



«ОСНОВЫ ЛОГИКИ И ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПОСТРОЕНИЯ КОМПЬЮТЕРА»

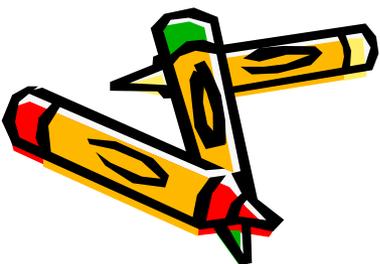


Из опыта работы Ермаковой В. В., учителя информатики
МБОУ СОШ № 19 города Белово Кемеровской области



Процессор компьютера выполняет **арифметические и логические операции** над двоичными кодами.

И поэтому чтобы иметь представление об устройстве компьютера, необходимо познакомиться с основными логическими элементами, лежащими в основе его построения. Для понимания принципа работы таких элементов изучим основные начальные **понятия алгебры логики**.



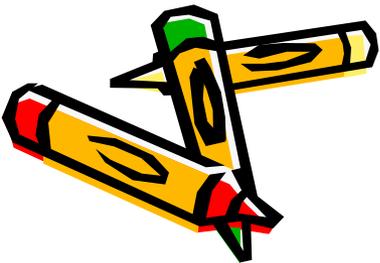


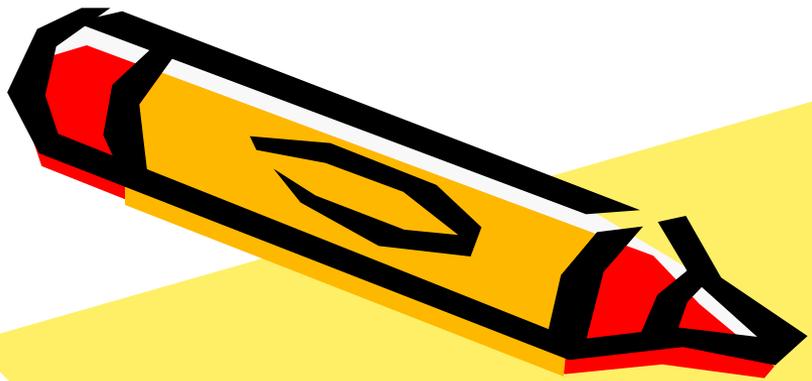
Логика - это наука о формах и способах мышления.



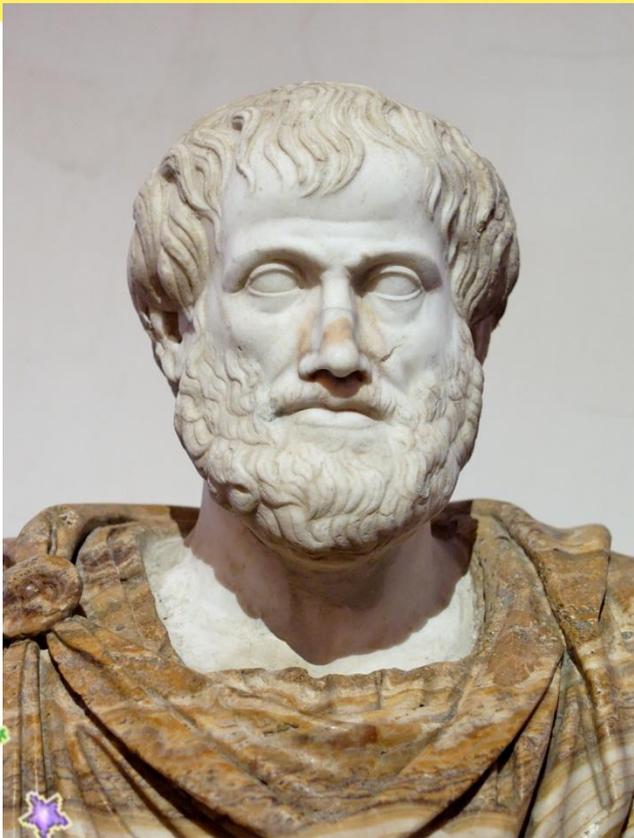
Термин «логика» происходит от древнегреческого *logos*, означающего «слово, мысль, понятие, рассуждение, закон»

Основными формами мышления являются понятие, высказывание и умозаключение.





Первые учения о формах и способах рассуждений возникли в странах Дальнего Востока (Китай, Индия), но в основе современной логики лежат учения, созданные древнегреческими мыслителями. Основы формальной логики заложил **Аристотель** который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.



Алгебру логики так же называют алгеброй Буля, или булевой алгеброй, по имени английского математика Джорджа Буля, разработавшего в XIX веке ее основные положения.

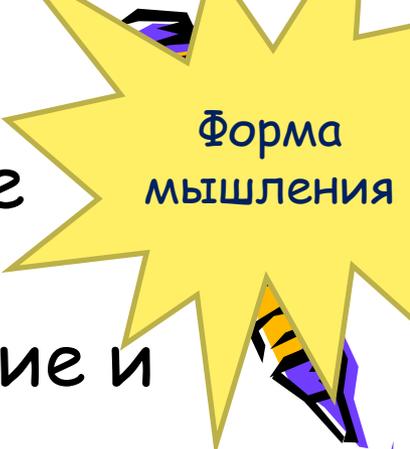


Понятие - это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта.

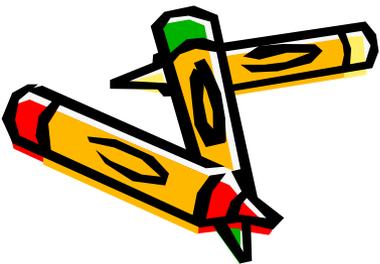
Понятие имеет две стороны: содержание и объём.

Например, содержание понятия «персональный компьютер - это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя.»

Объём понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.



Форма
мышления

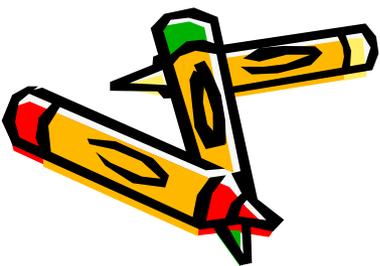


Высказывание (суждение) - это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов, их свойствах и отношениях между ними.



Форма
мышления

Высказывание могут принимать только два значения - **Истина** (обозначается **1**) или **Ложь** (обозначается **0**).

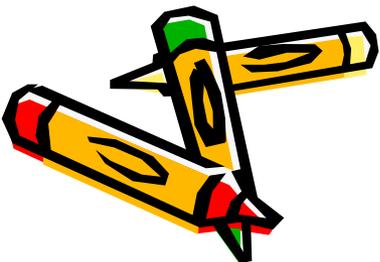


Высказывания могут быть **простыми** и **составными**.

Простые высказывания

Форма
мышления

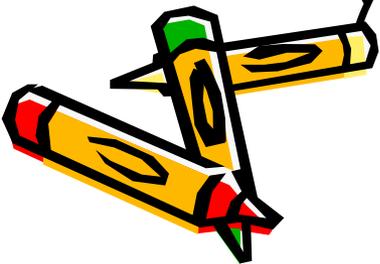
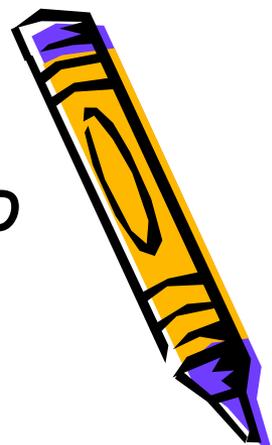
| | |
|------------------------------------|------------------|
| Клубника растёт на деревьях. | (ложь) или (0) |
| Два умножить на два равно четырём. | (истина) или (1) |
| Все мальчики занимаются футболом. | (ложь) или (0) |
| Москва - столица России. | (истина) или (1) |



Простое высказывание состоит из одного высказывания и не содержит логической операции.

Составное высказывание содержит высказывания, объединенные логическими операциями.

Например, высказывание «Процессор является устройством обработки информации **и** принтер является устройством печати» является составным высказыванием, состоящим из двух простых, соединённых союзом «и».



Сложные высказывания.

Форма
мышления

В саду цветут астры и пионы.

Катя любит писать сочинения или решать задачи.

Земля движется по круговой или эллиптической орбите.

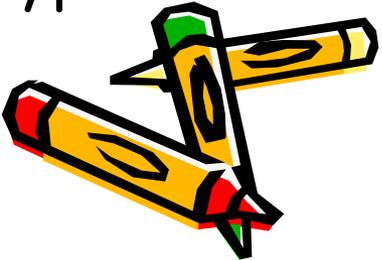
Если на улице дождь, то асфальт мокрый.

Голова думает тогда и только тогда, когда язык отдыхает.



Предикаты

Высказывание состоит из понятий, и его можно сравнить с арифметическим выражением. В математической логике рассматриваются **предикаты**, т. е. функциональные зависимости от неопределённых понятий (терминов), которые можно сравнить с переменными в уравнении.



В предикатах 1 порядка один из терминов является неопределённым понятием: « X - человек».

В предикатах 2 порядка два термина неопределённые: « X любит Y ».

В предикатах 3 порядка неопределённые три термина: « Z - сын X и Y ».

Преобразуем в высказывания:

«Сократ - человек»;

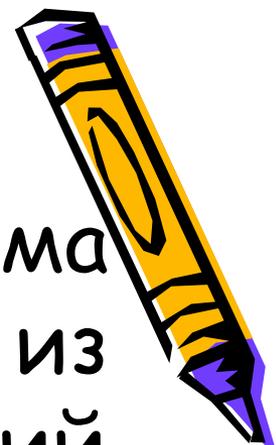
«Ксантиппа любит Сократа»;

«Софрониск - сын Сократа и Ксантиппы»

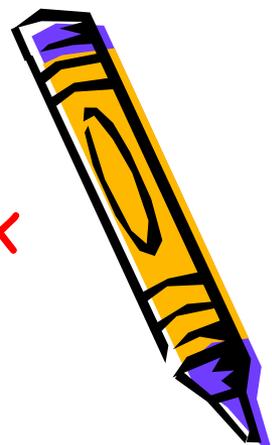
Форма
мышления

Умозаключение - это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких высказываний может быть получено новое высказывание.

Например, если мы имеем высказывание «Все углы треугольника равны», то мы можем путём умозаключения доказать, что в этом случае справедливо высказывание «Это треугольник равносторонний».



В качестве основных логических операций в составных высказываниях используются:



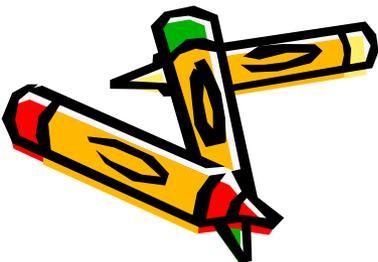
- НЕ (логическое отрицание, **инверсия**)
- ИЛИ (логическое сложение, **дизъюнкция**)
- И (логическое умножение, **конъюнкция**)
- Операция «ЕСЛИ - ТО» (логическое следование, **импликация**)
- Операция «А тогда и только тогда, когда В» (**эквивалентность**, равнозначность)



Все операции алгебры логики определяются **таблицами истинности**.

Таблица истинности определяет результат выполнения операции для всех возможных логических значений исходных высказываний.

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются прописными латинскими буквами:
A, B, C, D ...



Операция НЕ- логическое отрицание (**инверсия**)



- Логическая операция НЕ применяется к одному аргументу, в качестве которого может быть простое и составное высказывание.
- Обозначение операции НЕ, \bar{A} , not A, $\neg A$.

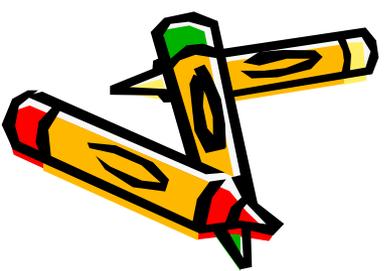
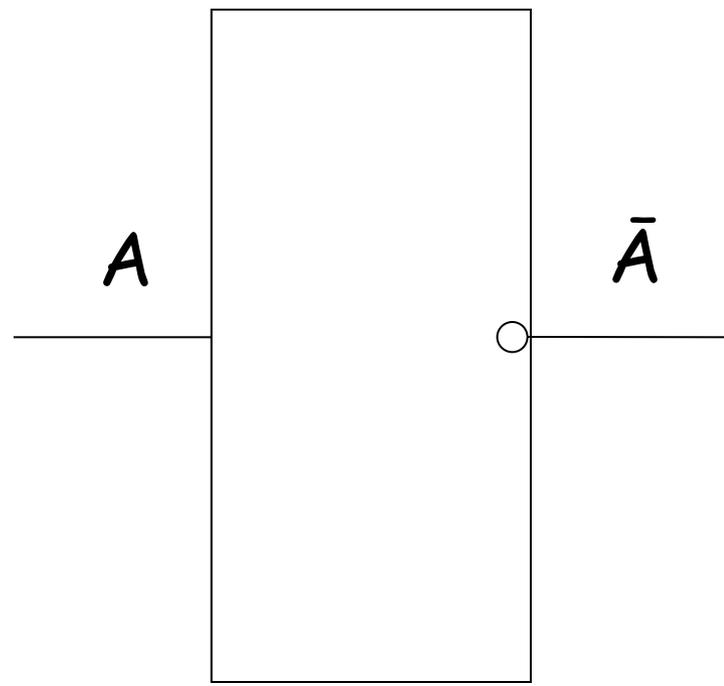
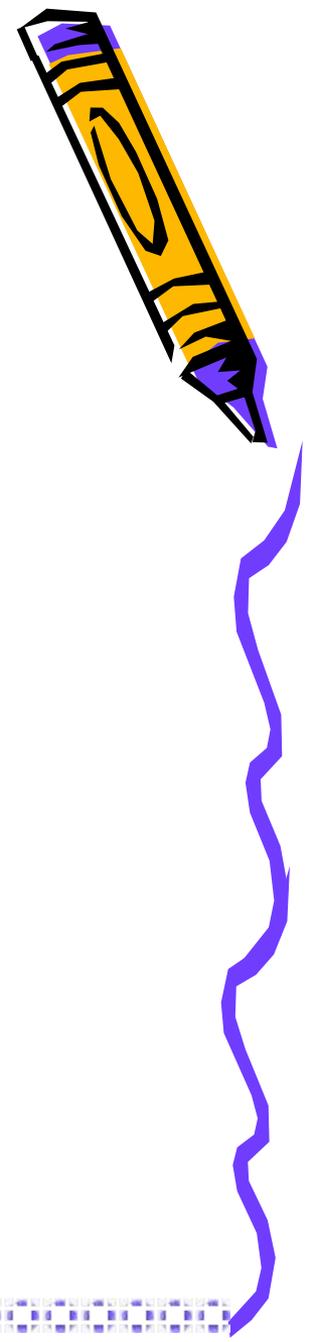
| A | \bar{A} |
|--------|-----------|
| ложь | истина |
| истина | ложь |

| A | \bar{A} |
|---|-----------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |





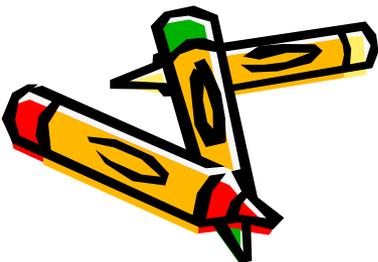
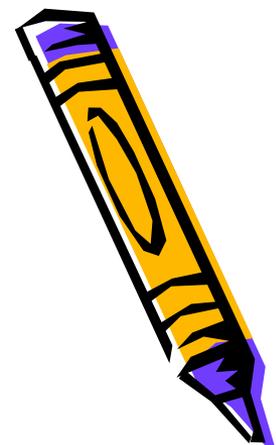
Логический элемент инверсия



Операция ИЛИ - логическое сложение (дизъюнкция нестрогая, объединение)

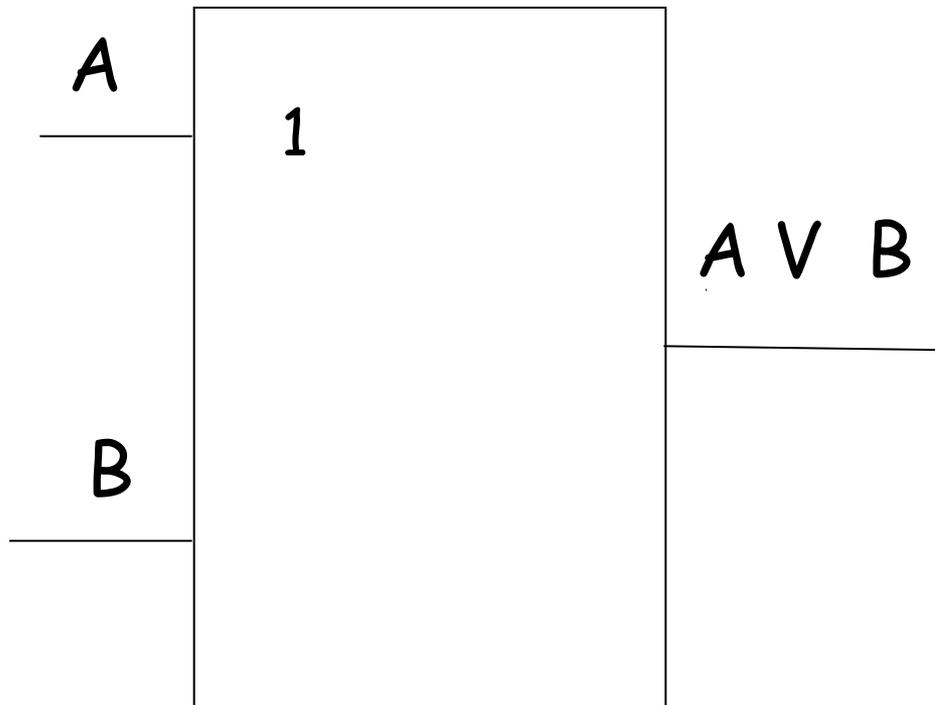
- Выполняет функцию объединения двух высказываний, в качестве которых может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A или B , A or B , $A \vee B$.

| A | B | $A \vee B$ |
|-----|-----|------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |





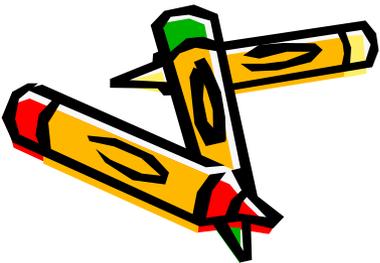
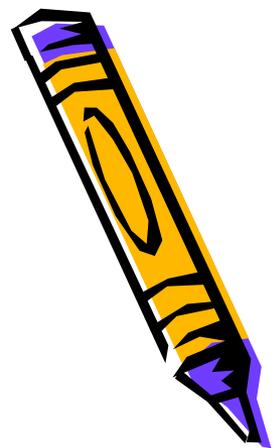
Логический элемент ДИЗЪЮНКЦИЯ



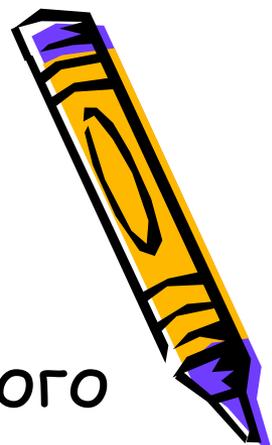
Операция ИЛИ - логическое сложение (дизъюнкция строгая)

Обозначения операции: $A \text{ xor } B$, $A \vee B$.

| A | B | $A \text{ xor } B$ |
|---|---|--------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

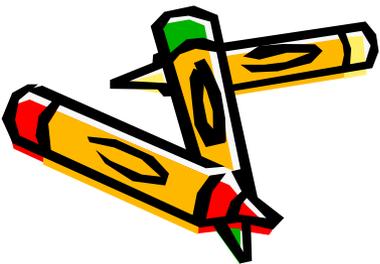


Операция И - логическое умножение (**КОНЪЮНКЦИЯ**)



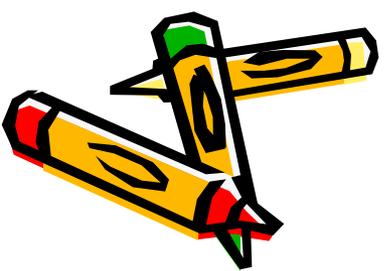
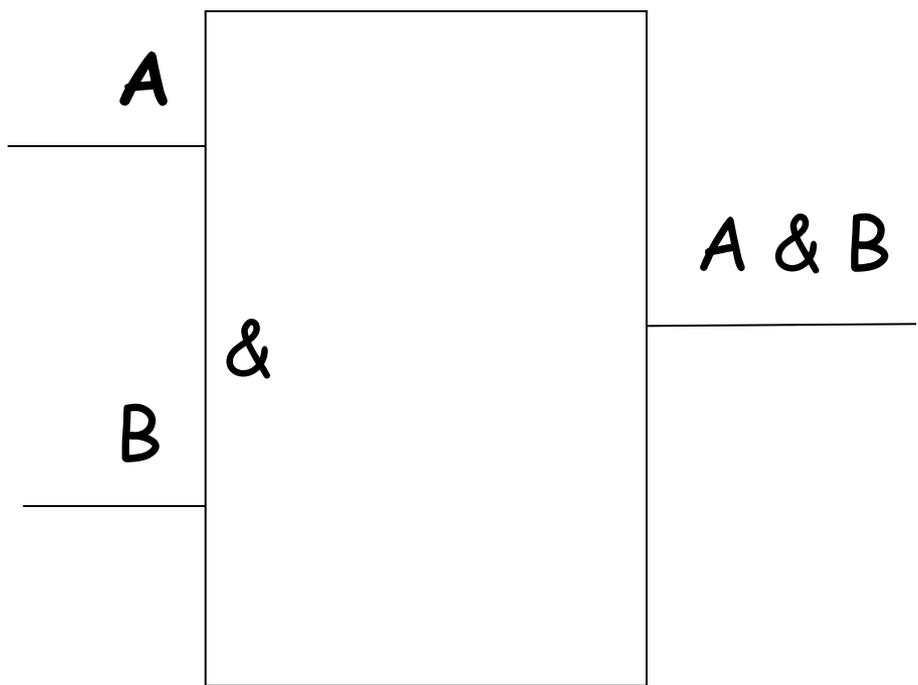
- Выполняет функцию пересечение двух высказываний (аргументов), в качестве которого может быть и простое, и составное высказывание.
- Обозначения операции: A и B , $A \& B$, A and B , $A \wedge B$.

| A | B | $A \& B$ |
|-----|-----|----------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |





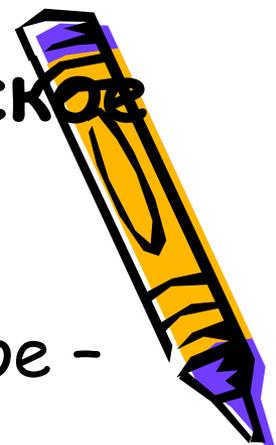
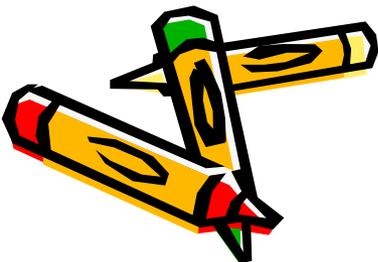
Логический элемент КОНЪЮНКЦИЯ



Операция «ЕСЛИ - ТО» - логическое следование (**ИМПЛИКАЦИЯ**)

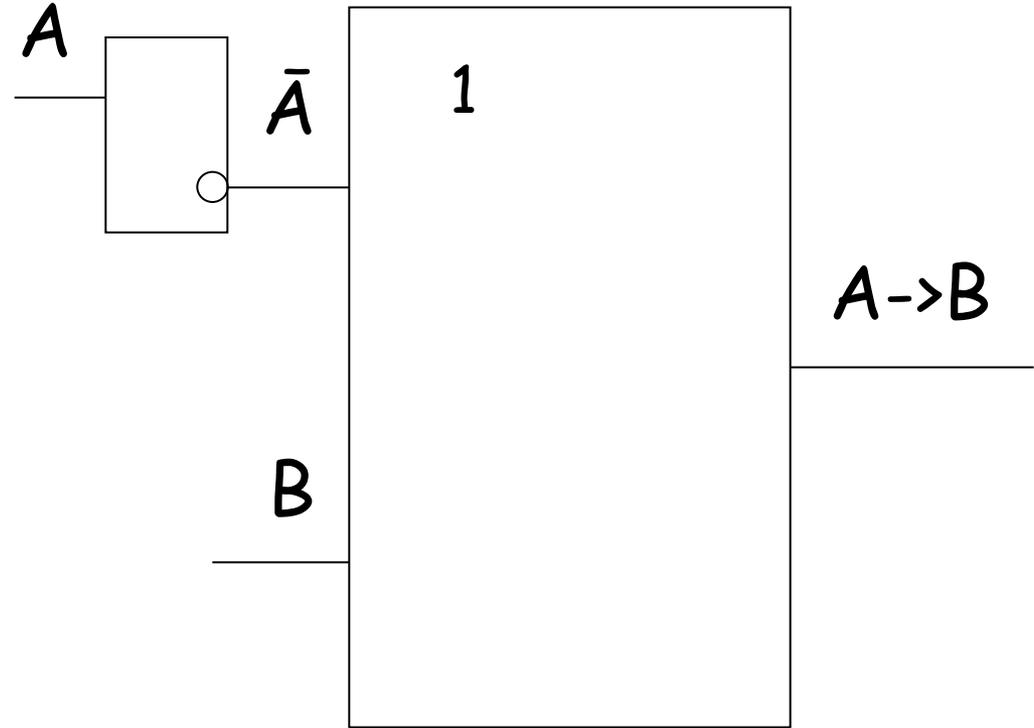
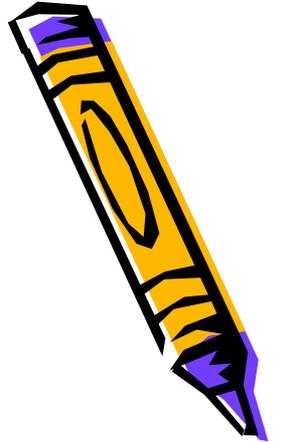
- Связывает два простых высказывания, из которых первое является условием, а второе - следствием из этого условия.
- Обозначения операции: если А, то В; А влечет В; if A then B; $A \rightarrow B$; $A \Rightarrow B$

| A | B | Если А, то В |
|---|---|--------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

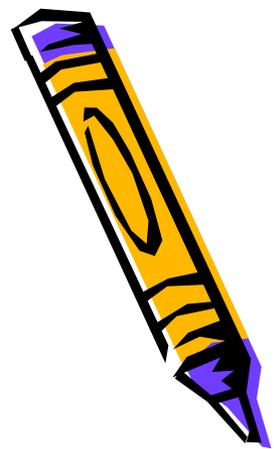




Логический элемент ИМПЛИКАЦИЯ



Операция «А тогда и только тогда, когда В» (**эквивалентность**, равнозначность)



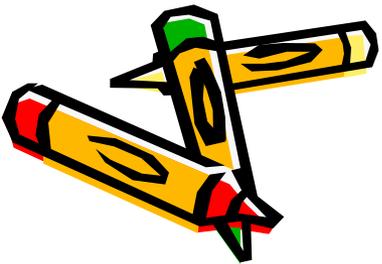
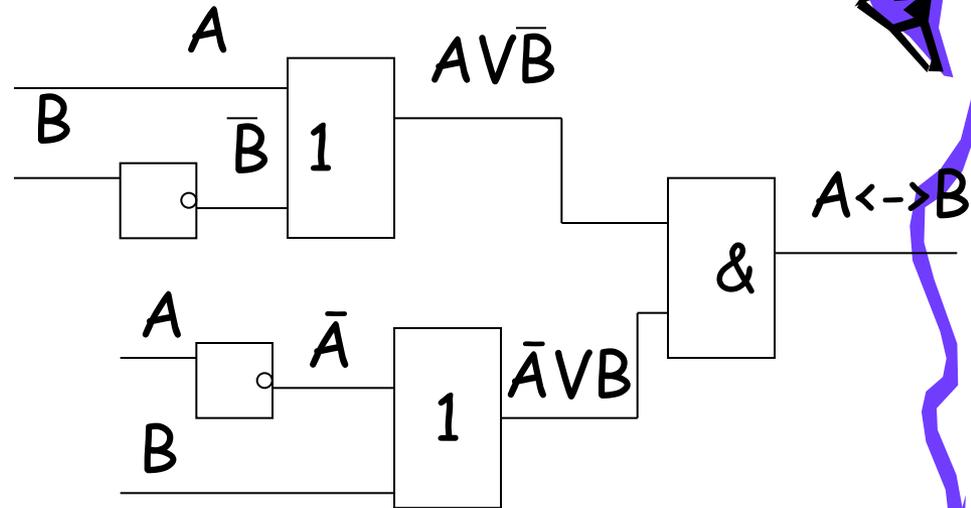
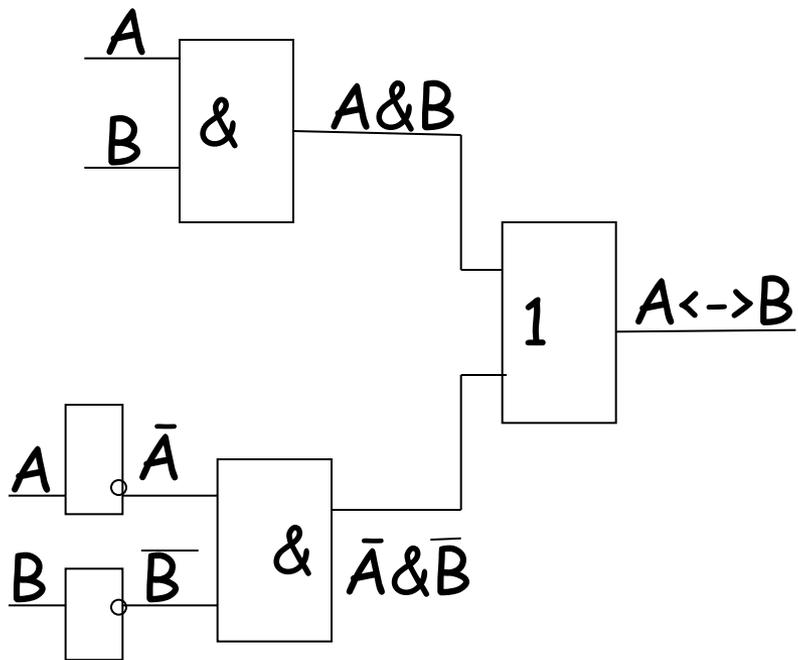
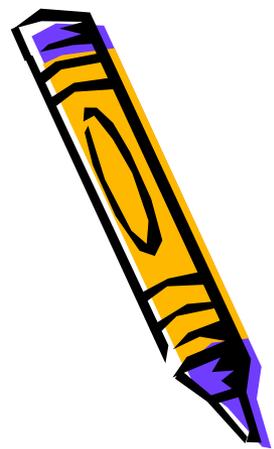
- Обозначения операции: $A \sim B$, $A \Leftrightarrow B$, $A \equiv B$
- Результат операции эквивалентность истинен тогда и только тогда, когда А и В одновременно истинны или ложны.

| A | B | $A \sim B$ |
|---|---|------------|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

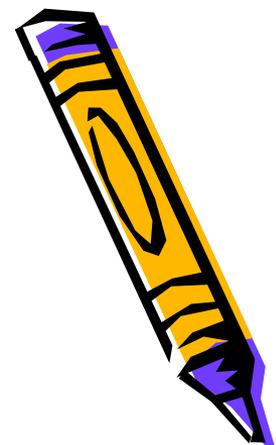




Логический элемент эквивалентности



Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения).



Логическое выражение(формула) – содержит логические переменные, обозначающие высказывания, соединённые знаками логических операций.



Приоритет логических высказываний

- действия в скобках
- инверсия
- конъюнкция
- дизъюнкция
- импликация
- эквивалентность

Пример:

$$U \vee (V \Rightarrow C) \& D \Leftrightarrow \bar{U}$$

Порядок вычисления:

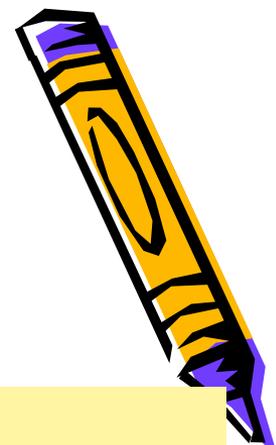
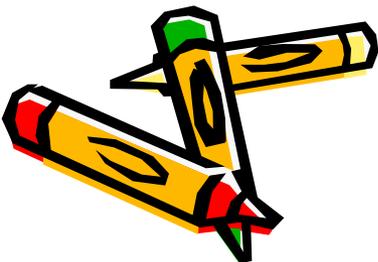
1) \bar{U}

2) $(V \Rightarrow C)$

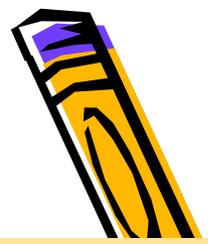
3) $(V \Rightarrow C) \& D$

4) $U \vee (V \Rightarrow C) \& D$

5) $U \vee V \Rightarrow C \& D \Leftrightarrow \bar{U}$



Минипрактикум



Даны простые

высказывания:

$A = \{\text{Процессор - устройство для обработки информации}\}$

$B = \{\text{Сканер - устройство вывода информации}\}$

$C = \{\text{Монитор - устройство ввода информации}\}$

$D = \{\text{Клавиатура - устройство вывода информации}\}$



- Определите истинность логических выражений:
- $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \& D)$;
- $(A \& B) \rightarrow (C \vee D)$;
- $(A \vee B) \rightarrow (C \& D)$;
- $(A \& B) \Leftrightarrow (C \vee D)$;
- $(\bar{A} \rightarrow B) \& (C \vee D)$;
- $(C \Leftrightarrow \bar{A}) \& B \& D$;
- $(A \& B) \vee C \Leftrightarrow (A \& C) \vee (A \& B)$;
- $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \& C \& D) \& (B \vee D)$

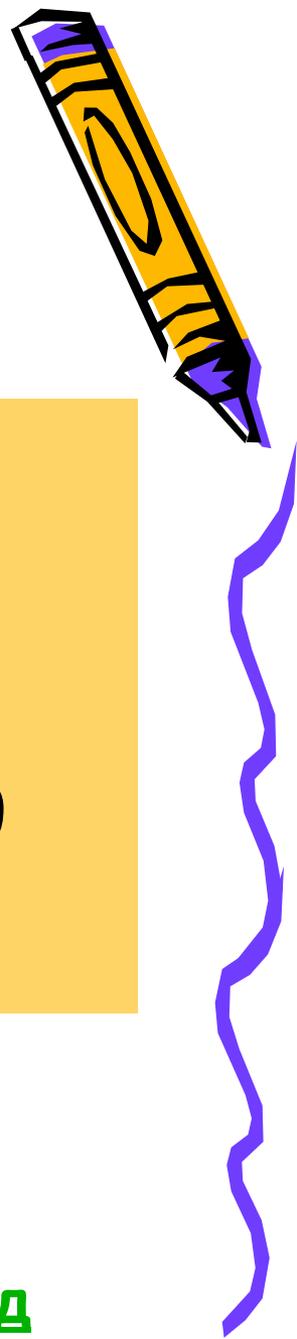
Проверка

Правильные ответы

- $(A \vee B) \Leftrightarrow (C \& D) = 0$
- $(A \& B) \rightarrow (C \vee D) = 1$
- $(A \vee B) \rightarrow (C \& D) = 0$
- $(A \& B) \Leftrightarrow (C \vee D) = 1$
- $(\bar{A} \rightarrow B) \& (C \vee D) = 0$
- $(C \Leftrightarrow \bar{A}) \& B \& D = 0$
- $(A \& B) \vee C \Leftrightarrow (A \& C) \vee (A \& B) = 1$
- $(A \vee B) \vee C \rightarrow (A \& C \& D) \& (B \vee D) = 0$

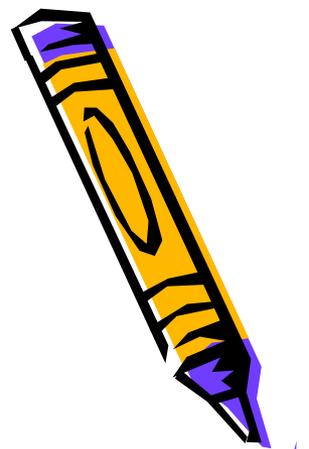
- $A=1$
- $B=0$
- $C=0$
- $D=0$

[Назад](#)

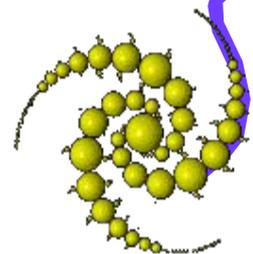
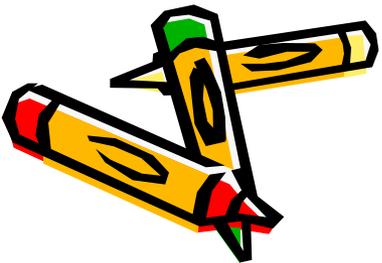




Практическая работа ПК



- Создание в электронных таблицах Microsoft Excel(OpenOffice.org Calc) таблиц истинности логических функций:
 - Конъюнкции
 - Дизъюнкции
 - Инверсии
 - Импликации
 - Эквивалентности



Составление таблиц истинности по логической формуле

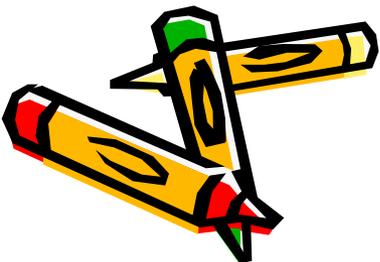


- Количество строк - 2^n , где n - это количество логических переменных
- Количество столбцов - количество логических переменных + количество логических операций.
- **Пример: $\bar{A} \& B$**

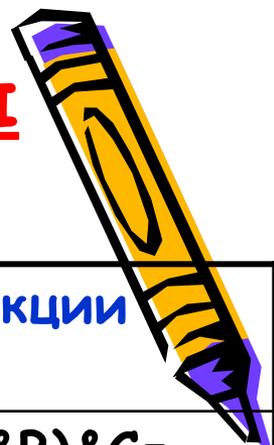
Количество строк = $2^2 = 4$

Количество столбцов = $2 + 2 = 4$

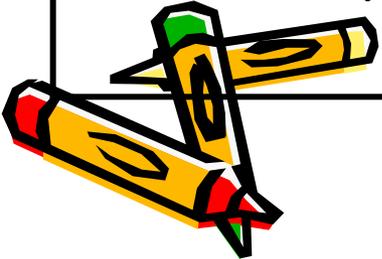
| A | B | \bar{A} | $\bar{A} \& B$ |
|---|---|-----------|----------------|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |



Основные законы булевой алгебры

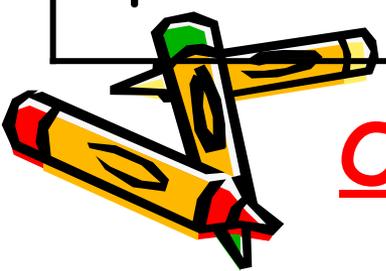


| Закон | Для дизъюнкции | Для конъюнкции |
|--|--|--|
| 1. Ассоциативность | $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C = A \vee B \vee C$ | $A \& (B \& C) = (A \& B) \& C = A \& B \& C$ |
| 2. Коммутативность | $A \vee B = B \vee A$ | $A \& B = B \& A$ |
| 3. Дистрибутивность (распределение) | $A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$ $(A \vee B) \& (B \vee C) = (A \& C) \vee B$ | $(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$ $A \& B \vee C \& B = B \& (A \vee C)$ |
| 4. Идемпотентность | $A \vee A = A$ | $A \& A = A$ |
| 5. Инволюция | $\overline{\overline{A}} = A$ | |





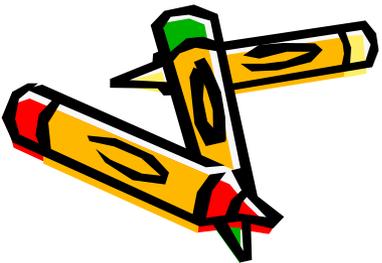
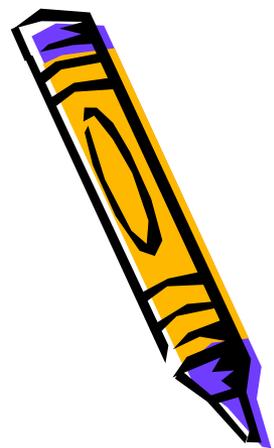
| Закон | Для дизъюнкции | Для конъюнкции |
|---|------------------------------------|----------------------------------|
| 6. Действие с абсолютно-истинными высказываниями | $A \vee 1 = 1$ | $A \& 1 = A$ |
| 7. Действия с абсолютно-ложными высказываниями | $A \vee 0 = A$ | $A \& 0 = 0$ |
| 8. Законы де Моргана | $A \vee B = \overline{A \& B}$ | $A \& B = \overline{A \vee B}$ |
| 9. Закон исключенного третьего и закон непротиворечия | $A \vee \bar{A} = 1$ | $A \& \bar{A} = 0$ |
| 10. Поглощения | $A \vee (A \& B) = A$ | $A \& (A \vee B) = A$ |
| 11. Поглощение отрицания | $A \vee (\bar{A} \& B) = A \vee B$ | $A \& (\bar{A} \vee B) = A \& B$ |



Основные законы булевой алгебры

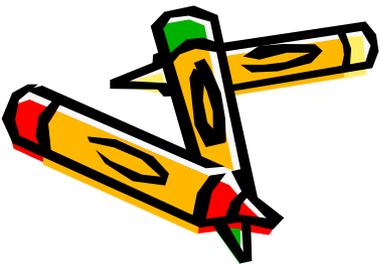
Формула склеивания

- $(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$
- $(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$



Формулы поглощения

- $A \vee (A \wedge B) = A$
- $A \wedge (A \vee B) = A$
- $A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$
- $A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$

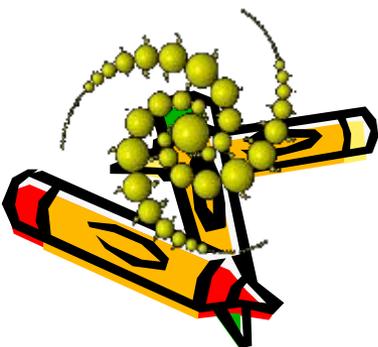


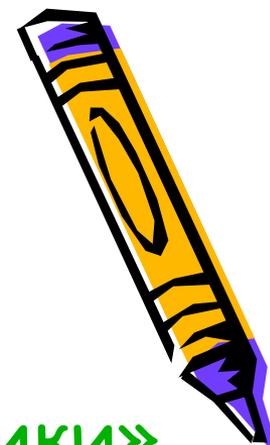


Тестовое задание



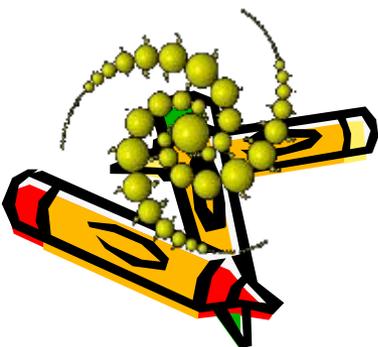
Начать тест





Вопросы и задания по теме «Основы логики»

Зачёт по теме «Основы логики»



Использованные источники



- Угринович, Н. Д. Информатика и ИКТ. Профильный уровень Учебник 10-11 классов/Н. Д. Угринович. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
- Макарова, Н. В. Информатика и ИКТ. Учебник 8-9 класс/Под ред. Проф. Н. В. Макаровой. - СПб.: Питер, 2007.
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/%C1%F3%EB%FC,%C4%E6%EE%F0%E4%E6>
- <http://ru.wikipedia.org/wiki/%C0%F0%E8%F1%F2%EE%F2%E5%EB%FC>
- <http://yandex.ru/yandsearch?text=%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%BA%D0%B0+%D0%B8+%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%BF%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%B5%D1%80+%D0%BA%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BA%D0%B8&lr=>

