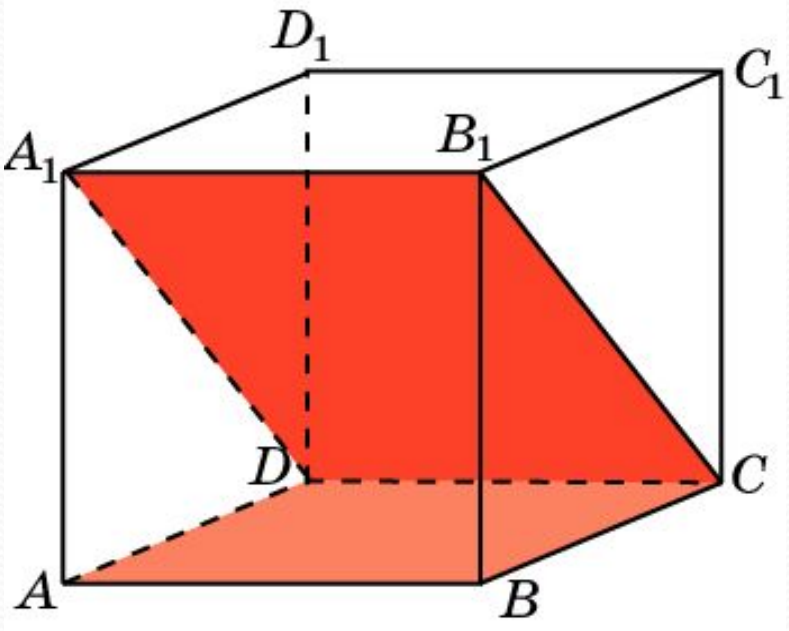
Углом между двумя пересекающимися плоскостями называется наименьший из двугранных углов, образованных этими плоскостями.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.



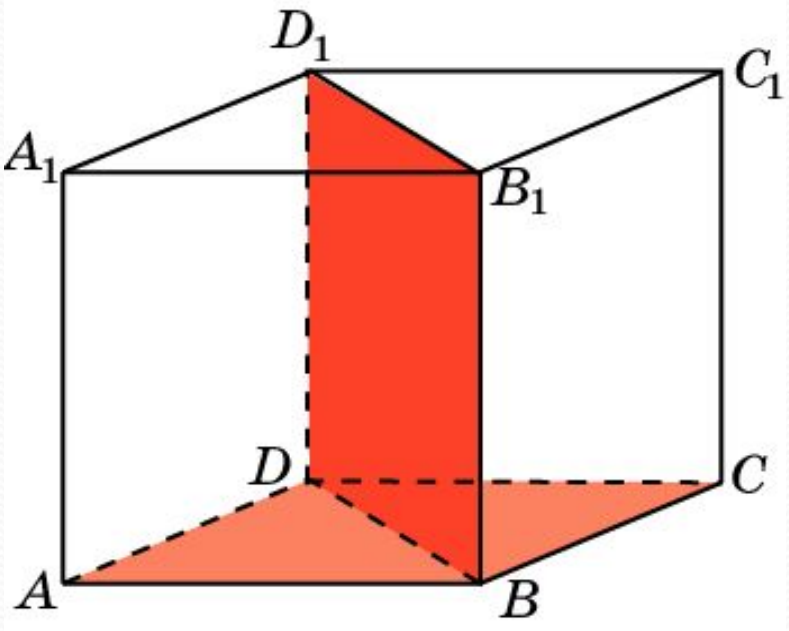
Ответ: 90º.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1.



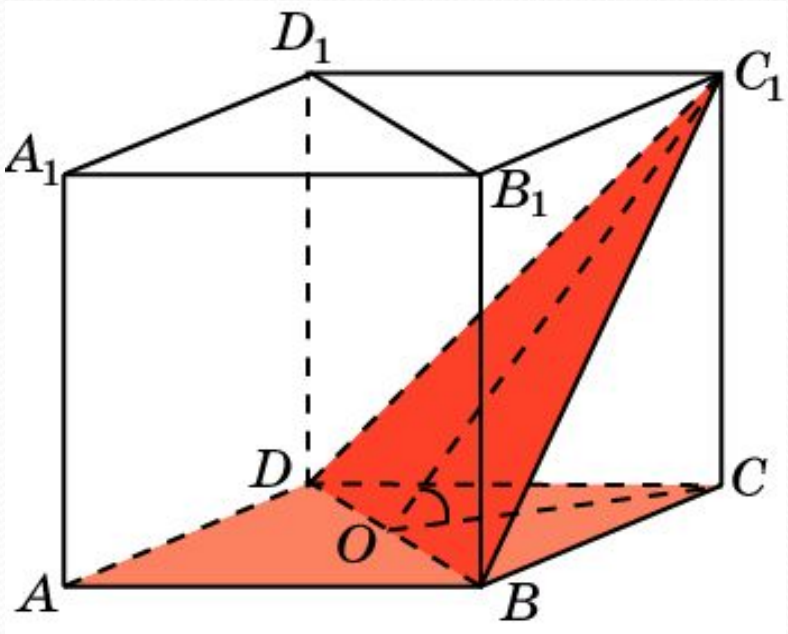
Ответ: 45°.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BDD_1.



Ответ: 90°.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BC_1D.

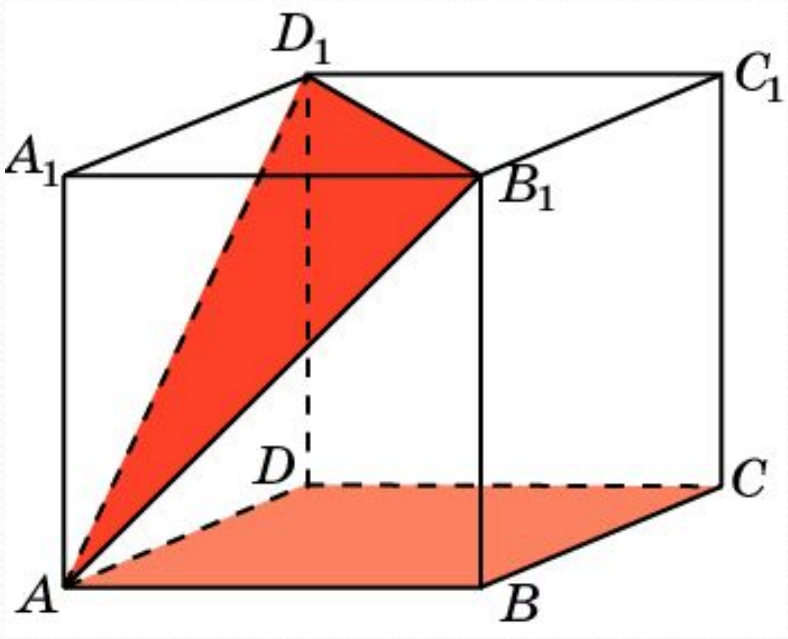


Решение: Обозначим O середину BD. Искомым линейным углом будет угол COC_1. В прямоугольном треугольнике COC_1 имеем

$CC_1 = 1;\ CO = \dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

Следовательно, $tg\,\varphi = \sqrt{2}.$

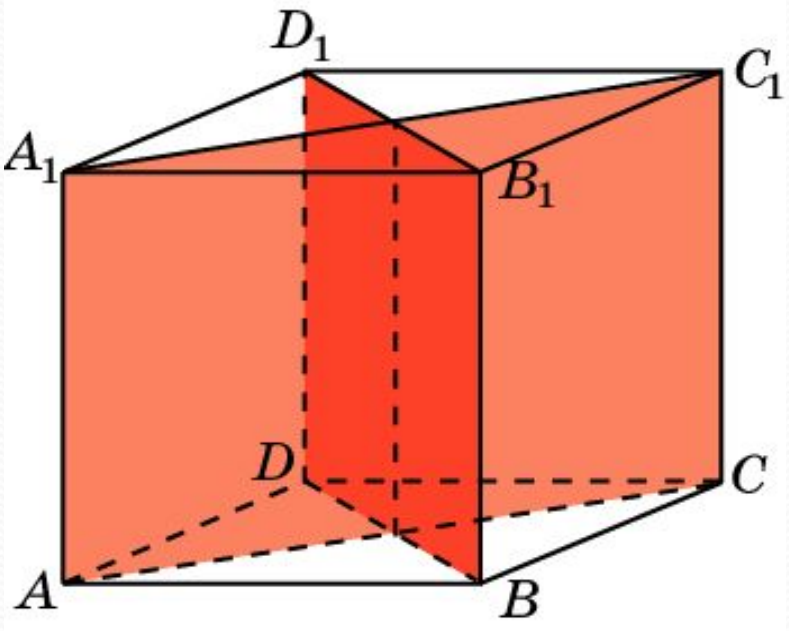
В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и AB_1D_1.



Решение: Плоскость AB_1D_1 параллельна плоскости BC_1D. Из предыдущей задачи следует, что

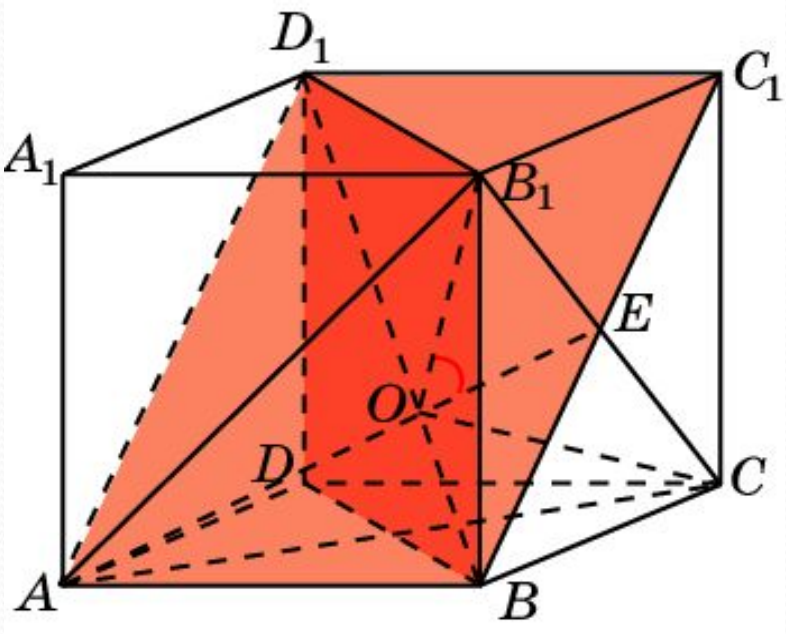
$$tg\,\varphi = \sqrt{2}.$$

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1.



Ответ: 90º.

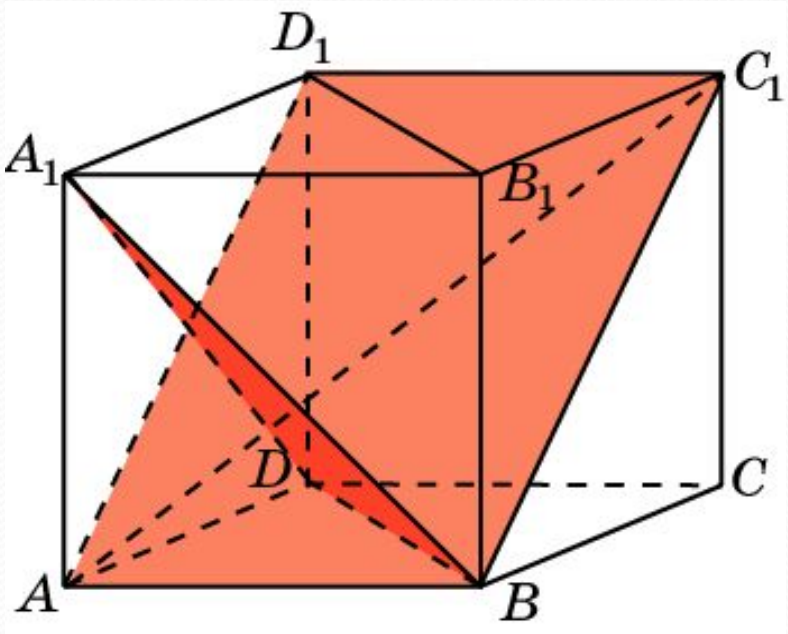
В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC_1 и BB_1D_1.



Решение: Заметим, что плоскость равностороннего треугольника ACB_1 перпендикулярна диагонали BD_1, которая проходит через центр O этого треугольника. Искомым линейным углом будет угол B_1OE, который равен 60^o.

Ответ: 60^o.

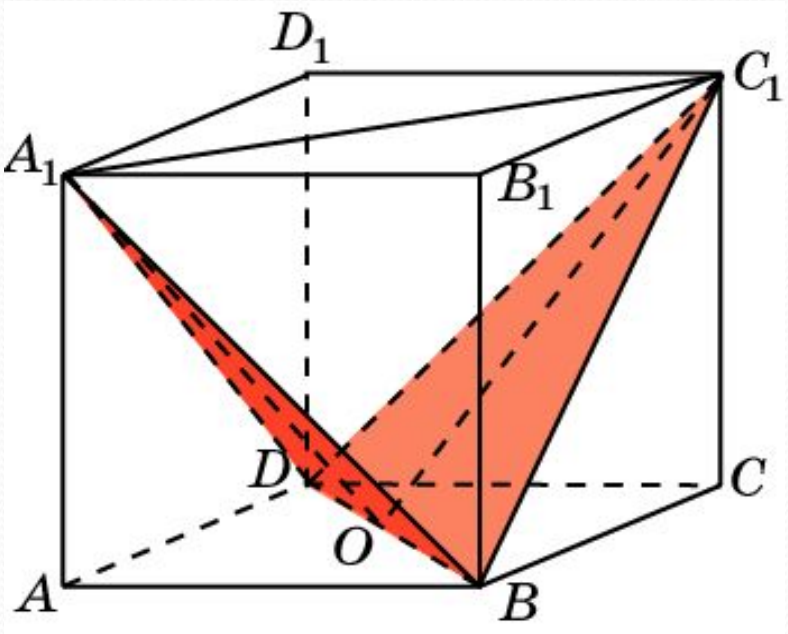
В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями BC_1D_1 и BA_1D.



Решение: Заметим, что плоскость равностороннего треугольника BDA_1 перпендикулярна диагонали AC_1, которая проходит через центр этого треугольника.
Следовательно, данные плоскости перпендикулярны. Искомый угол равен 90^o.

Ответ: 90^o.

В кубе $A\ldots D_1$ найдите угол между плоскостями BC_1D и BA_1D.



Решение: Пусть O – середина BD. Искомый угол равен углу A_1OC_1. Имеем

$$A_1C_1 = \sqrt{2};\ A_1O = C_1O = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Используя теорему косинусов, получим

$$\cos\varphi = \frac{1}{3}.$$

Ответ: $\cos\varphi = \frac{1}{3}$.