ШАР

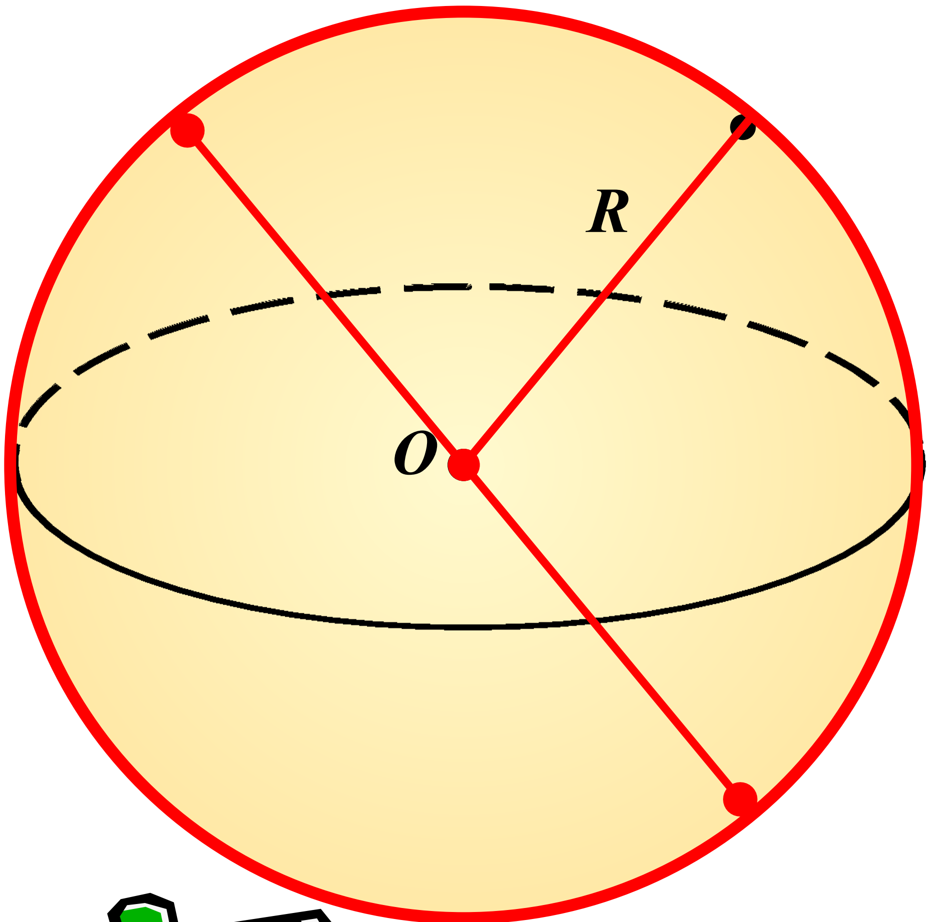
- Мультимедийное пособие по стереометрии для 11 класса

учителя математики

МОУ «СОШ № 15» г.Братска

Аникиной А.И.

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки



Данная точка называется **центром сферы**

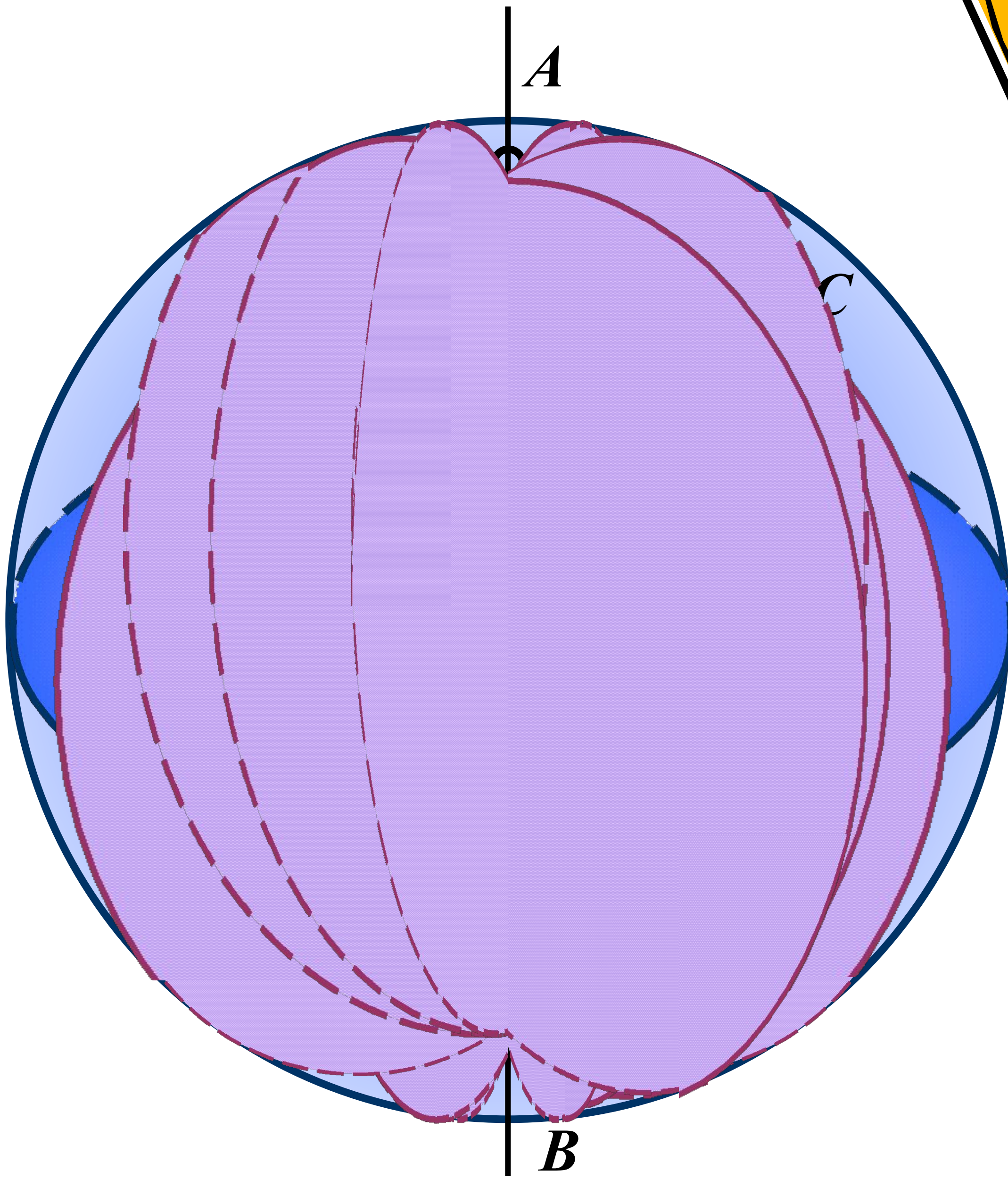
Данное расстояние – **радиусом сферы**

Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр, называется **диаметром сферы**

Сфера получена вращением полуокружности *ACB* вокруг диаметра *AB*.

Тело, ограниченное сферой, называется шаром

Центр, радиус и диаметр сферы называется также центром, радиусом и диаметром шара



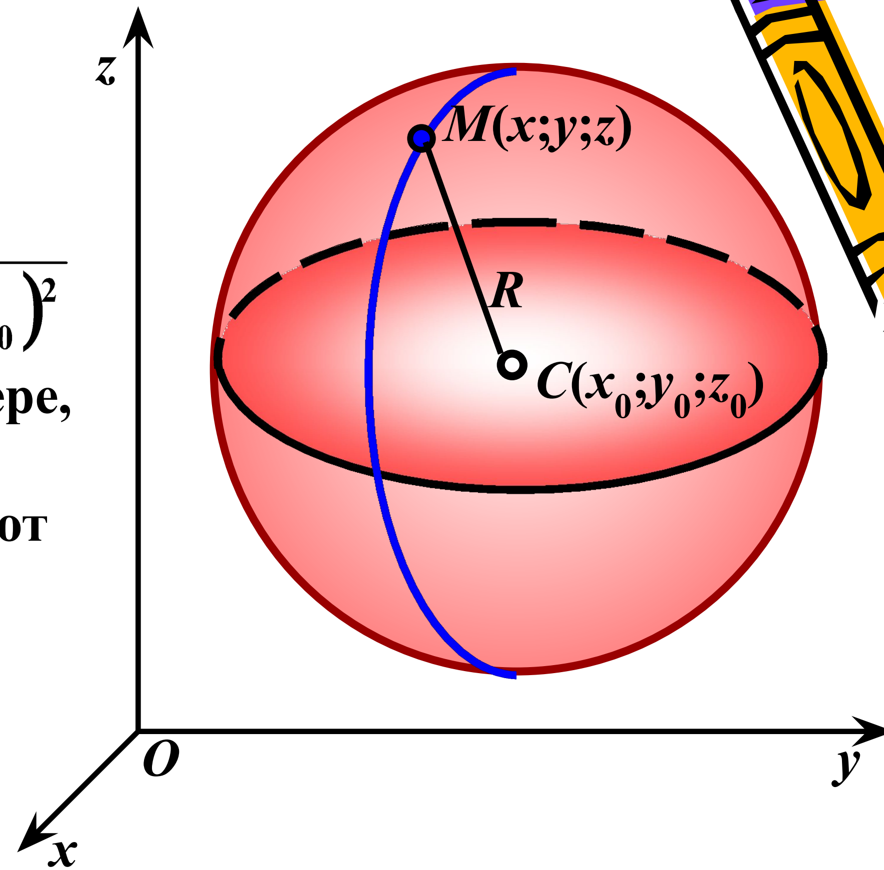
Уравнение сферы

Уравнение с тремя неизвестными x, y и z называется уравнением поверхности F

$$MC = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$$

Если точка M лежит на данной сфере, то $MC = R$ или $MC^2 = R^2$, т.е. координаты точки М удовлетворяют уравнению

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$



Если точка M не лежит на данной сфере, то $MC^2 \neq R^2$, т.е. координаты точки М не удовлетворяют уравнению.

Следовательно, в прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_0;y_0;z_0)$ имеет вид

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

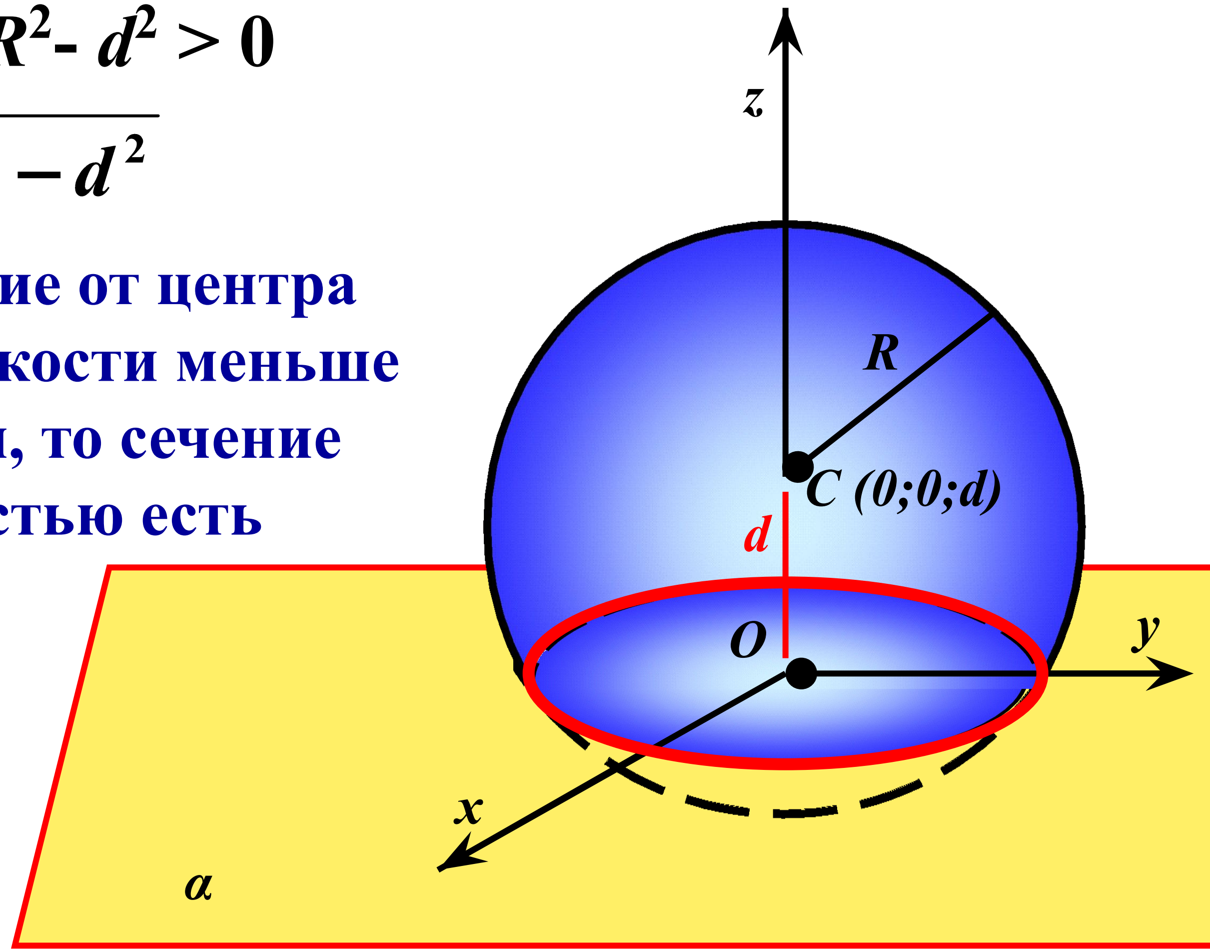
1

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ СФЕРЫ И ПЛОСКОСТИ

$d < R$. Тогда $R^2 - d^2 > 0$

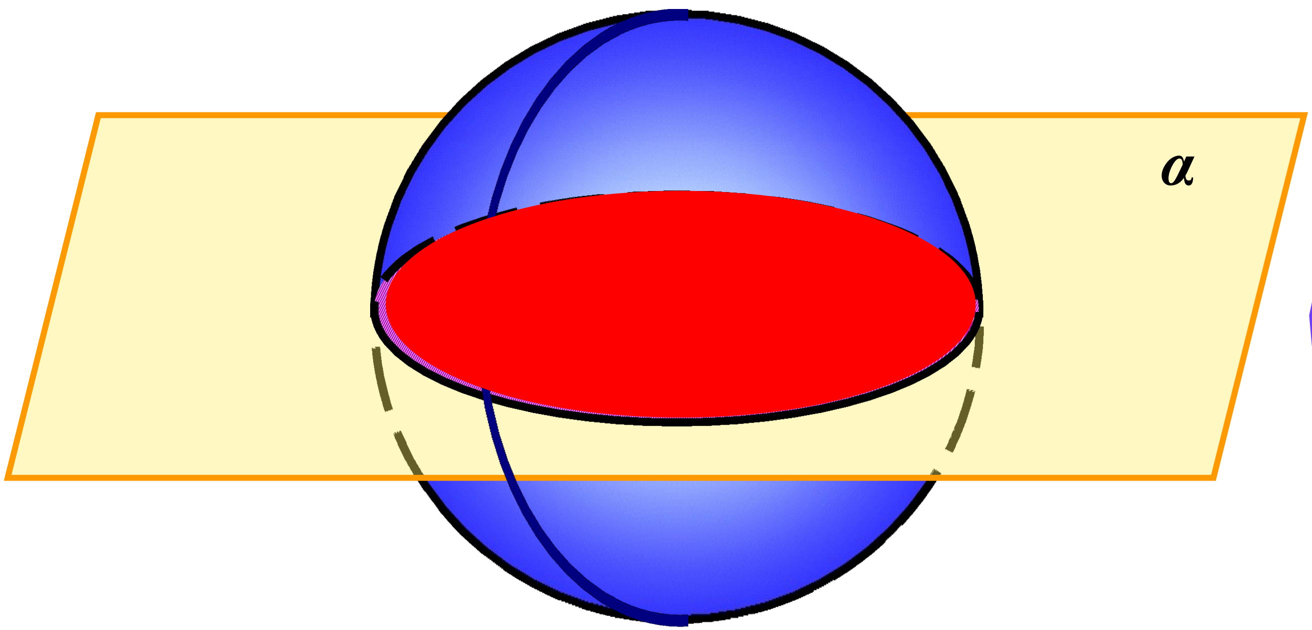
$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

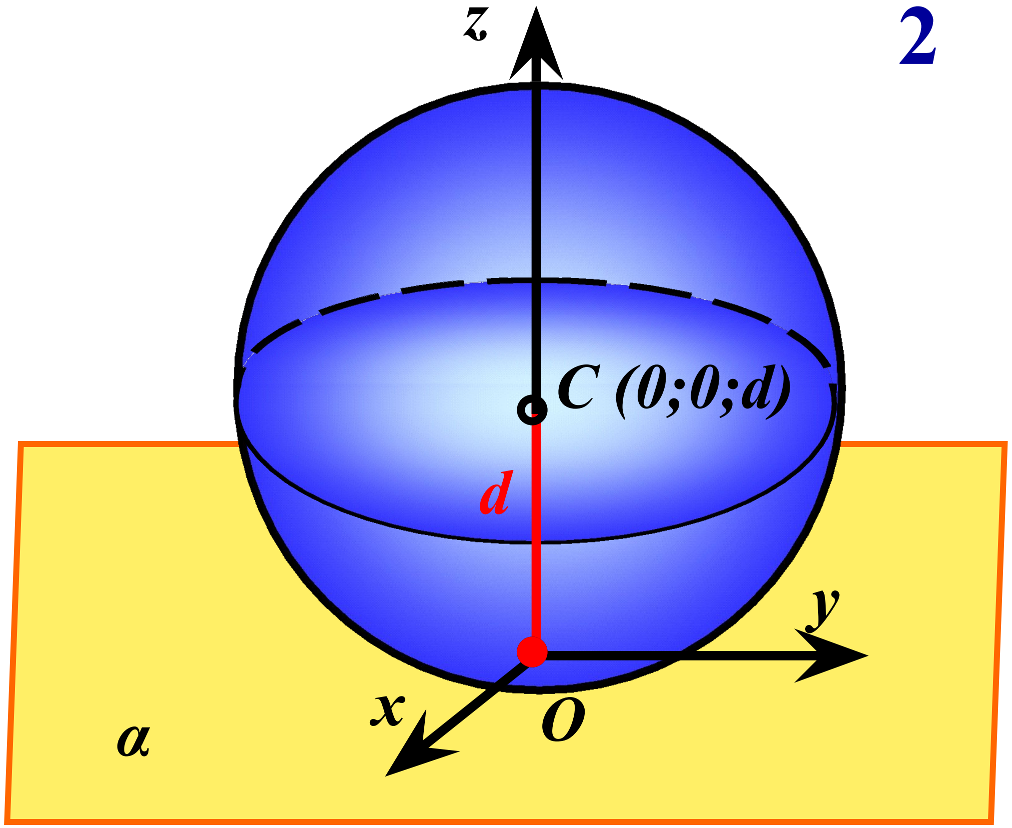
Если расстояние от центра сферы до плоскости меньше радиуса сферы, то сечение сферы плоскостью есть окружность



Сечение шара плоскостью есть круг.

Если секущая плоскость проходит через центр шара, то $d = 0$ и в сечении получается круг радиуса R, т.е. круг, радиус которого равен радиусу шара. Такой круг называется большим кругом шара





2

$d = R$

Тогда $R^2 - d^2 = 0$

Следовательно, точка O – единственная общая точка сферы и плоскости.

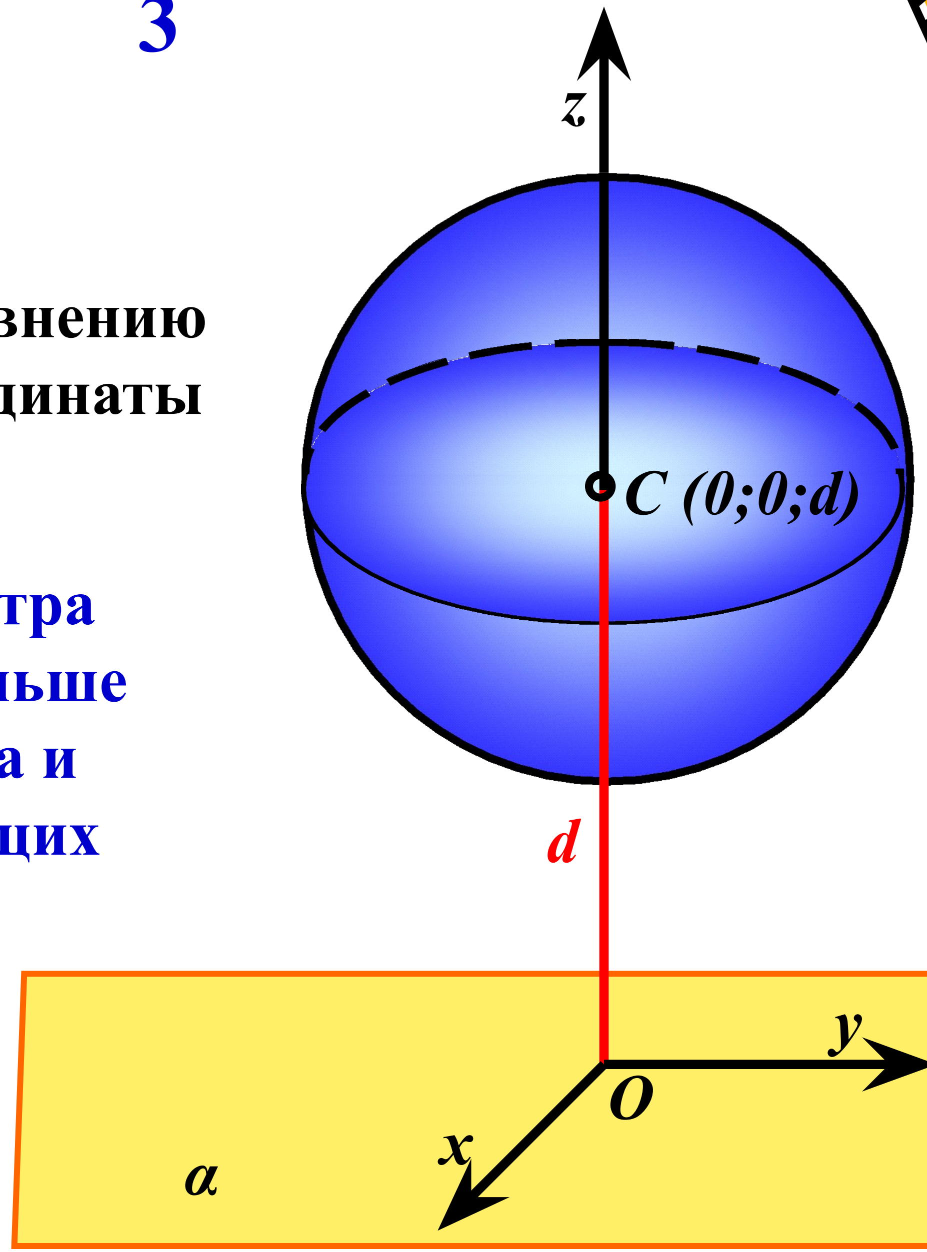
Если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

3

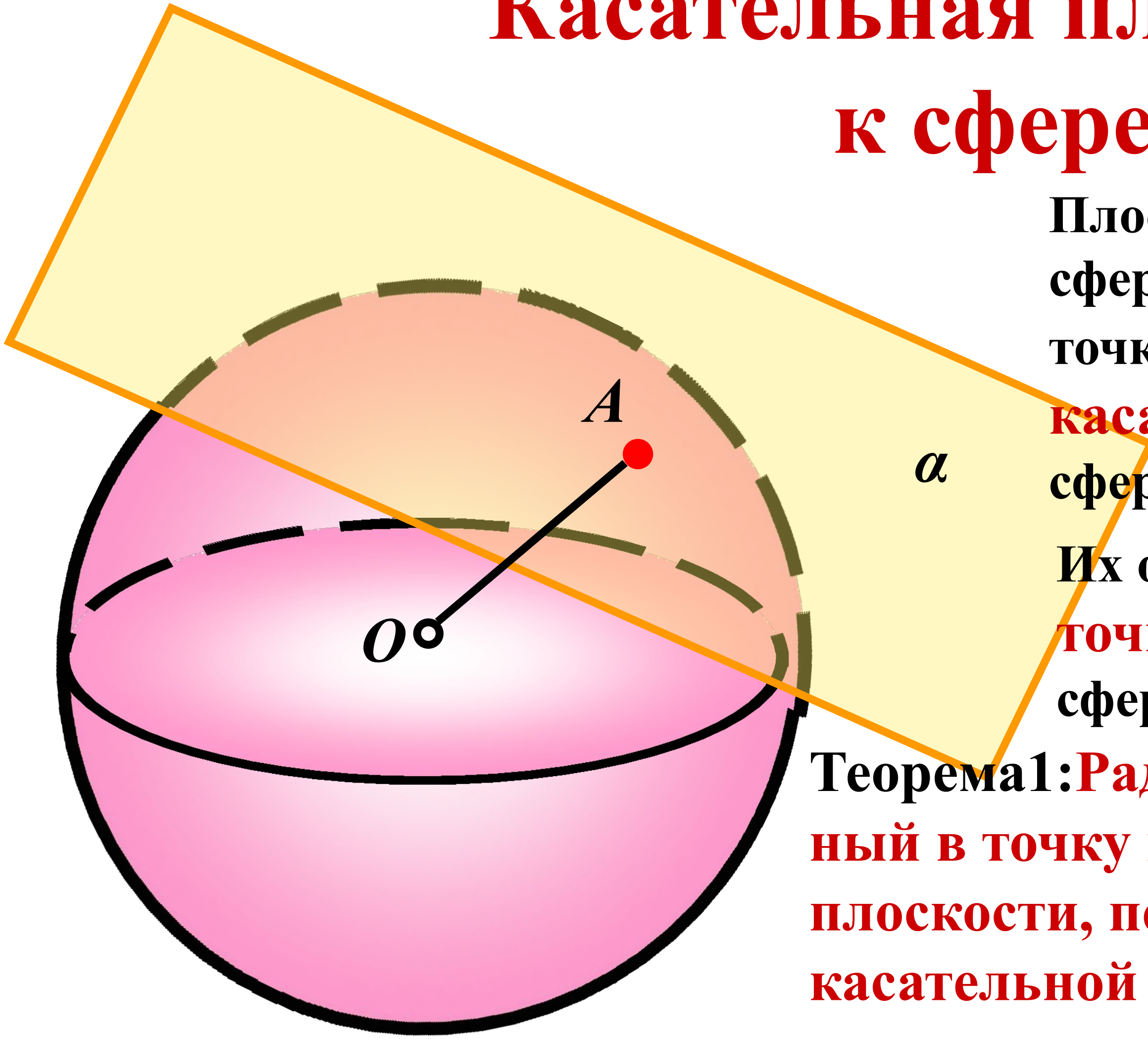
$d > R$

Тогда $R^2 - d^2 < 0$, и уравнению не удовлетворяют координаты никакой точки.

Если расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса сферы, то сфера и плоскость не имеют общих точек.



Касательная плоскость к сфере



Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется **касательной плоскостью** сферы.

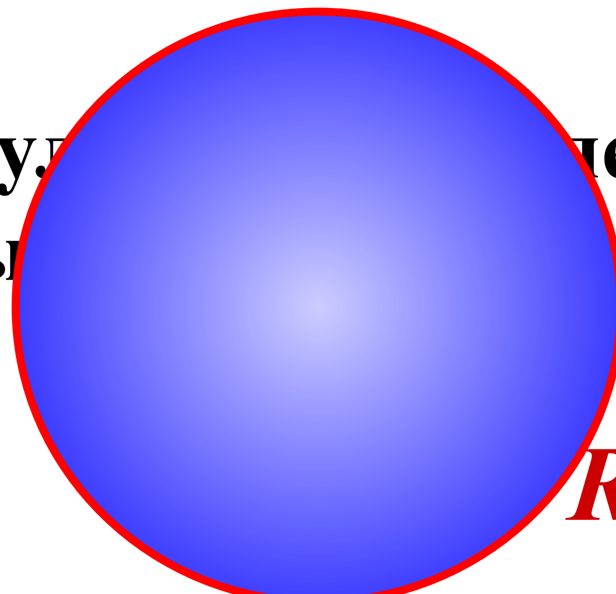
Их общая точка называется **точкой касания** плоскости и сферы.

Теорема1: **Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен касательной плоскости.**

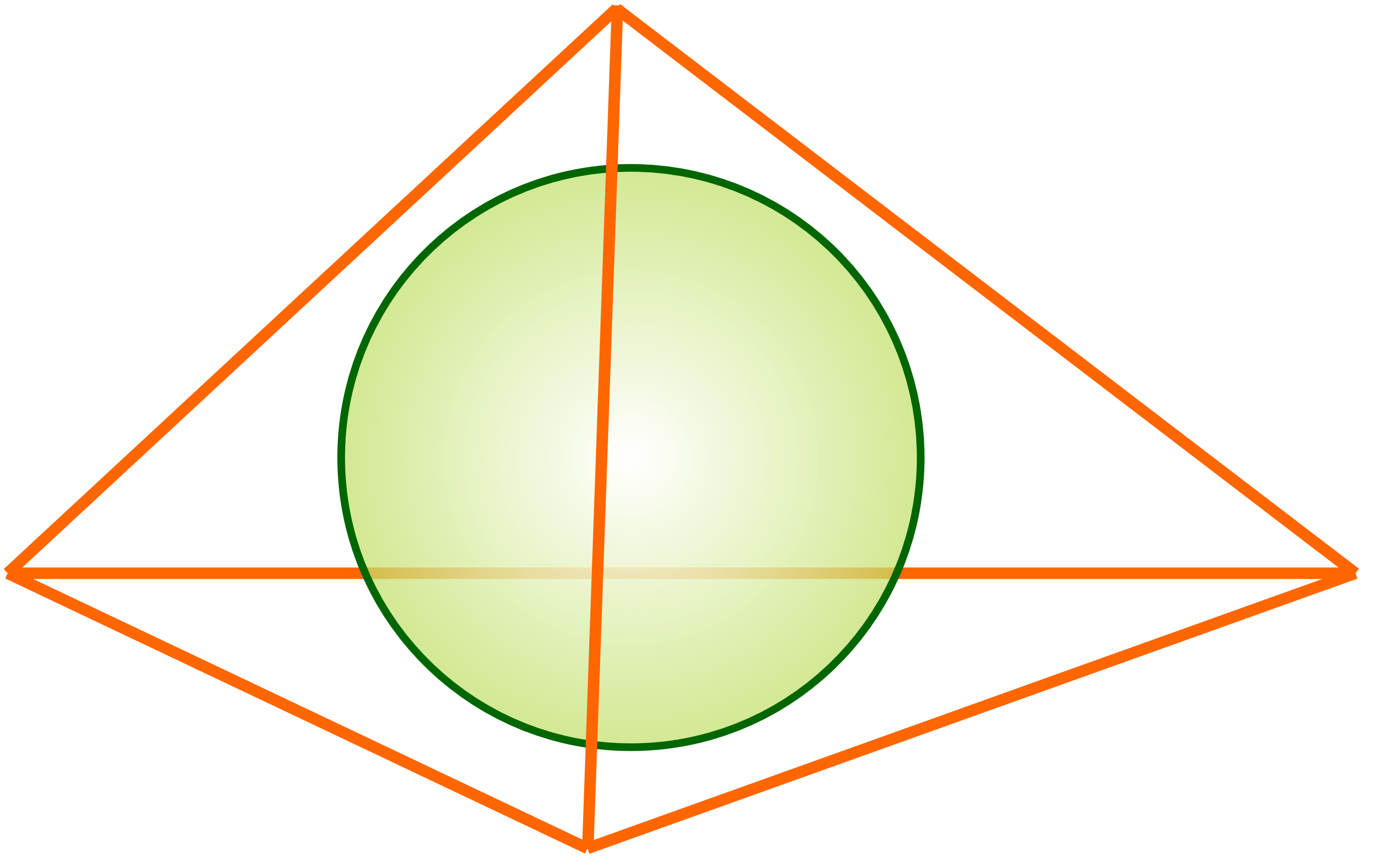
Теорема2: **Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящий через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.**

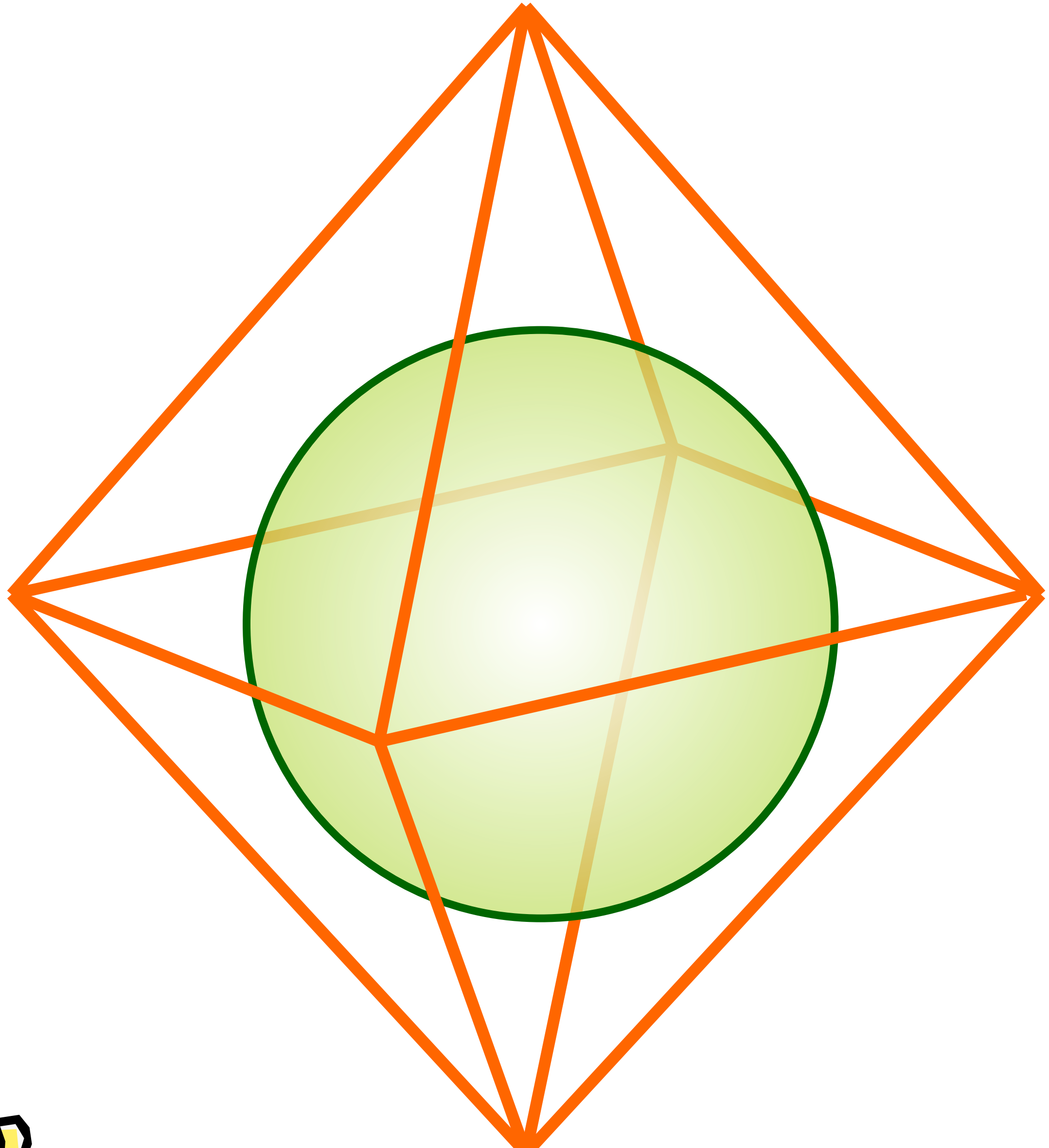
За площадь сферы примем предел последовательности площадей поверхностей описанных около сферы многогранников при стремлении к нулю наибольшего размера каждой грани.

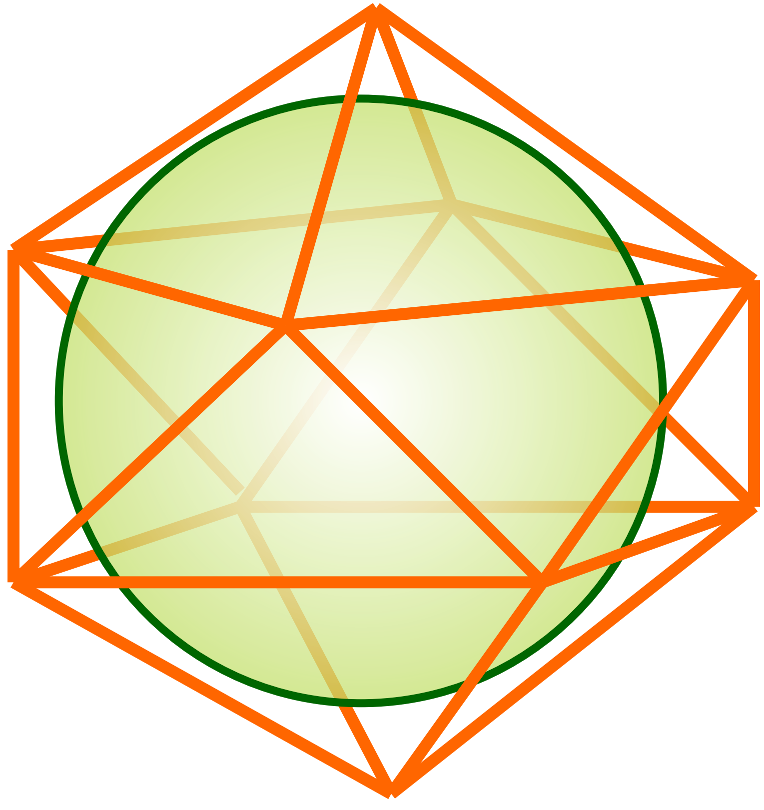
Получим формул ения площади сферы



R^2

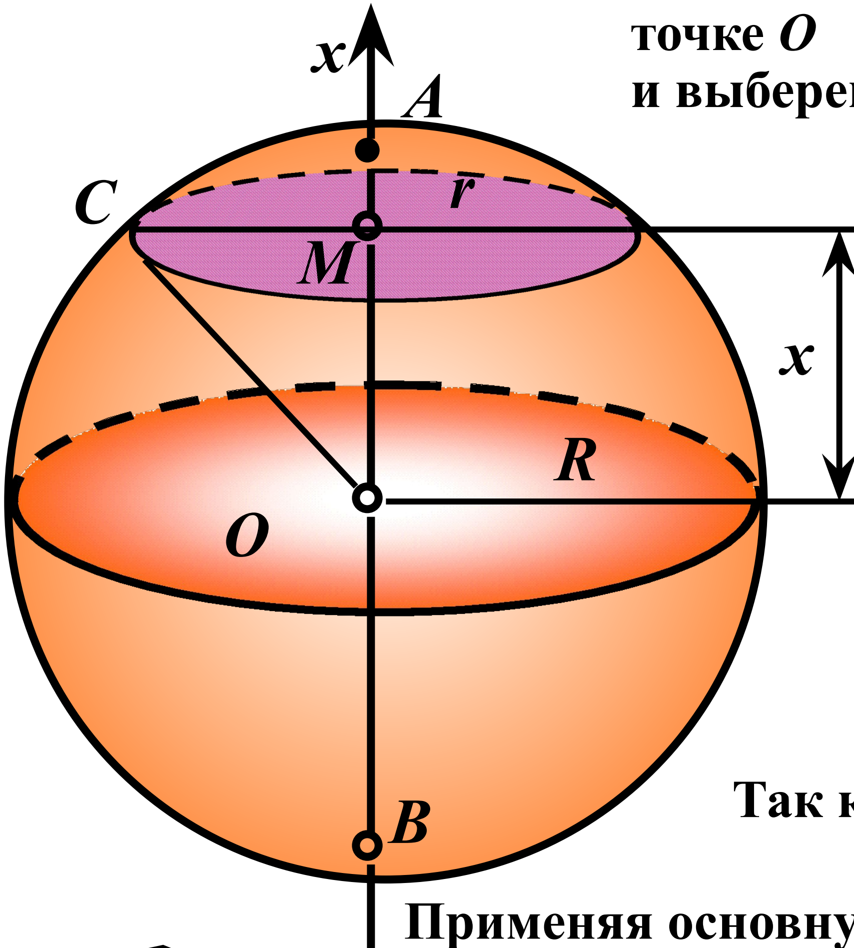






ОБЪЁМ ШАРА

Рассмотрим шар радиуса *R* и центром в точке *O* и выберем ось *Ox* произвольным образом



Сечение шара плоскостью, перпендикулярной к оси *Ox* и проходящие через точку М на этой оси, является кругом с центром в точке *M*.

Из прямоугольного треугольника *OMC* находим

$$r = \sqrt{OC^2 - OM^2} = \sqrt{R^2 - x^2}$$

Так как $S(x) = \pi r^2$, то $S(x) = \pi\,(R^2 - x^2)$

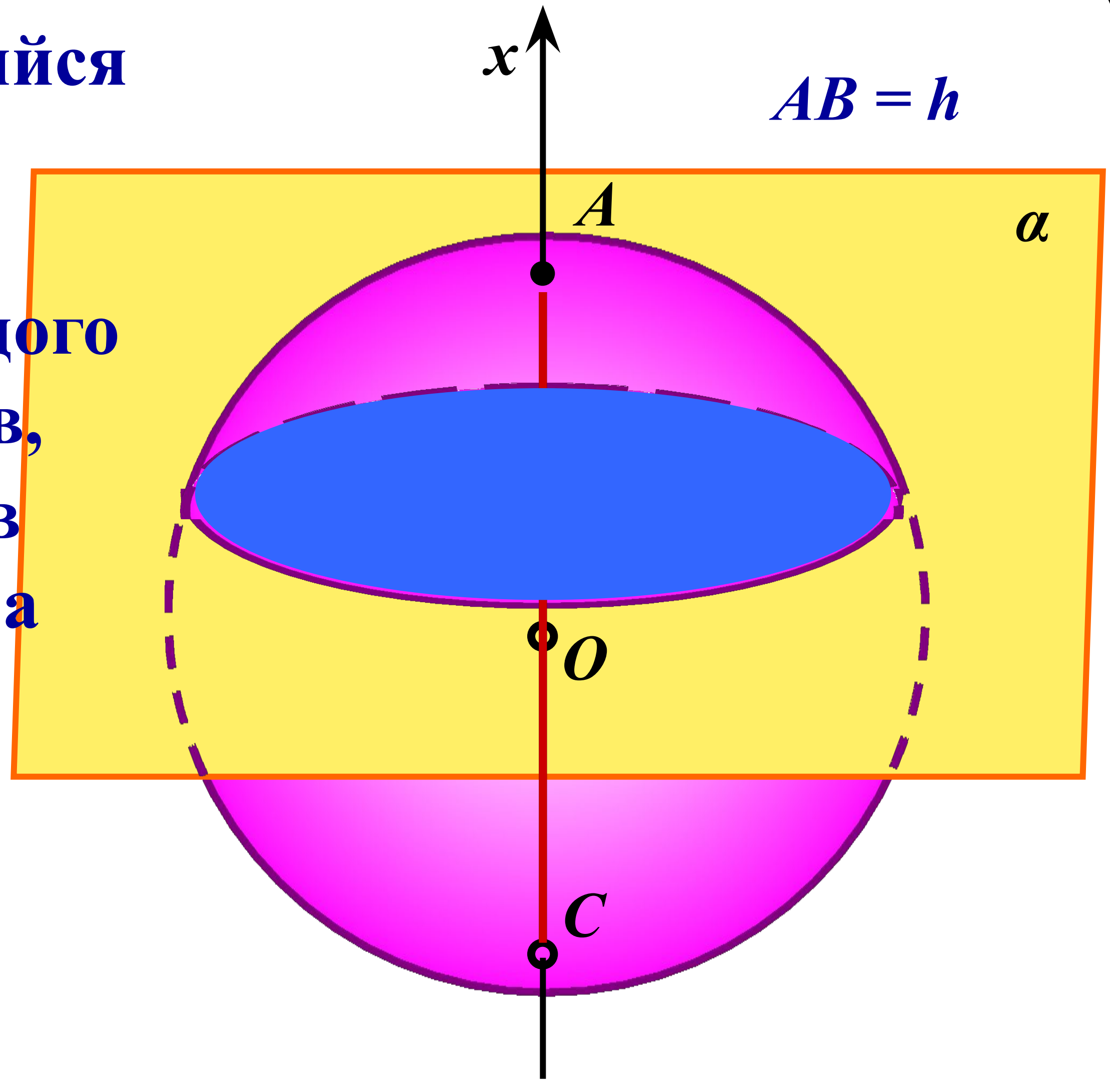
Применяя основную формулу для вычисления объёмов, получим

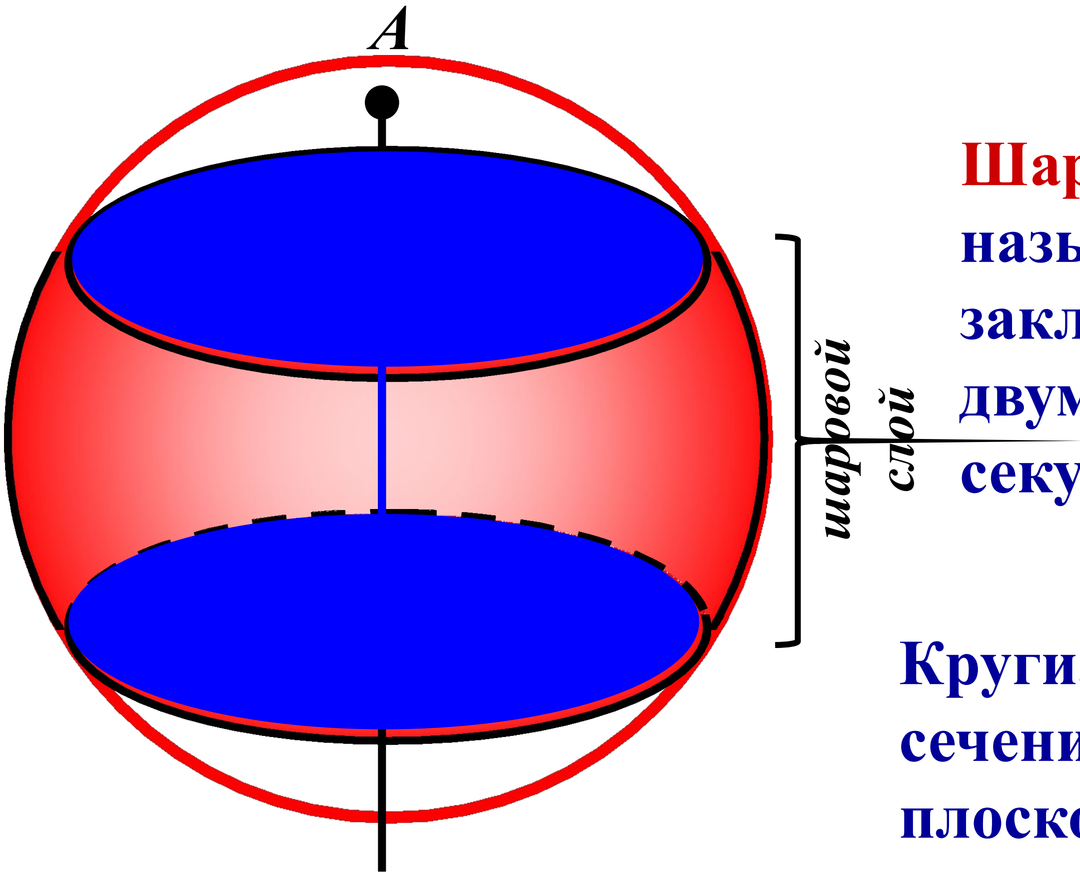
$$V = \int_{-R}^{R} \pi(R^2 - x^2)dx = \pi R^2 \int_{-R}^{R} dx - \pi \int_{-R}^{R} x^2 dx = \pi R^2 x \Big|_{-R}^{R} - \frac{\pi x^3}{3}\Big|_{-R}^{R} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Шаровым сегментом называется часть шара, отсекаемая от него какой – нибудь плоскостью.

Круг, получившийся в сечении, называется **основанием** каждого из этих сегментов, а длины отрезков *AB* и *BC* диаметра *AC* – **высотами** сегментов.

$AB = h$

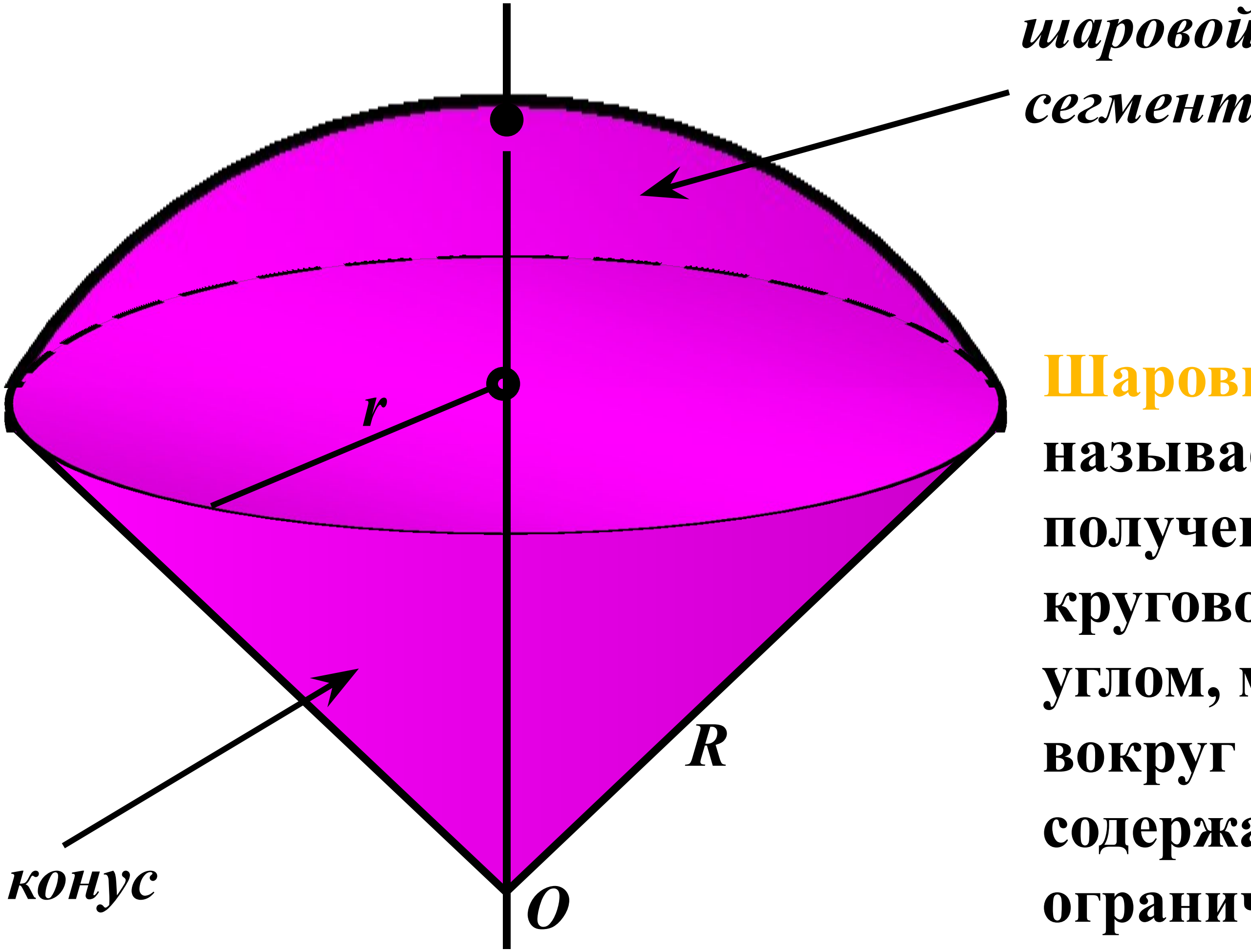




Шаровым слоем называется часть шара, заключённая между двумя параллельными секущими плоскостями

Круги, получившиеся в сечении шара этими плоскостями, называются основаниями шарового слоя.

Расстояние между плоскостями – высотой шарового слоя.



Шаровым сектором называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим 90°, вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих сектор радиусов.

Шаровой сектор состоит из шарового сегмента и конуса