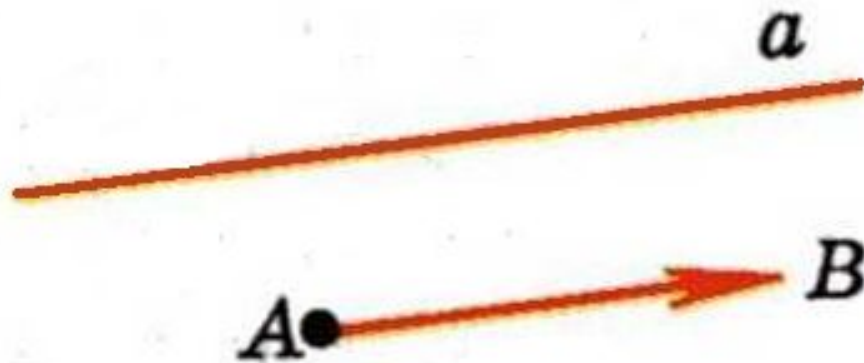


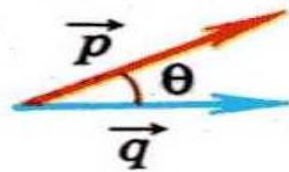
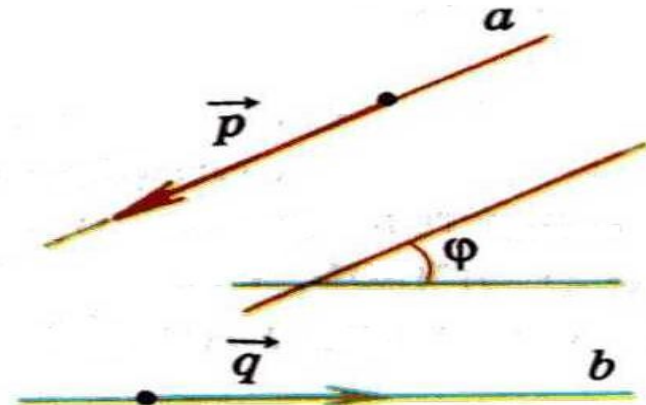
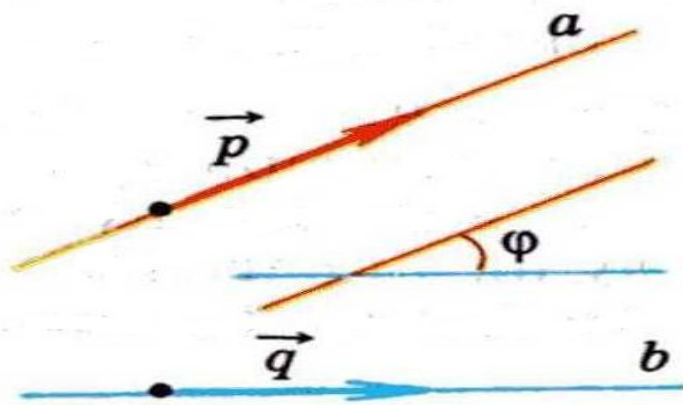
Вычисление угла между прямыми и плоскостями

Направляющий вектор прямой

Ненулевой вектор называется направляющим вектором прямой a , если он лежит либо на прямой a , либо на прямой, параллельной прямой a .



Угол между двумя прямыми



$$\varphi = \theta$$

a)

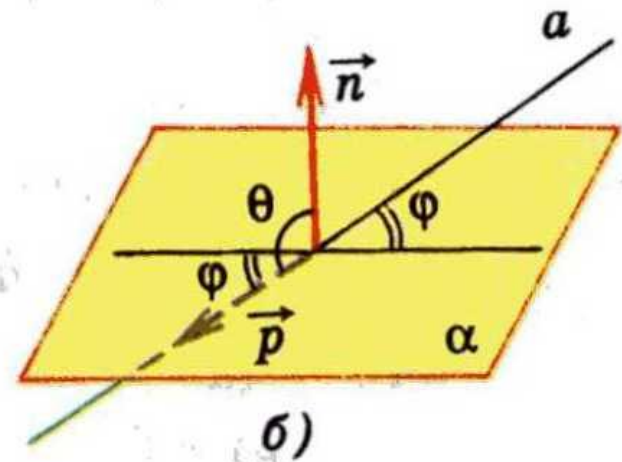
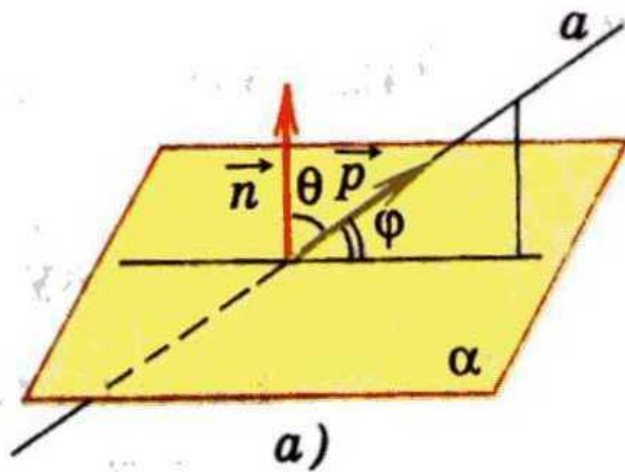


$$\varphi = 180^\circ - \theta$$

b)

$$\cos \varphi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Угол между прямой и плоскостью



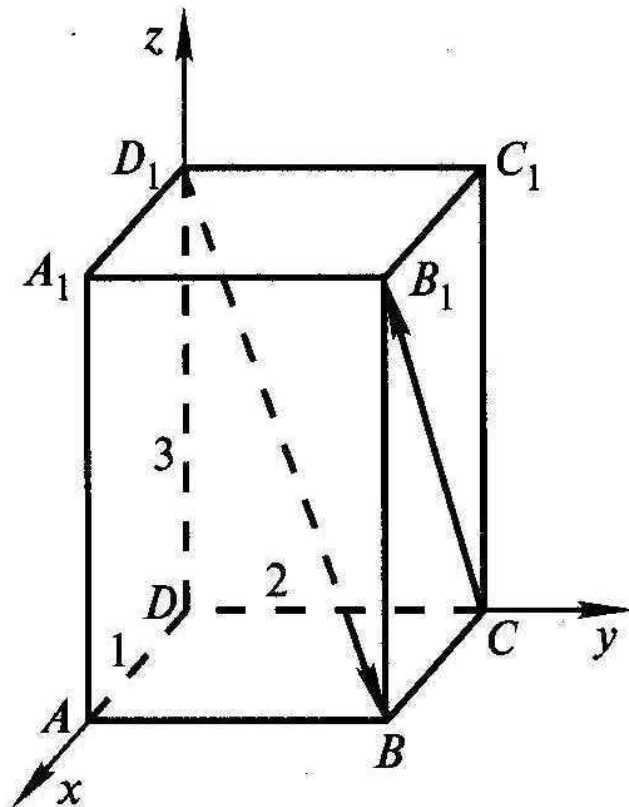
$$\sin \varphi = |\cos \theta|$$

$$\sin \varphi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Дан прямоугольный параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$,
 $DA = 1$, $DC = 2$, $DD_1 = 3$.

Найдите угол между прямыми CB_1 и D_1B .

Решение.



Введем систему координат $Dxyz$.
 Рассмотрим направляющие векторы
 $\vec{D_1B}$ и $\vec{CB_1}$ прямых D_1B и CB_1 .

$$D_1(0; 0; 3), B(1; 2; 0),$$

$$\vec{D_1B} \{1; 2; -3\}, C(0; 2; 0),$$

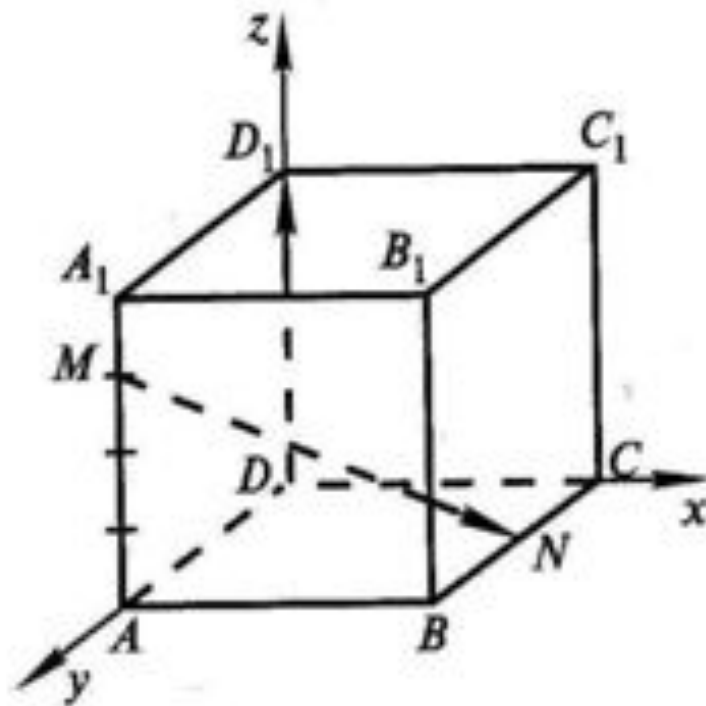
$$B_1(1; 2; 3), \vec{CB_1} \{1; 0; 3\}.$$

Пусть φ — искомый угол,

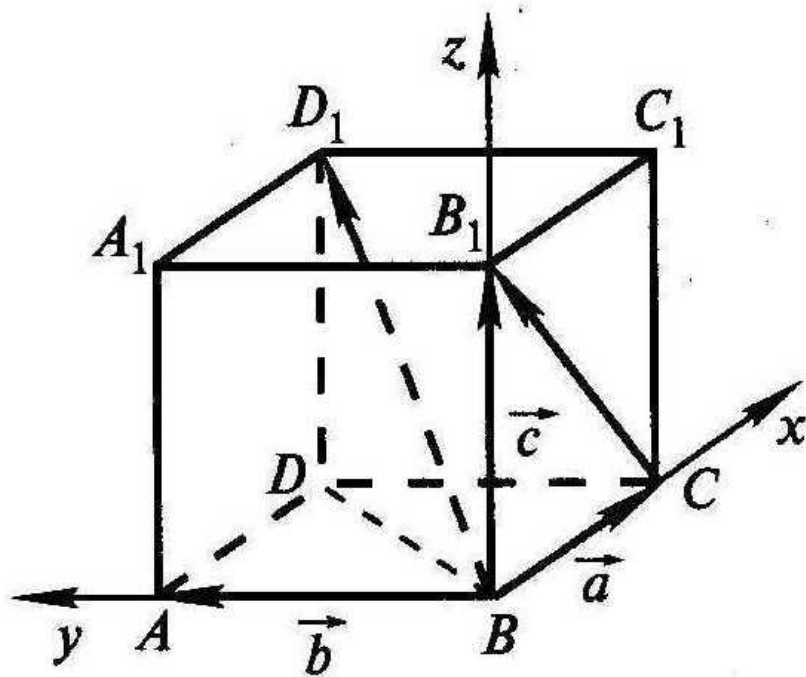
$$\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + (-3) \cdot 3|}{\sqrt{1 + 4 + 9} \cdot \sqrt{1 + 0 + 9}},$$

$$\cos \varphi = \frac{4}{\sqrt{35}}, \varphi \approx 47^\circ 28'.$$

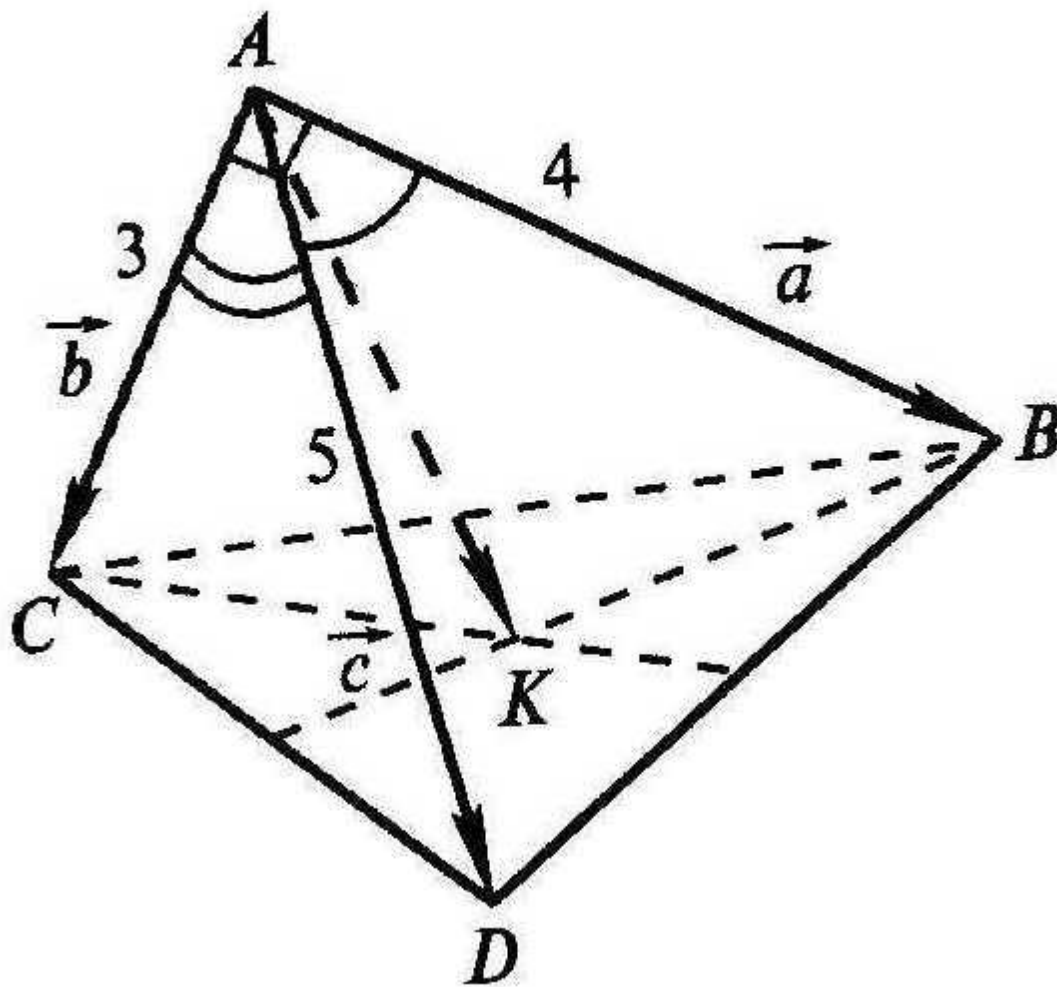
№466(a)



№ 471



№ 475



Самостоятельная работа

В а р и а н т 1

1. Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

2. Вычислите угол между прямыми AB и CD , если $A(\sqrt{3}; 1; 0)$, $B(0; 0; 2\sqrt{2})$, $C(0; 2; 0)$, $D(\sqrt{3}; 1; 2\sqrt{2})$.

В а р и а н т 2

1. Даны векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ и $\vec{b} = 3\vec{j} + 2\vec{k}$. Вычислите $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

2. Вычислите угол между прямыми AB и CD , если $A(6; -4; 8)$, $B(8; -2; 4)$, $C(12; -6; 4)$, $D(14; -6; 2)$.

Домашнее задание

п. 48

№ 465 (устно)

№ 468 (а), № 477