

Моя работа называется:  
«Векторы на плоскости и в  
пространстве, векторный  
метод решения задач».

Iris SCAN v1.1b

CONNECTING



# Содержание:

- ▶ 1 Введение
- ▶ 2 Что такое вектор?
- ▶ 3 Равенство, коллинеарность, противоположность и одинаковость направления векторов
- ▶ 4 Операции над векторами
- ▶ 5 Векторы в пространстве
- ▶ 6 Скалярное произведение векторов
- ▶ 7 Векторный метод решения задач
- ▶ 8 Заключение
- ▶ 9 Список используемой литературы



# 1. Введение.

Кто не знает, в какую гавань он плывёт, для того нет попутного ветра  
Сенека

Опираясь на слова философа Сенеки я решила точно определить себе «гавань». Для изучения её мной была взята тема векторы. Она возникла в связи с интересом к данному изученному объекту. На уроках алгебры и геометрии мы знакомились лишь только с векторами на плоскости, но мной была взята тема векторы в пространстве. Я старалась изучить их настолько насколько позволяют мои знания. Результат должен быть следующим: узнать больше о самом историческом понятии вектор (геометрия, как всякая математическая наука, строится путём образования абстрактных понятий и логических доказательства предложений, касающихся этих понятий).

ris scan v1.1b

CONNECTING



Рассмотреть его положения и научиться хорошо разбирать и решать задачи, показать основные аспекты связанные с вектором.

- Название работы отражает содержание и смысл, который раскрыт более тщательно.

A

N

N

I

N

G

Iris SCAN v1.1b

DETECT

CONNECTING



# 2. Что такое вектор?



- Одним из фундаментальных понятий современной математики являются вектор и его обобщение – тензор. Эволюция понятия вектора осуществлялась благодаря широкому использованию этого понятия в различных областях математики, механики, а так же в технике.
- Вектор относительно новое математическое понятие. Сам термин «вектор» впервые появился в 1845 году у ирландского математика и астронома Уильяма Гамильтона (1805 – 1865) в работах по построению числовых систем, обобщающих комплексные числа. Гамильтону принадлежат и термин «скаляр», «скалярное произведение», «векторное произведение». Почти одновременно с ним исследования в том же направлении, но с другой точки зрения вёл немецкий математик Герман Грассман (1809 – 1877). Англичанин Уильям Клиффорд (1845 – 1879) сумел объединить два подхода в рамках общей теории, включающий в себя и обычное векторное исчисление. А окончательный вид оно приняло в трудах американского физика и математика Джозайи Уилларда Гиббса (1839 – 1903), который в 1901 году опубликовал обширный учебник по векторному анализу.



Конец прошлого и начало текущего столетия ознаменовались широким развитием векторного исчисления и его приложений. Были созданы векторная алгебра и векторный анализ, общая теория векторного пространства. Эти теории были использованы при построении специальной и общей теории относительности, которые играют исключительно важную роль в современной физике.

Понятие вектора возникает там, где приходится иметь дело с объектами, которые характеризуются величиной и направлением. Например, некоторые физические величины, такие, как сила, скорость, ускорение и др., характеризуются не только числовым значением, но и направлением. В связи с этим указанные физические величины удобно изображать направленными отрезками. В соответствии с требованиями новой программы по математике и физике понятие вектора стало одним из ведущих понятий школьного курса математики.

■ Что же такое вектор? Как ни странно, ответ на этот вопрос представляет известные затруднения. Существуют различные подходы к определению понятия вектора; при этом даже если ограничиться лишь наиболее интересным здесь для нас элементарно – геометрическим подходом к понятию вектора, то и тогда будут иметься различные взгляды на это понятие. Разумеется, какое определение бы мы не взяли, вектор – с элементарно-геометрической точки зрения – есть геометрический объект, характеризуемый направлением (т.е. заданной с точностью до параллельности прямой и направлением на ней) и длиной.



Однако такое определение является слишком общим, не вызывающим конкретных геометрических представлений. Согласно этому общему определению параллельный перенос можно считать вектором. Так же, две полупрямые называются одинаково направленными, если они совмещаются параллельным переносом, т.е. существует параллельный перенос, который переводит одну полупрямую в другую. И действительно, можно было бы принять такое определение: «Вектором называется всякий параллельный перенос», то определение логически безупречно, и на его основе может быть построена вся теория действий над векторами и развиты приложения этой теории.





Однако это определение, несмотря на его полную конкретность, нас здесь так же не сможет удовлетворить, так как представление о векторе как о геометрическом преобразовании кажется нам недостаточно наглядным и далёким от физических представлений о векторных величинах.

Итак, вектором называется семейство всех параллельных между собой одинаково направленных и имеющих одинаковую длину отрезков.

На чертежах вектор изображается отрезок со стрелкой (т.е. изображают не всё семейство отрезков, представляющее собой вектор, а лишь один из этих отрезков).

# 3. Равенство, коллинеарность, противоположность и одинаковость направления векторов



■ Два вектора называются равными если они сонаправлены и их длины равны.

■ Коллинеарные векторы лежат на параллельных, векторах, либо на одной прямой, но нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.

■ Две полупрямые называются одинаково направленными, если они совмещаются параллельным переносом.

■ Две полупрямые противоположно направлены, если каждая из них одинаково направлена с полупрямой дополнительной к другой.

DETECT



# 4. Операции над векторами

Так же с векторами можно производить различные операции:

Складывать (по правилу треугольника, по правилу параллелограмма, по правилу многоугольника, на плоскости и в пространстве по правилу параллелепипеда), вычитать (по правилу треугольника), наконец умножать вектор на число. Хотелось бы заметить, что на плоскости вектор имеет 2 координаты: 1-абсцисса, 2-ордината, а в пространстве 3: 1-абсцисса, 2-ордината, 3-аппликата.

# 5. Векторы в пространстве.



- Высь, ширь, глубь,
- Лишь, три координаты.
- Мимо них, где путь?
  - Засов закрыт...
  - (В. Брюсов.)

Один из разделов моей работы посвящён векторам в пространстве. Основные понятия для векторов в пространстве вводятся так же, как и для векторов на плоскости, но есть новое понятие - компланарные векторы. Если имеются равные векторы, лежащие в одной плоскости, то эти векторы – компланарны.

- Зная следующие формулы можно найти координаты вектора  $\{x_2-x_1; y_2-y_1\}$ , или  $\{x_2-x_1; y_2-y_1; z_2-z_1\}$ .



Множества всех плоских и пространственных векторов, для которых определены операции сложения и умножения, а также умножения вектора на число, являются простейшими примерами векторных пространств. Векторное пространство - математическое понятие, обобщающее понятие совокупности всех векторов трех- мерного пространства на случай произвольного числа измерений.

### **Прямоугольная система координат в пространстве.**

Если через точку пространства проведены три попарно перпендикулярные прямые, на каждой из них выбрано направление (оно обозначается стрелкой) и выбрана единица измерения отрезков, то говорят, что задана прямоугольная система координат в пространстве.

Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат, а их общая точка - началом координат. Она обозначается обычно точкой  $O$ .

Оси координат обозначаются так:  $Ox$ ,  $Oy$ ,  $Oz$  – и имеют названия: ось абсцисс, ось ординат, ось аппликат. Вся система координат обозначается  $Oxyz$ . Плоскости, проходящие соответственно через оси координат  $Ox$  и  $Oy$ ,  $Oy$  и  $Oz$ ,  $Oz$  и  $Ox$ , называются координатными плоскостями и обозначаются  $Oxy$ ,  $Oyz$ ,  $Ozx$ . Точка  $O$  разделяет каждую из осей координат на два луча. Луч, направление которого совпадает с направлением оси, называется положительной полуосью, а другой луч – отрицательной полуосью. В прямоугольной системе координат каждой точке пространства сопоставляется тройка чисел, которые называются её координатами. Они определяются аналогично координатам точек на плоскости.



## 6. Скалярное произведение векторов

Зная, как выполняется сложение векторов и умножение вектора на число. Введём ещё одно действие над векторами – скалярное умножение векторов. Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними. Если один из векторов нулевой скалярное произведение считается равным нулю. Скалярное произведение двух векторов можно вычислить, зная координаты этих векторов.



# 7. Векторный метод решения задач

Понятие вектора, которое нашло широкое распространение в прикладных науках, явилось и геометрии. Аппарат векторной алгебры позволил упростить изложение некоторых сложных геометрических понятий, доказательства некоторых теорем школьного курса геометрии, позволили создать особый метод решения различных геометрических задач.





## ■ Основные компоненты векторного метода решения задач.

### ■ 1. Перевод условия задачи на язык векторов:

- - выбор системы координат (если это необходимо);
- - выбор базисных векторов;
- - разложение всех введённых векторов по базисам.

### ■ 2. Составление векторного равенства ( или системы неравенств).

### ■ 3. Упрощение векторных равенств или замена их алгебраическими уравнениями (или системой уравнений) и их решение.

### ■ 4. Объяснение геометрического смысла полученного результата.

- Практика – абстрактная теория - интерпретация результатов – практические

# 8. Заключение



- Геометрия приближает разум к истине
  - Платон
- Мастерство- это то, чего нужно добиться
  - А.С. Макаренко.

■ Сложность отношения Геометрии к опыту состоит в том, что она, как часть математики, хотя и выросла и развивается на основе практики, сама не включает опыта, т. к. экспериментальное доказательство не считается математическим. Задачи, которые были поставлены – выполнены.





## 9. Список используемой литературы

Автор, Название

1. В.А. Гусев, Ю.М. Колягин, Г.Л. Луканин. «Векторы в школьном курсе геометрии» (1976г.)
2. В.Г. Болтянский, И.М. Яглом. «Векторы в курсе геометрии средней школы» (1962г.)
3. Л.С. Анатасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, И.И. Юдина. «Учебник геометрии 7-9 классы».
4. Л.С. Анатасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев. «Учебник геометрии 10-11 класс»
5. В.А. Гусев, А.Г. Мордкович «Справочные материалы: математика»



6.

Интернет [http://archive/1september/ru/mat/2003/09/no09\\_1.htm](http://archive/1september/ru/mat/2003/09/no09_1.htm)

7.

Интернет [http://www.kazsu.kz/do/books/vector\\_algebra/02.htm](http://www.kazsu.kz/do/books/vector_algebra/02.htm)

8.

Интернет [http://openedu.ministry.ru/math\\_phys/N\\_Book/glava2.htm](http://openedu.ministry.ru/math_phys/N_Book/glava2.htm)

9.

Интернет [http://forstu.narod.ru/lekcii/AlGem/v1/lecsia\\_05.htm](http://forstu.narod.ru/lekcii/AlGem/v1/lecsia_05.htm)

10. Интернет <http://blacks.narod.ru/Naomi/N8/Orear.htm>

11. А. Савин, И. Башмакова, В Болтянский, Н. Долбилин, В. Дубровский, В Тихомиров.  
«Энциклопедия Аванта + (математика)».

Iris SCAN v1.1b

CONNECTING