

# Методика работы с задачей

## Задача по теме

### «Сечения многогранников плоскостью»

*Задача. Построить сечение пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки, одна из которых лежит в плоскости верхнего основания, а две другие – на несмежных боковом ребре и ребре нижнего основания.*

## Содержание

- Работа с текстом задачи
- Алгоритмическое предписание
- Основные теоретические положения, необходимые при построении
- Построение сечения

# Работа с текстом задачи

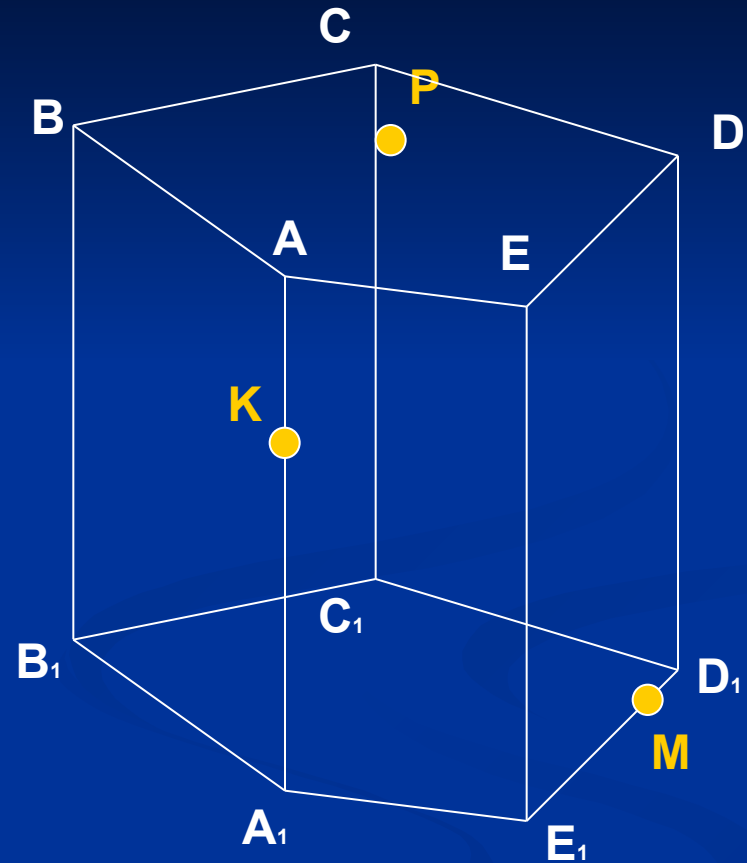
- ⇒ **Задача.** Построить сечение пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки, одна из которых лежит в плоскости верхнего основания, а две другие – на несмежных боковом ребре и ребре нижнего основания.
- ⇒ **Определите тип задачи.**  
Сечение задано тремя точками, не лежащими на одной прямой.
- ⇒ **Что дано в задаче?**  
Дана пятиугольная призма; три точки (в плоскости верхнего основания, на несмежных боковом ребре и ребре нижнего основания).
- ⇒ **Что требуется задачей?**  
Построить сечение данной призмы плоскостью, проходящей через данные точки.
- ⇒ **Какие существуют методы построения сечения многогранника плоскостью?**  
Метод следа; метод внутреннего проектирования.
- ⇒ **Нарисуем данные задачи.**

# Иллюстрация условий задачи

**Дано:** Пятиугольная призма  
 $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ ;  
Точки  $K, M, P$ .

**Построить:** Сечение плоскостью,  
проходящей через  
точки  $K, M, P$ .

Сечение будем строить методом  
внутреннего проектирования.



Для того, чтобы построить сечение потребуется вспомнить... ➡

Построение

Начало

# Полезно вспомнить

## *Аксиомы стереометрии*

- A1.** Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.
- A2.** Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.
- A3.** Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

## *Следствия из аксиом*

- Сл 1.** Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.
- Сл 2.** Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

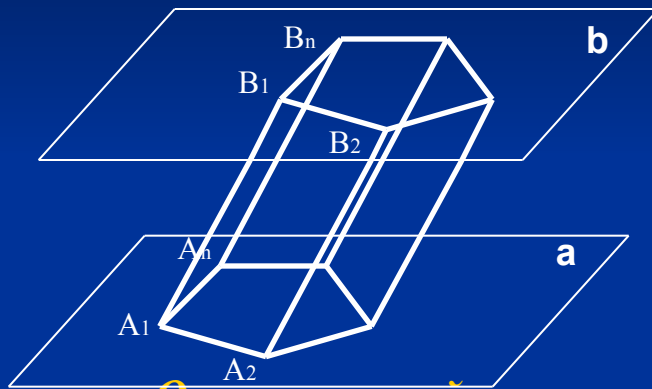
## *Свойство параллельных плоскостей*

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

# Полезно вспомнить

## Призма.

*Что называется призмой?* Многогранник, составленный из двух равных многоугольников  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$ , расположенных в параллельных плоскостях, и параллелограммов, называется призмой.



Многоугольники  $A_1A_2\dots A_n$  и  $B_1B_2\dots B_n$  – основания призмы.

Параллелограммы  $A_1A_2B_2B_1, \dots, A_nA_1B_1B_n$  – боковые грани.

### *Основные свойства параллельного проектирования*

1. Проекция прямой есть прямая.
2. Проекция отрезка есть отрезок.
3. Проекция параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.
4. Проекция параллельных отрезков, а также проекции отрезков, лежащих на одной прямой, пропорциональны самим отрезкам.

# Алгоритмическое предписание (метод внутреннего проектирования)



# Построение (метод внутреннего проектирования)

Найдём точку пересечения секущей плоскости с ребром  $DD_1$ .

1. Построим проекцию  $PM$  на плоскость верхнего основания. Получим отрезок  $PM_1$ .
2. Найдём точку пересечения плоскости  $ADD_1$  и  $PM$ .
3. Прямая  $KF_1$  будет пересекать ребро  $DD_1$  в искомой точке  $O$ .

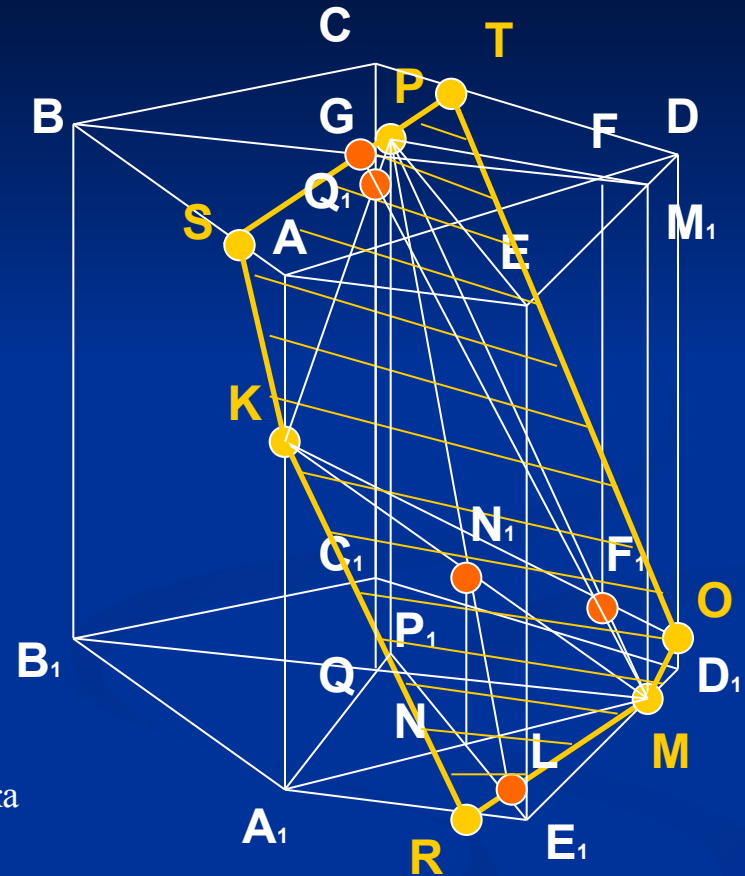
Найдём точку пересечения секущей плоскости с ребром  $A_1E_1$ .

1. Построим проекцию  $KM$  на плоскость нижнего основания. Получим отрезок  $A_1M$ .
2. Построим проекцию  $PE$  на плоскость нижнего основания. Получили отрезок  $P_1E_1$ .
3. Спроектируем точку пересечения  $P_1E_1$  и  $A_1M$ , точку  $N$ , на  $KM$ . Получим точку  $N_1$ .
4. Прямая  $PN_1$  пересекает  $P_1E_1$  в точке  $L$ . Эта точка принадлежит секущей плоскости.
5. Прямая  $ML$  пересекает  $A_1E_1$  в точке  $R$ .

Найдём точку пересечения секущей плоскости с ребром  $AB$ .

1. Строим проекцию  $KP$  на плоскость нижнего основания. Получим отрезок  $A_1P_1$ .
2. Найдём точку пересечения плоскости  $BM_1M$  и  $KP$ . Это точка  $Q_1$ .
3. Прямая  $MQ_1$  пересекает  $BM_1$  в точке  $G$ . А прямая  $PG$  пересекает  $AB$  в точке  $S$ , а ребро  $CD$  – в точке  $T$ .

Соединяем найденные точки пересечения секущей плоскости с ребрами призмы.  $STOMRK$  – искомое сечение.



Алгоритм построения

Начало