

Методика работы с задачей

Задача по теме

«Сечения многогранников плоскостью»

Задача. Построить сечение пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки, одна из которых лежит в плоскости верхнего основания, а две другие – на несмежных боковом ребре и ребре нижнего основания.

Содержание

- Работа с текстом задачи
- Алгоритмическое предписание
- Основные теоретические положения, необходимые при построении
- Построение сечения

Работа с текстом задачи

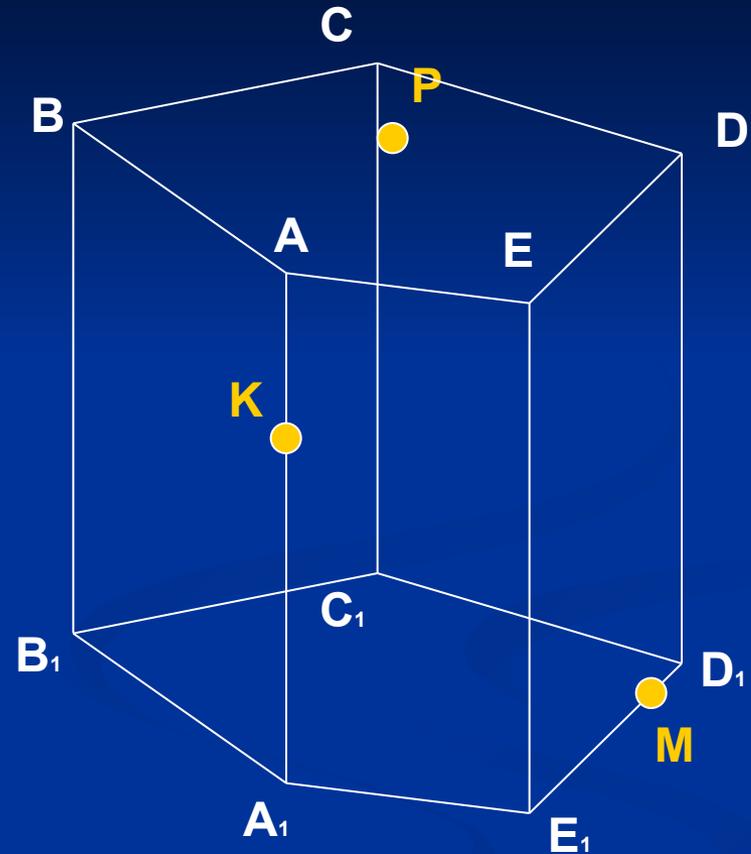
- ⇒ **Задача.** Построить сечение пятиугольной призмы плоскостью, проходящей через три точки, одна из которых лежит в плоскости верхнего основания, а две другие – на несмежных боковом ребре и ребре нижнего основания.
- ⇒ **Определите тип задачи.**
Сечение задано тремя точками, не лежащими на одной прямой.
- ⇒ **Что дано в задаче?**
Дана пятиугольная призма; три точки (в плоскости верхнего основания, на несмежных боковом ребре и ребре нижнего основания).
- ⇒ **Что требуется задачей?**
Построить сечение данной призмы плоскостью, проходящей через данные точки.
- ⇒ **Какие существуют методы построения сечения многогранника плоскостью?**
Метод следа; метод внутреннего проектирования.
- ⇒ **Нарисуем данные задачи.**

Иллюстрация условий задачи

Дано: Пятиугольная призма
 $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$;
Точки K, M, P .

Построить: Сечение плоскостью,
проходящей через
точки K, M, P .

Сечение будем строить методом
внутреннего проектирования.



Для того, чтобы построить сечение потребуется вспомнить... ➡

Построение

Начало

Полезно вспомнить

Аксиомы стереометрии

- A1.** Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.
- A2.** Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.
- A3.** Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Следствия из аксиом

- Сл 1.** Через прямую и не лежащую на ней точку проходит плоскость, и притом только одна.
- Сл 2.** Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна.

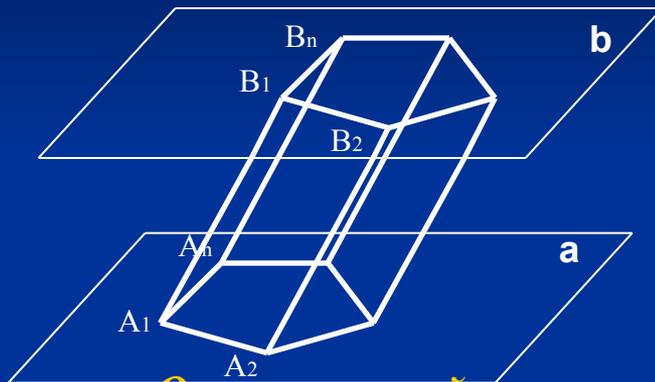
Свойство параллельных плоскостей

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны.

Полезно вспомнить

Призма.

Что называется призмой? Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и параллелограммов, называется призмой.



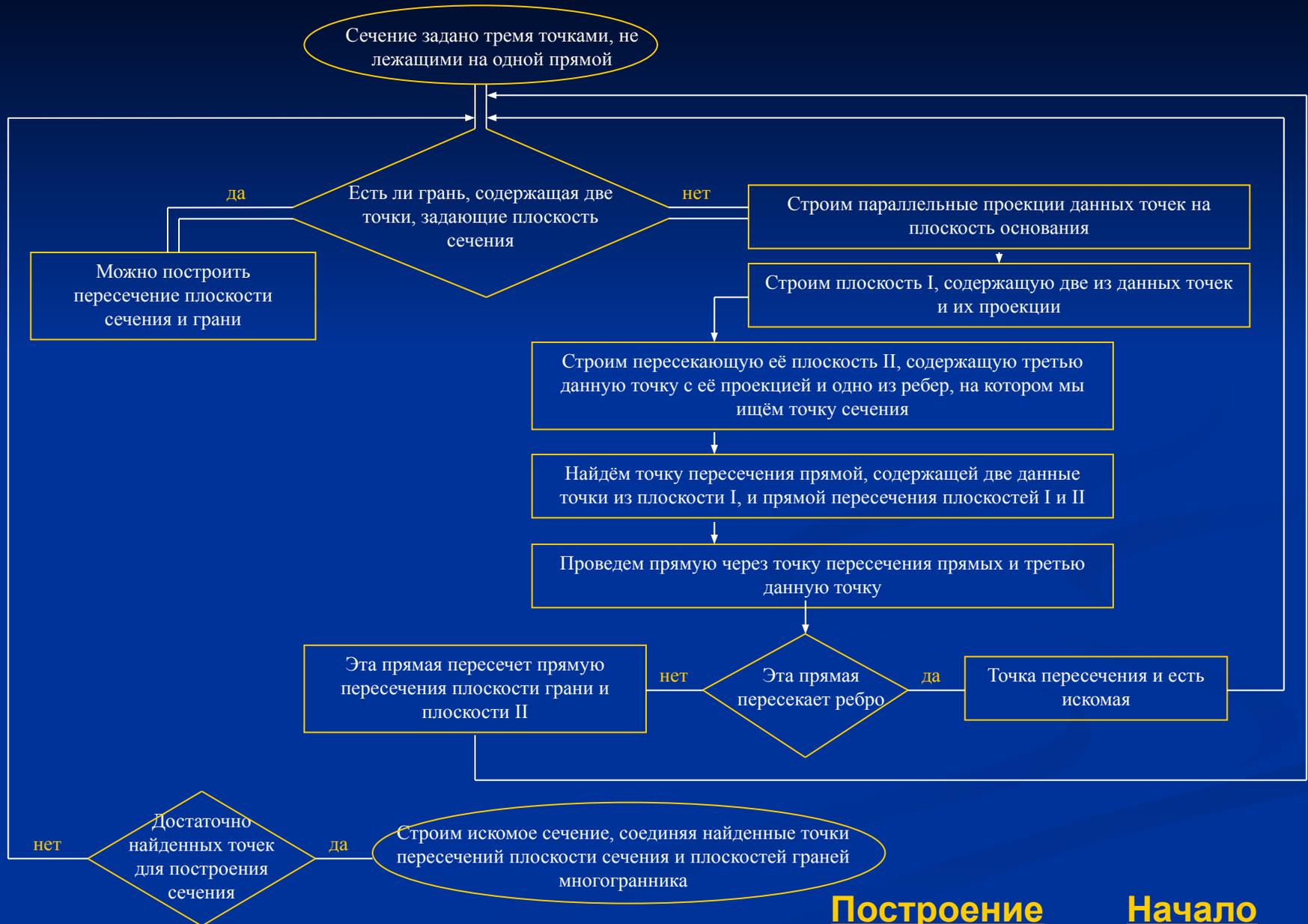
Многоугольники $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$ – основания призмы.

Параллелограммы $A_1A_2B_2B_1, \dots, A_nA_1B_1B_n$ – боковые грани.

Основные свойства параллельного проектирования

1. Проекция прямой есть прямая.
2. Проекция отрезка есть отрезок.
3. Проекция параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.
4. Проекция параллельных отрезков, а также проекции отрезков, лежащих на одной прямой, пропорциональны самим отрезкам.

Алгоритмическое предписание (метод внутреннего проектирования)



Построение (метод внутреннего проектирования)

Найдём точку пересечения секущей плоскости с ребром DD_1 .

1. Построим проекцию PM на плоскость верхнего основания. Получим отрезок PM_1 .
2. Найдём точку пересечения плоскости ADD_1 и PM .
3. Прямая KF_1 будет пересекать ребро DD_1 в искомой точке O .

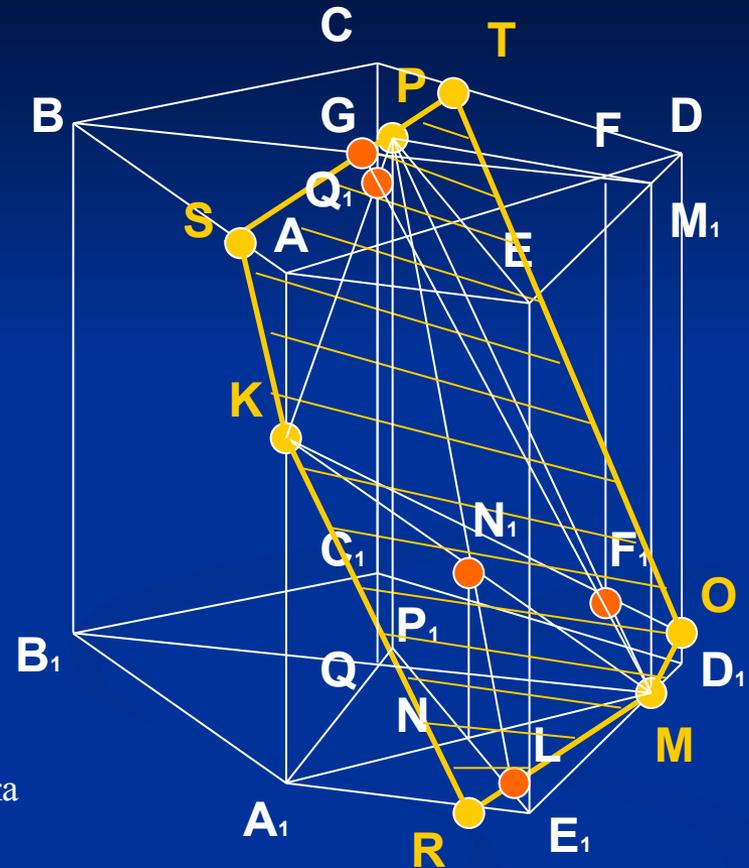
Найдём точку пересечения секущей плоскости с ребром A_1E_1 .

1. Построим проекцию KM на плоскость нижнего основания. Получим отрезок A_1M .
2. Построим проекцию PE на плоскость нижнего основания. Получили отрезок P_1E_1 .
3. Спроектируем точку пересечения P_1E_1 и A_1M , точку N , на KM . Получим точку N_1 .
4. Прямая PN_1 пересекает P_1E_1 в точке L . Эта точка принадлежит секущей плоскости.
5. Прямая ML пересекает A_1E_1 в точке R .

Найдём точку пересечения секущей плоскости с ребром AB .

1. Строим проекцию KP на плоскость нижнего основания. Получим отрезок A_1P_1 .
2. Найдём точку пересечения плоскости BM_1M и KP . Это точка Q_1 .
3. Прямая MQ_1 пересекает BM_1 в точке G . А прямая PG пересекает AB в точке S , а ребро CD – в точке T .

Соединяем найденные точки пересечения секущей плоскости с ребрами призмы. $STOMRK$ – искомое сечение.



Алгоритм построения

Начало