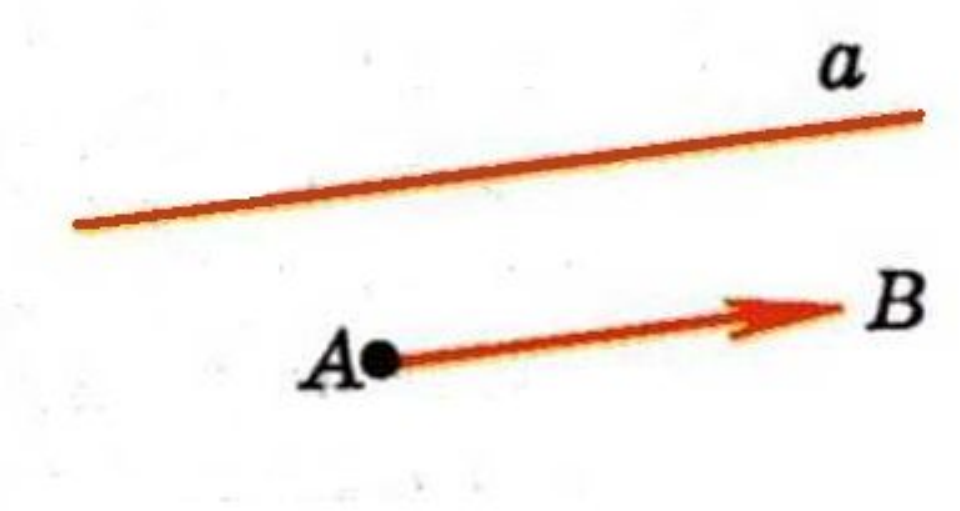
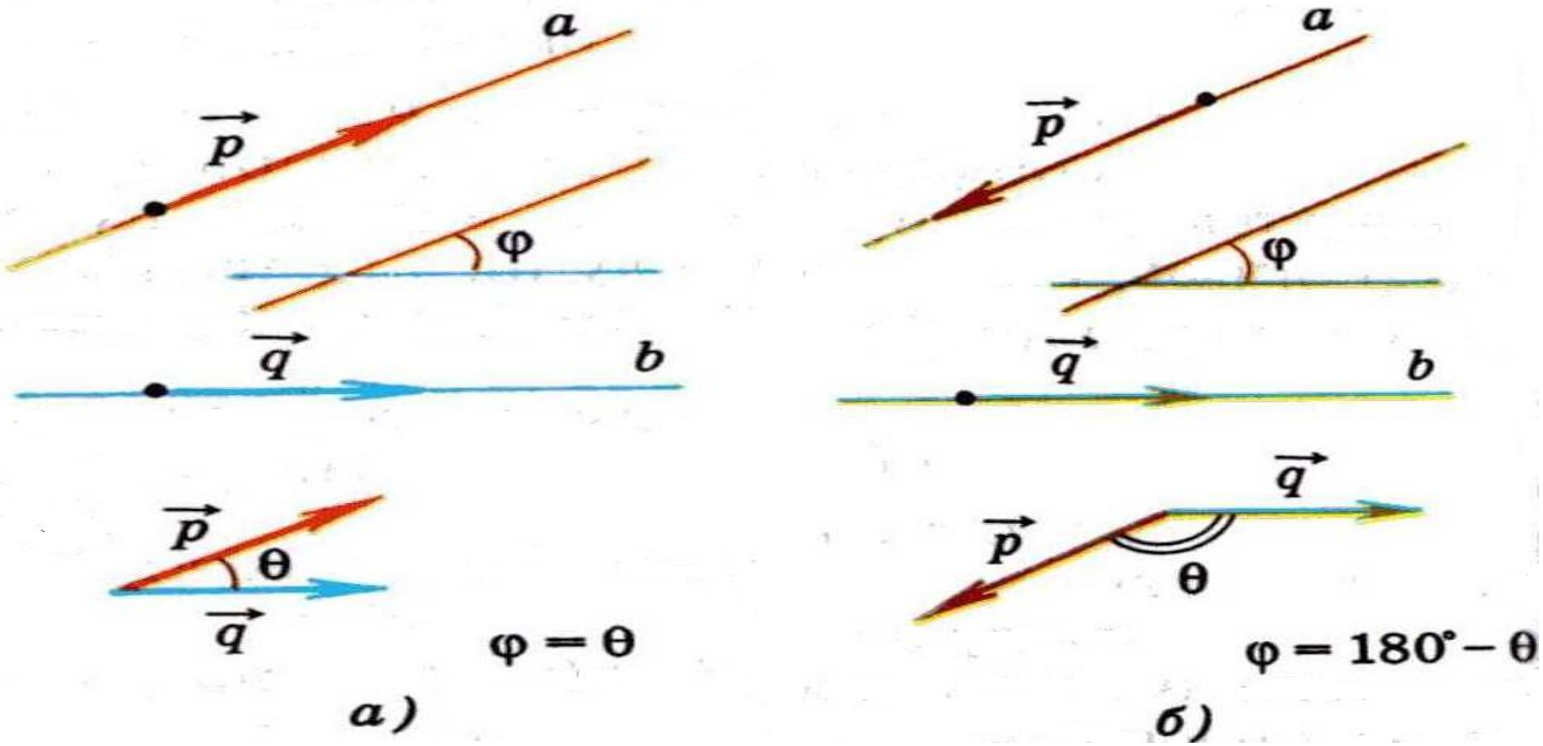
Вычисление угла между прямыми и плоскостями

Направляющий вектор прямой

Ненулевой вектор называется направляющим вектором прямой *a*, если он лежит либо на прямой *a*, либо на прямой, параллельной прямой *a*.

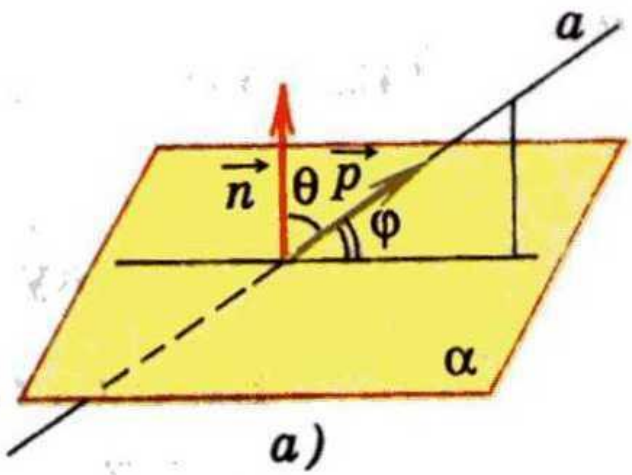


Угол между двумя прямыми

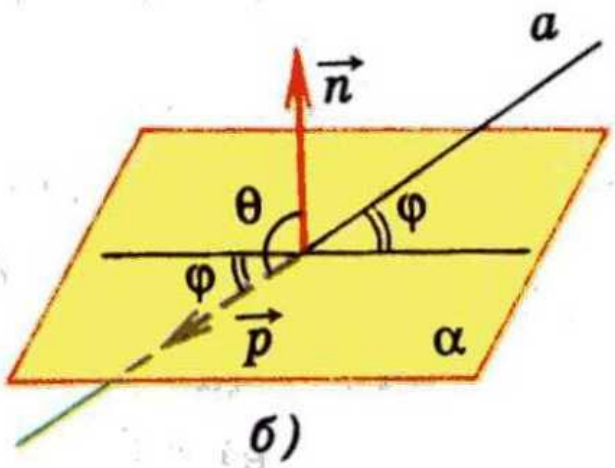


$$\cos\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Угол между прямой и плоскостью



а)



б)

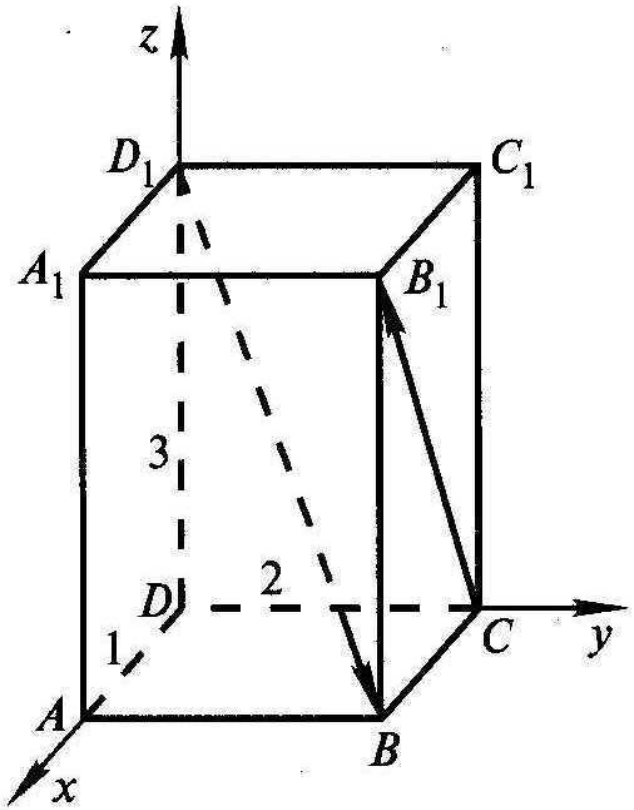
$$\sin\varphi = |\cos\theta|$$

$$\sin\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, $DA=1$, $DC=2$, $DD_1=3$.

Найдите угол между прямыми CB_1 и D_1B.

Решение.



Введем систему координат $Dxyz$. Рассмотрим направляющие векторы $\overrightarrow{D_1B}$ и $\overrightarrow{CB_1}$ прямых D_1B и CB_1.

$$D_1(0;\ 0;\ 3),\ B(1;\ 2;\ 0),$$

$$\overrightarrow{D_1B}\{1;\ 2;\ -3\},\ C(0;\ 2;\ 0),$$

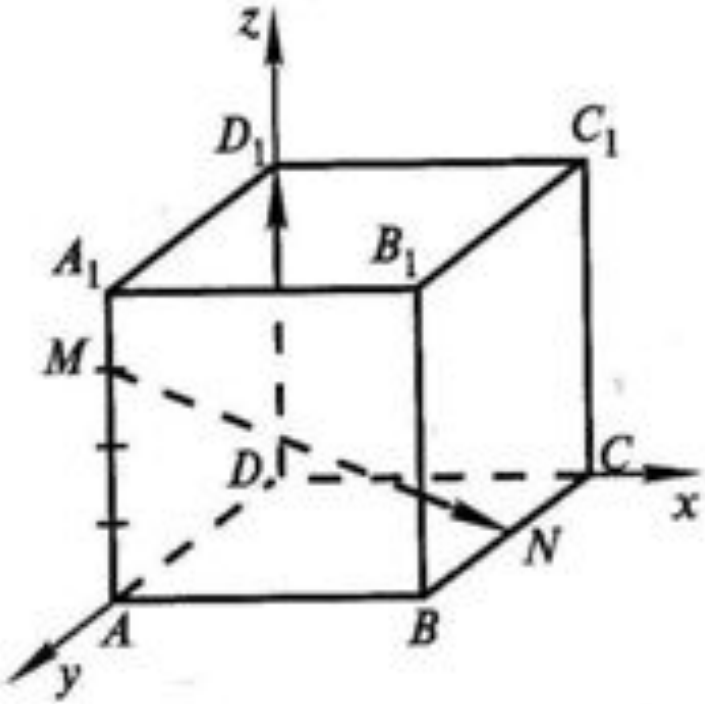
$$B_1(1;\ 2;\ 3),\ \overrightarrow{CB_1}\{1;\ 0;\ 3\}.$$

Пусть φ — искомый угол,

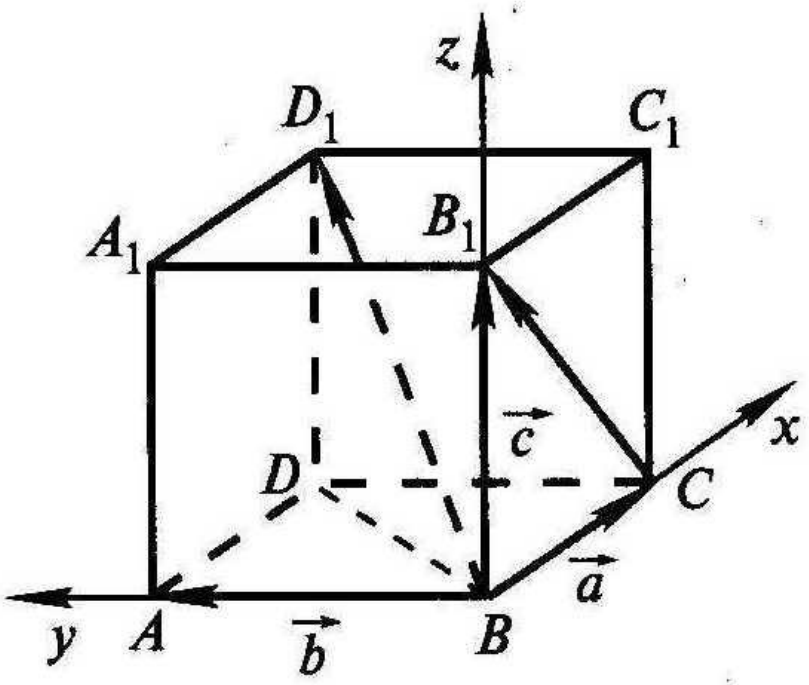
$$\cos\varphi=\frac{|1\cdot1+2\cdot0+(-3)\cdot3|}{\sqrt{1+4+9}\cdot\sqrt{1+0+9}},$$

$$\cos\varphi=\frac{4}{\sqrt{35}},\ \varphi\approx47°28'.$$

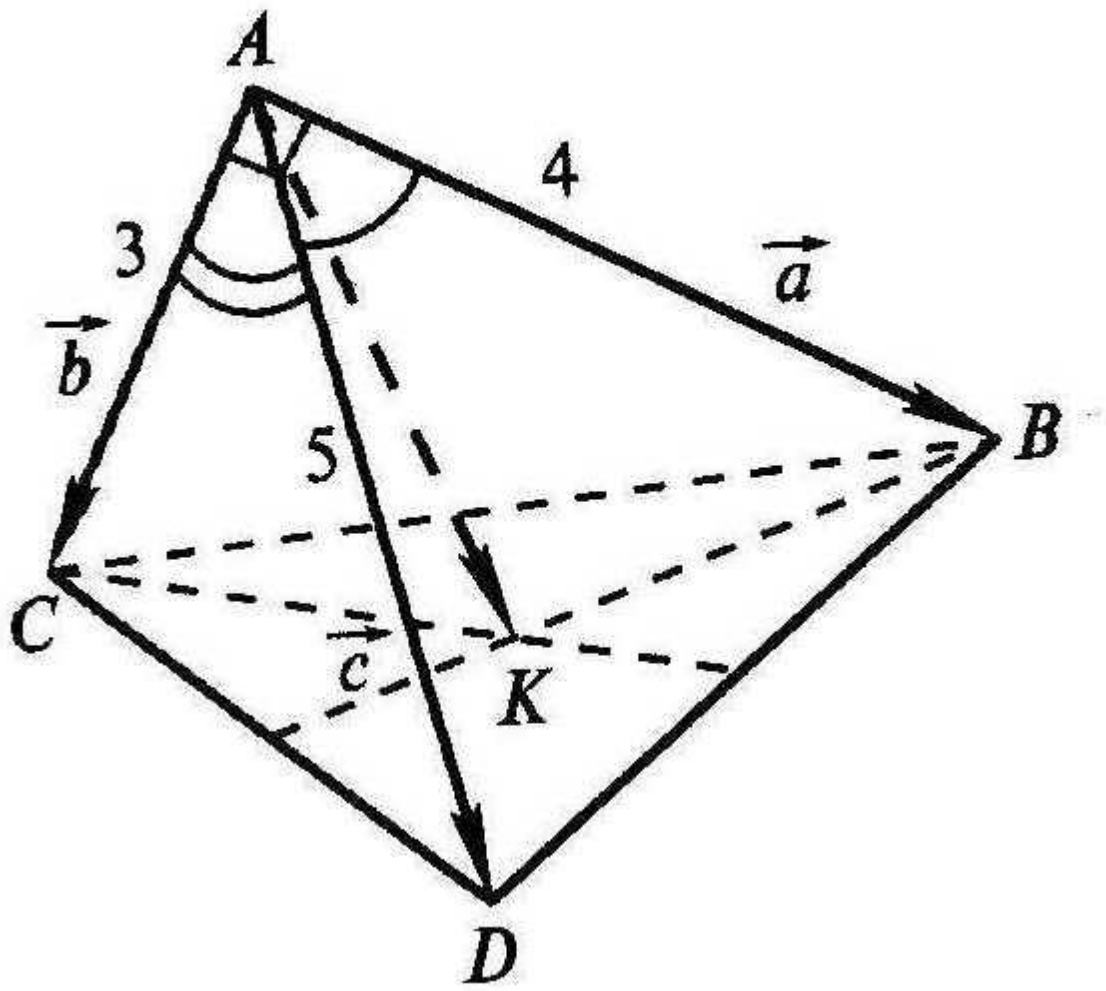
№466(а)



№ 471



№ 475



Самостоятельная работа

Вариант 1

1. Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{b}=4\vec{i}-2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

2. Вычислите угол между прямыми AB и CD, если $A(\sqrt{3};\ 1;\ 0)$, $B(0;\ 0;\ 2\sqrt{2})$, $C(0;\ 2;\ 0)$, $D(\sqrt{3};\ 1;\ 2\sqrt{2})$.

Вариант 2

1. Даны векторы $\vec{a}=5\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$ и $\vec{b}=3\vec{j}+2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

2. Вычислите угол между прямыми AB и CD, если $A(6;\ -4;\ 8)$, $B(8;\ -2;\ 4)$, $C(12;\ -6;\ 4)$, $D(14;\ -6;\ 2)$.

Домашнее задание

п. 48

№ 465 (устно)

№ 468 (а), № 477