Представление чисел в памяти компьютера

презентация подготовлена
учителем информатики МОУ СОШ №8
Константиновой Еленой Ивановной

Как представляются в компьютере целые числа?

Целые числа могут представляться в компьютере со знаком или без знака.

Целые числа без знака обычно **занимают в памяти один или два байта** и принимают в однобайтовом формате значения от 00000000_2 до 11111111_2 , а в двубайтовом формате - от $00000000\ 00000000_2$ до 1111111111111111_2.

Диапазоны значений целых чисел без знака

Формат числа в байтах	Диапазон	
	Запись с порядком	Обычная запись
1	0 ... 2^8-1	0 ... 255
2	0 ... 2^{16}-1	0 ... 65535

Число $39_{10} = 100111_2$ в *однобайтовом* формате:

Номера разрядов	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	0	0	1	0	0	1	1	1

Число $39_{10} = 100111_2$ в *двубайтовом* формате:

Номера разрядов	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1

Число $65\ 535_{10} = 11111111\ 11111111_2$ в *двубайтовом* формате:

Номера разрядов	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Биты числа	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Целые числа со знаком обычно занимают в памяти компьютера один, два или четыре байта, при этом самый левый (старший) разряд содержит информацию о знаке числа. Знак "плюс" кодируется нулем, а "минус" - единицей.

Диапазоны значений целых чисел со знаком

Формат числа в байтах	Диапазон	
	Запись с порядком	Обычная запись
1	-2^{7} ... 2^{7}-1	-128 ... 127
2	-2^{15} ... 2^{15}-1	-32768 ... 32767
4	-2^{31} ... 2^{31}-1	-2147483648 ... 2147483647

Рассмотрим особенности записи целых чисел со знаком на примере **однобайтового формата**, при котором для знака отводится один разряд, а для цифр абсолютной величины - семь разрядов.

1	1	1	1	0	0	0	0

В компьютерной технике применяются три формы записи (кодирования) целых чисел со знаком: *прямой* код, *обратный* код, *дополнительный* код.

Положительные числа **в прямом, обратном и дополнительном кодах изображаются *одинаково* - двоичными кодами с цифрой 0 в знаковом разряде.**

Отрицательные числа **в прямом, обратном и дополнительном кодах имеют *разное* изображение.**

1. **Прямой код. В знаковый разряд помещается цифра 1, а в разряды цифровой части числа - двоичный код его абсолютной величины**

2. **Обратный код.** **Получается инвертированием всех цифр двоичного кода абсолютной величины числа, включая разряд знака: нули заменяются единицами, а единицы – нулями.**

3. **Дополнительный код.** **Получается образованием обратного кода с последующим прибавлением единицы к его младшему разряду.**

Формы записи целых положительных чисел

Десятичное представление	Двоичное представление	Представление в прямом коде	Представление в обратном коде	Представление в дополнительном коде
23	**10111**	**00010111**	**00010111**	**00010111**
127	**1111111**	**01111111**	**01111111**	**01111111**
1	**1**	**00000001**	**00000001**	**00000001**

имеют одинаковое представление

Число $23_{10}=10111_2$

прямой, обратный и дополнительный код

0	0	0	1	0	1	1	1
«+»							

Число $127_{10}=1111111_2$

прямой, обратный и дополнительный код

0	1	1	1	1	1	1	1
«+»							

Число $1_{10}=1_2$

прямой, обратный и дополнительный код

0	0	0	0	0	0	0	1
«+»							

Формы записи целых отрицательных чисел

Десятичное представление	Двоичное представление	Представление в прямом коде	Представление в обратном коде	Представление дополнительном коде
-1	**-1**	**10000001**	**11111110**	**11111111**
-17	**-10001**	**10010001**	**11101110**	**11101111**
-127	**-1111111**	**11111111**	**10000000**	**10000001**

Прямой код числа -17:

1	0	0	1	0	0	0	1
«-»							

Прямой код числа -127:

1	1	1	1	1	1	1	1
«-»							

Обратный код числа -17:

1	1	1	0	1	1	1	0
«-»							

Обратный код числа -127:

1	0	0	0	0	0	0	0
«-»							

Дополнительный код числа -17:

1	1	1	0	1	1	1	1
«-»							

Дополнительный код числа -127:

1	0	0	0	0	0	0	1
«-»							

Операции над числами с фиксированной точкой.

1. А и В положительные. При суммировании складываются все разряды, включая разряд знака. Так как знаковые разряды положительных слагаемых равны нулю, разряд знака суммы тоже равен нулю. Например:

Десятичная запись	Двоичные коды
$\begin{array}{r} +\ 3 \\ 7 \\ \hline 10 \end{array}$	$\begin{array}{r} +\ 0\ 0000011 \\ 0\ 0000111 \\ \hline 0\ 0001010 \end{array}$

Получен правильный результат.

2. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине больше, чем А.

Например:

Десятичная запись	Двоичные коды	
3	0 0000011	
+ -10	+ 1 1110101	Обратный код числа -10
-7	1 1111000	Обратный код числа -7

Получен правильный результат в обратном коде. При переводе в прямой код биты ***<u>цифровой части</u>*** результата инвертируются: 1 0000111 = -7_{10}.

3. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине меньше, чем А. Например:

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ 10	+ 0 0001010	
-3	1 1111100	Обратный код числа -3
7	0 0000110	
	+1	
	0 0000111	

Компьютер исправляет полученный первоначально неправильный результат (6 вместо 7) **переносом единицы** из знакового разряда в младший разряд суммы!!!

4. **А и В отрицательные.** Например:

Полученный первоначально неправильный результат (обратный код числа -11_{10} вместо обратного кода числа -10_{10}) компьютер исправляет переносом единицы из знакового разряда в младший разряд суммы.

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ -3	+ 1 1111100	Обратный код числа -3
-7	1 1111000	Обратный код числа -7
-10	1 1110100	
	+1	
	1 1110101	Обратный код числа -10

При переводе результата в прямой код биты ***цифровой части числа*** инвертируются: 1 0001010 = -10_{10}.

5. А и В положительные, сумма А+В больше, либо равна 2^{n-1}, где n – количество разрядов формата чисел (для однобайтового формата n=8, $2^{n-1} = 2^7 = 128$). Например:

Десятичная запись	Двоичные коды	
65	0 1000001	
+ 97	+ 0 1100001	
162	1 0100010	Переполнение

Семи разрядов цифровой части числового формата **недостаточно** для размещения восьмиразрядной суммы ($162_{10} = 10100010_2$), поэтому **старший разряд суммы оказывается в знаковом разряде.** Это вызывает **несовпадение знака суммы и знаков слагаемых (знак суммы – отрицателен, знак слагаемых – положительный)**, что **является свидетельством переполнения разрядной сетки**.

6. А и В отрицательные, сумма абсолютных величин А и В больше, либо равна 2^{n-1}.

Например:

$63_2 = 0111111_2$

Десятичная запись	Двоичные коды	
- 63	1 1000000	Обратный код числа -63
+ -95	+ 1 0100000	Обратный код числа -95
158	0 1100000	Переполнение
	+1	

Здесь **знак суммы** тоже **не совпадает со знаками слагаемых**, что свидетельствует о **переполнении разрядной сетки**.

1. **A и B положительные**. Здесь нет отличий от случая 1, рассмотренного для обратного кода, т.к. дополнительный код используется только для отрицательных чисел.

Десятичная запись	Двоичные коды
3	0 0000011
+ 7	+ 0 0000111
10	0 0001010

2. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине больше, чем А. Например:

Десятичная запись	Двоичные коды	
3	0 0000011	
+ -10	+ 1 1110110	Дополнительный код числа -10
-7	1 1111001	Дополнительный код числа -7

Получен правильный результат в дополнительном коде.

При переводе в прямой код биты цифровой части результата инвертируются и к младшему разряду прибавляется единица:
1 0000110 + 1 = 1 0000111 = -7_{10}.

3. А положительное, В отрицательное и по абсолютной величине меньше, чем А.

Например:

Десятичная запись	Двоичные коды	
10	0 0001010	
+ -3	+ 1 1111101	Дополнительный код числа -3
7	0 0000111	
	перенос отбрасывается	

Получен правильный результат. Единицу переноса из знакового разряда компьютер отбрасывает.

4. А и В отрицательные.

Например:

Десятичная запись	Двоичные коды	
+ -3	+ 1 1111101	Дополнительный код числа -3
-7	1 1111001	Дополнительный код числа -7
-10	1 1110110	Дополнительный код числа -10
	→ перенос отбрасывется	

Получен правильный результат в дополнительном коде. **Единицу переноса** из знакового разряда компьютер **отбрасывает**. **Случаи переполнения** для дополнительных кодов рассматриваются по аналогии со случаями 5 и 6 для обратных кодов.

Задача.

Выполнить действия над машинными кодами чисел: с фиксированной точкой. Формат 16 двоичных разрядов.

Дано: A=190; B=250

Найти: C1=A + B; C2=A – B.

Решение:

A(10) = 190; A(16)=BE=10111110(2)

B(10) = 250; B(16)=FA=11111010(2)

C1 = A+B

A= 0 000000010111110

+B= 0 000000011111010

C1= 0 000000110111000

Проверка:

C1=110111000(2)

C1(16) = 1B8 = 1*16*16+11*16+8*1 = 440(10)

C2 = A – B

A = 0 000000010111110 (прямой код)

- B = 1 111111100000110 (дополнительный код)

C2 = 1 111111111000100

Проверка:

C2 = - 111100 = - BC= - 3*16 +12*1 = = - 60 (10)

Ответ:

C1 = 0 000000110111000

C2 = 1 000000000111100

Задача.

Выполнить действия над машинными кодами чисел: с фиксированной точкой.

Формат 16 двоичных разрядов.

***Дано*: A= - 387;   B= - 128**

***Найти*: C1=A + B;**

Решение:

X = A+B   X = (-A) + (- B)

A(10) = - 387;   A(16)=- 183(16)= - 110000011(2)

B(10) = - 128;   B(16)=- 80(16)= - 10000000(2)

A(2) = 1 000000110000011 –прямой код

A(2) = 1 111111001111100 –обратный код

A(2) = 1 111111001111101 – дополн. код

B(2) = 1 000000010000000 – прямой код

B(2) = 1 111111101111111 – обратный код

B(2) = 1 111111110000000 – дополн.код

(-A) = 1 111111001111101

\+ (-B) = 1 111111110000000

X = 1 111110111111101 –доп. код

X = 1 000001000000010 – обр.код

X = 1 000001000000011 – пр.код

X = - 203(16) = - (2*16*16+0*16+3*1) =

= - (256*2+3) = - (512+3)+ - 515

Представление чисел с плавающей точкой.

Этот способ представления опирается на нормализованную (экспоненциальную) запись действительных чисел. Нормализованная запись отличного от нуля действительного числа A - это запись вида:

A= m* qn,

где m – мантисса числа (правильная дробь, у которой первая цифра после запятой не равна нулю),

q – основание системы,

n – порядок числа.

Примеры:

1. Мантисса числа 64.5 – это число 0.645, а порядок – число 2, так как 64.5 = 0.645*10 степень (2).

2. Мантисса числа 0.0000012 – это число 0.12, а порядок – число -5, потому что 0.0000012= =0.12*10 степень(-5).

При представлении чисел с плавающей запятой часть разрядов ячейки отводится для записи порядка числа, остальные разряды - для записи мантиссы. По одному разряду в каждой группе отводится для изображения знака порядка и знака мантиссы.

Операции над числами с плавающей точкой.

Дано: A = 12,75; B = 250

Найти: C3 = A + B, C4 = A – B

Формат – 32 двоичных разряда со смещенным порядком.

A(10) = 12,75 = A(16) = C.C;

B(10) = 250 = B(16) = FA

Нормализация мантисс

mA = 0.CC; pxA = 40 + 1 = 41

mB = 0.FA; pxB = 40 + 2 = 42

Выравнивание характеристик:

Δp = pxA – pxB = -1

m*A = mA * 16^{-1} = 0.0CC;

pxA = 41+ 1 = 42

C3 = A + B;

mA = 00 0CC000 pxA = 42

mB = 00 FA0000 pxB = 42

mC3 = 01 06C000 pxC = 42

Нормализация мантиссы результата
mxC3 = 00 106C00;
pxC3 = 42 + 1 = 43
Проверка
C3(16) = 106,C = (C3) = 262,75
C3 = 0 10000110001000001101100000000000
C4 = A – B
mA = 00 0CC000 pxA = 42
mB = 10 06000 pxB = 42
mC3 = 10 12C000 pxC = 42
Нормализация мантиссы результата:
mC4 = 10 ED4000 pxC4 = 42
Проверка:
C4 = - ED.4 = (C4) = - (14 * 16 + 13 * 1 + 4/16) = - 237, 25
C4=11000010111011010100000000000000

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Получение дополнительного кода числа

Пусть $k = 8$

Надо представить дополнительным кодом $n = -58$

$$|-58| = 58 = 111010_2$$

0	0	1	1	1	0	1	0

Заменяем единицы на нули и нули на единицы.

1	1	0	0	0	1	0	1

$$\begin{array}{r} 11000101 \\ +\quad 1 \\ \hline 11000110 \end{array}$$

1	1	0	0	0	1	1	0

Целые отрицательные числа в компьютере представляются в так называемом *дополнительном коде*. Это позволяет заменить операцию вычитания в компьютере операцией сложения, что в свою очередь позволяет существенно ускорить производимые вычисления.

Для k-разрядной ячейки дополнительный код отрицательного числа получается следующим образом:

1. Модуль числа представляется *прямым кодом* в k разрядах.
2. В прямом коде все нули заменяются на единицы, а единицы – на нули. Таким образом получаем *обратный код* исходного числа.
3. К полученному обратному коду прибавляется единица.

Таким образом, дополнительный код отрицательного числа n в k-разрядной ячейке – это дополнение модуля этого числа до 2^k.

Обратите внимание, что 2^k в k-разрядной арифметике равно 0. Дело в том, что в k разрядах умещается только k цифр, а в числе 2^k цифр $k+1$. Например, для 8-ми разрядной ячейки $2^k = 2^8 = 256 = 100000000_2$.

1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

В таком случае говорят, что единица вышла за пределы разрядной сетки.

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Восстановление числа по его дополнительному коду

Пусть $k = 8$

Нужно восстановить исходное число по дополнительному коду:

1	1	0	0	0	1	1	0

2 способ.

Заменяем единицы на нули и нули на единицы.

0	0	1	1	1	0	0	1

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} 00111001 \\ 1 \end{array} \\ \hline 00111010 \end{array}$$

0	0	1	1	1	0	1	0

$111010_2 = 58 = |-58|$

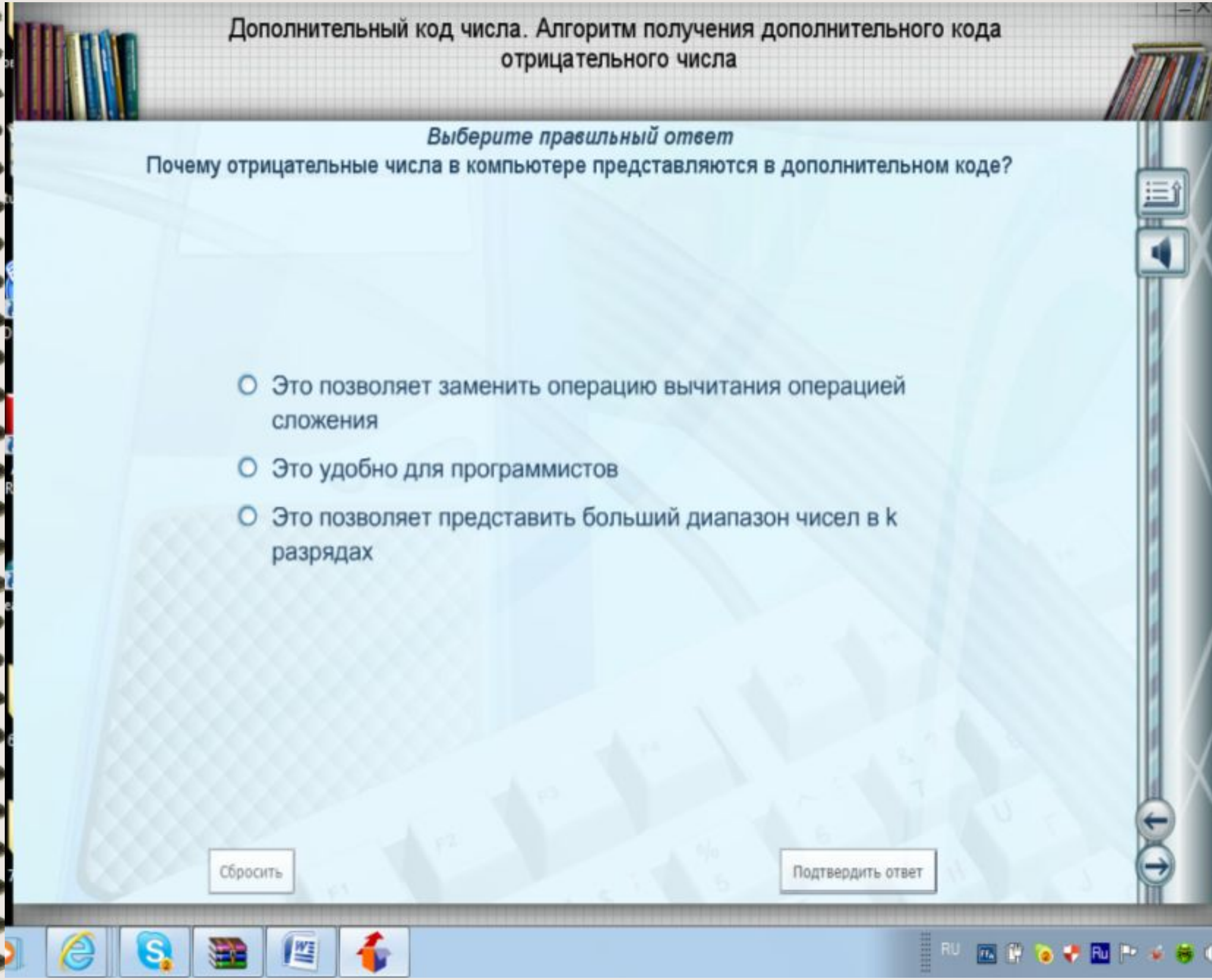
Искомое число: -58

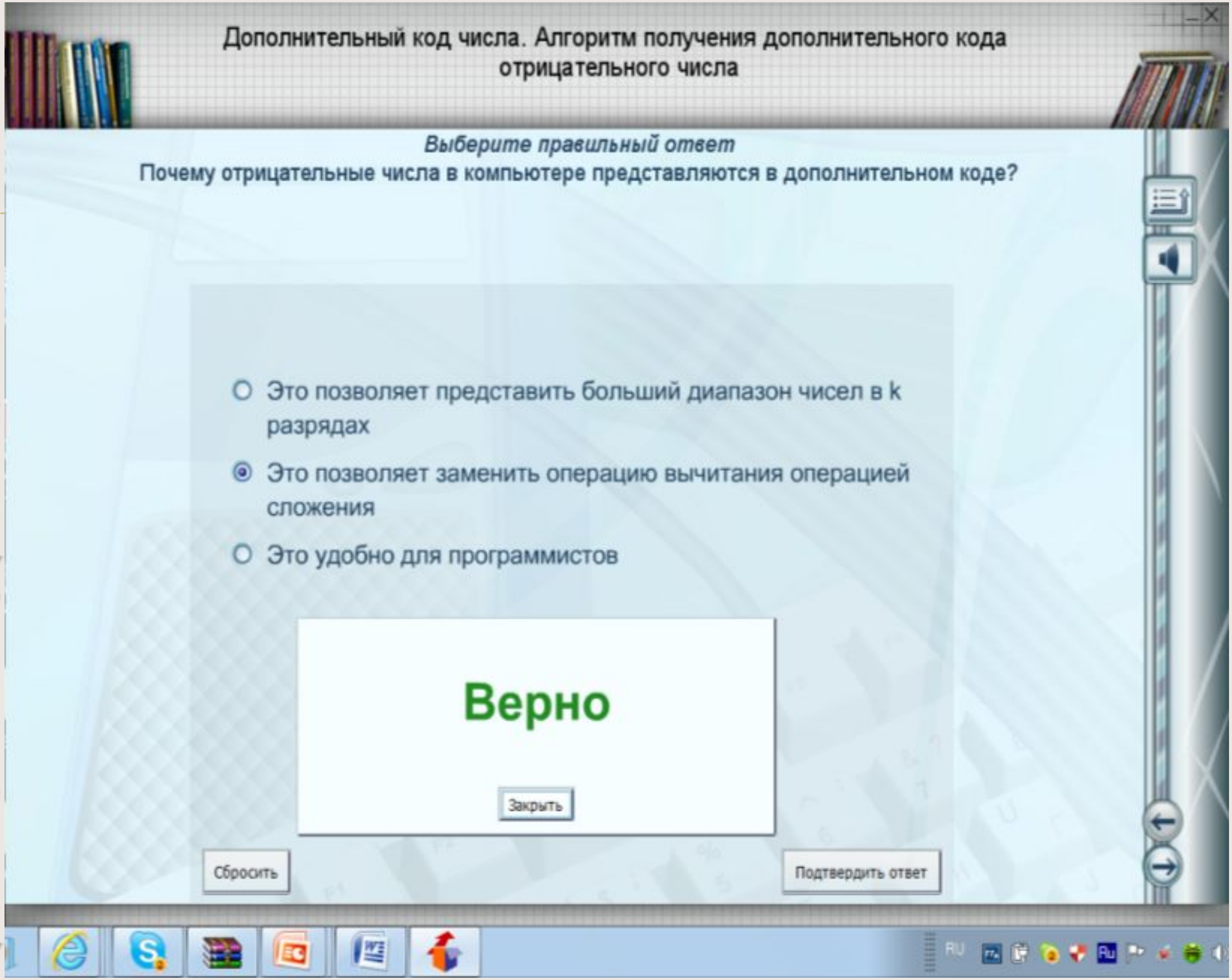
Иногда требуется по имеющемуся дополнительному коду числа восстановить исходное число. Модуль искомого числа в таком случае можно получить двумя способами:

1. Провести обратную цепочку преобразований: вычесть единицу из дополнительного кода числа, инвертировать полученный результат и перевести его в десятичную систему счисления.

2. Построить дополнительный код для имеющегося дополнительного кода и перевести результат в десятичную систему счисления.

Проверь себя
-1 -1 -1 -1
... -2 -1 0 1 2
00111001
+ 1
00111010


Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа
Выберите правильный ответ
Почему отрицательные числа в компьютере представляются в дополнительном коде?
Это позволяет заменить операцию вычитания операцией сложения
Это удобно для программистов
Это позволяет представить больший диапазон чисел в k разрядах
Сбросить
Подтвердить ответ
RU


Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа
Выберите правильный ответ
Почему отрицательные числа в компьютере представляются в дополнительном коде?
Это позволяет представить больший диапазон чисел в k разрядах
Это позволяет заменить операцию вычитания операцией сложения
Это удобно для программистов
Верно
Закрыть
Сбросить
Подтвердить ответ

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 8-ми разрядной ячейке?

- 0100 1100
- 1100 1110
- 1100 1100
- 0011 0011

Сбросить

Подтвердить ответ

RU

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 8-ми разрядной ячейке?

- ○ 1100 1110
- ◉ 1100 1100
- ○ 0100 1100
- ○ 0011 0011

Верно

Закрыть

Сбросить

Подтвердить ответ

RU

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 16-ти разрядной ячейке?

- 1111 1111 1100 1011
- 1111 1111 1100 1100
- 000 0000 0011 0011
- 1000 0000 1100 1100

Сбросить

Подтвердить ответ

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Как будет выглядеть дополнительный код для числа -52 в 16-ти разрядной ячейке?

- (•) 1111 1111 1100 1100
- ( ) 1111 1111 1100 1011
- ( ) 000 0000 0011 0011
- ( ) 1000 0000 1100 1100

Верно

Закрыть

Сбросить

Подтвердить ответ

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Укажите десятичный эквивалент числа 11000100, если оно записано в дополнительном коде.

- – 27
- – 60
- – 195
- – 59

Сбросить

Подтвердить ответ

Дополнительный код числа. Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа

Выберите правильный ответ

Укажите десятичный эквивалент числа 11000100, если оно записано в дополнительном коде.

- ○ – 59
- ○ – 195
- ○ – 27
- ◉ – 60

Верно

Закрыть

Сбросить

Подтвердить ответ

Задания на дом:

1. Угринович Н.Д. п. 2.9., стр.103-105.
2. Заполнить карточки.

Литература:

- Информатика. Путеводитель абитурента и старшеклассника. Авт.-сост. Н.А. Подольская.- М.: Научно-технический центр «Университетский», 1998.-128 стр.
- Информатика 10 класс. Поурочные планы по учебнику Н.Д. Угриновича «Информатика и информационные технологии.10-11 классы. Составитель М.Г.Гилярова. Издательско-торговый дом «Корифей».Волгоград.2007.128 стр.
- http://pedsovet.su/load/14-1-0-3796
- http://fcior.edu.ru/