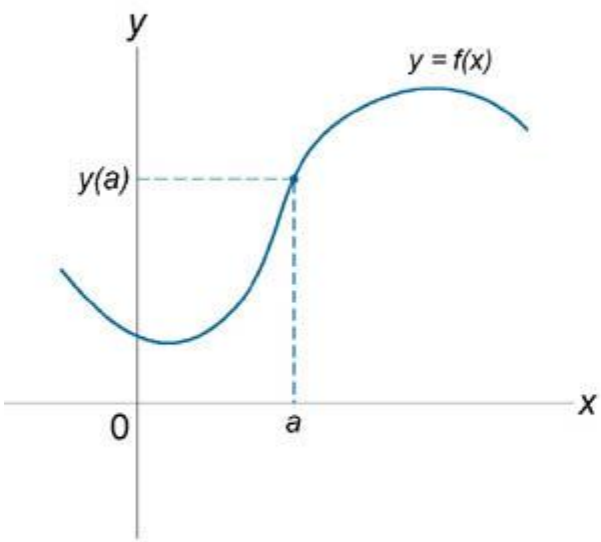
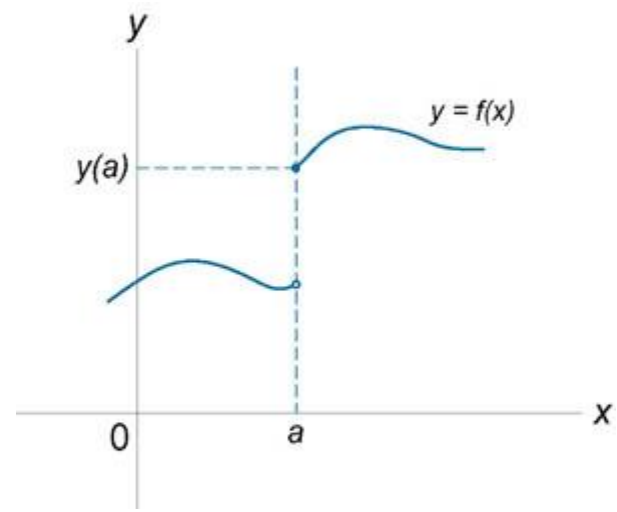
График с точкой разрыва

- Если функция f(x) не является непрерывной в точке x=a , то говорят, что f(x) имеет *разрыв* в этой точке.



Непрерывна при x=a

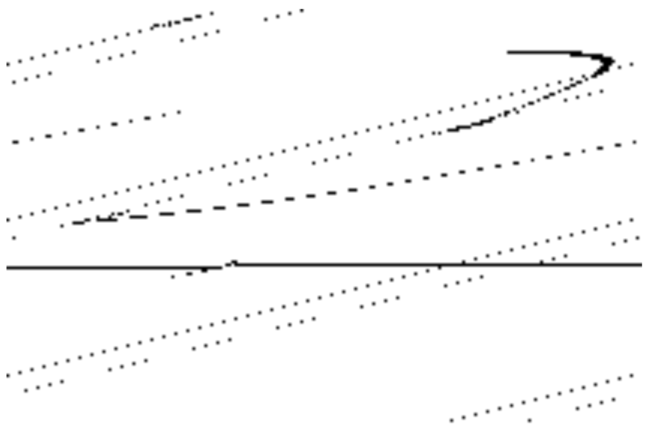


Имеет разрыв при x=a

- **Определение**: функция непрерывна в точке k , если предел функции в данной точке равен значению функции в этой точке:

Определение детализируется в следующих **условиях**:
1) Функция должна быть определена в точке k, то есть должно существовать значение f(k).
2) Должен существовать общий предел функции . Как отмечалось выше, это подразумевает существование и равенство односторонних пределов: .
3) Предел функции в данной точке должен быть равен значению функции в этой точке:

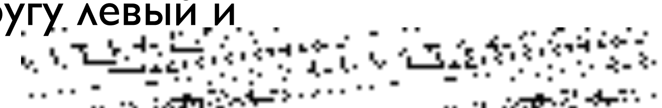
<u>Определение.</u> Точка x_0 называется **точкой разрыва** функции f(x), если f(x) не определена в точке x_0 или не является непрерывной в этой точке.



x0

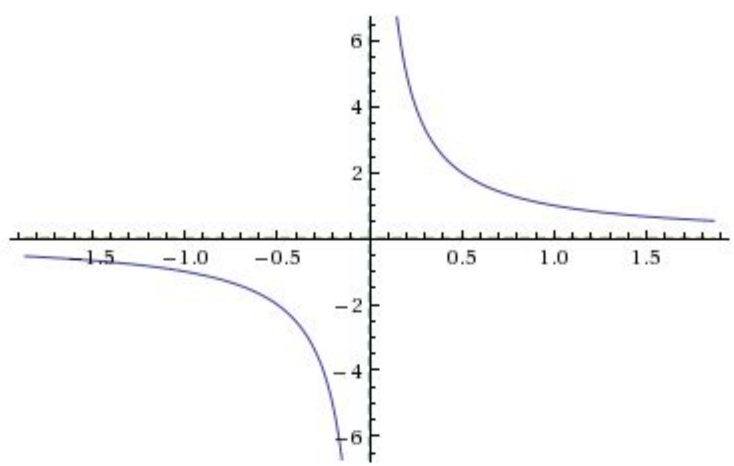
Данные точки в свою очередь подразделяются на две большие группы: **разрывы первого рода** и **разрывы второго рода**.

<u>Определение.</u> Точка x_0 называется **точкой разрыва I-го рода**, если в этой точке функция f(x) имеет конечные, но не равные друг другу левый и правый пределы.

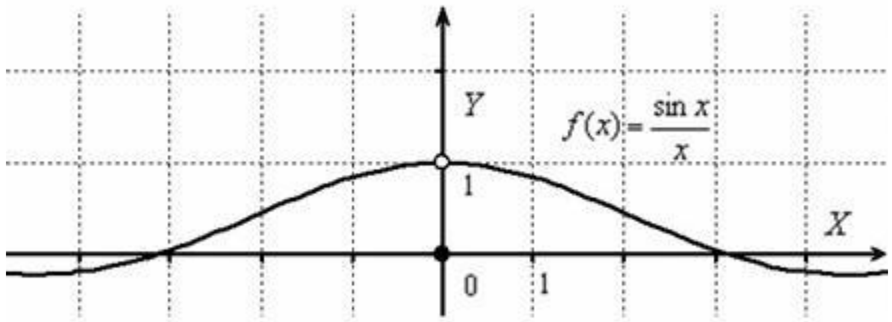


<u>Определение.</u> Точка x_0 называется **точкой разрыва 2 – го рода**, если в этой точке функция f(x) не имеет хотя бы одного из односторонних пределов или хотя бы один из них бесконечен.

- <u>Пример.</u> Функция $f(x) = \frac{1}{x}$ имеет в точке $x_0 = 0$ точку разрыва 2 – го рода, т.к.



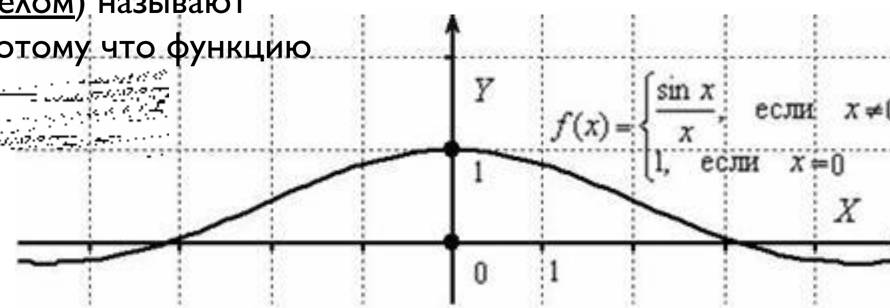
Изобразим на чертеже график функции



- Данная функция непрерывна на всей числовой прямой, кроме точки x=0. Однако в соответствии со смыслом предела – мы можем *бесконечно близко* приближаться к «нулю» и слева и справа, то есть, односторонние пределы существуют и, очевидно, совпадают:

Но функция не определена в точке x=0 следовательно, нарушено Условие №1 непрерывности, и функция терпит разрыв в данной точке.

Разрыв такого вида (с существующим общим пределом) называют **устранимым разрывом**. Почему устранимым? Потому что функцию можно доопределить в точке разрыва:



Пример.

- Найти точки разрыва функции $f(x) = \frac{|2x+5|}{2x+5}$.

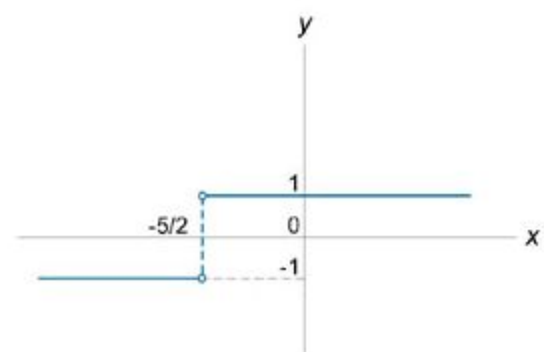
Решение.

Функция определена и непрерывна при всех x , за исключением точки $x = -\frac{5}{2}$, , где существует разрыв. Исследуем точку разрыва.

$$\lim_{x \to -\frac{5}{2}-0} \frac{|2x+5|}{2x+5} = \lim_{x \to -\frac{5}{2}-0} \frac{-(2x+5)}{2x+5} = -1, \text{ если } x < -\frac{5}{2};$$

$$\lim_{x \to -\frac{5}{2}+0} \frac{|2x+5|}{2x+5} = \lim_{x \to -\frac{5}{2}+0} \frac{(2x+5)}{2x+5} = 1, \text{ если } x \geq -\frac{5}{2}.$$

Так как значения односторонних пределов конечны, то, следовательно, в точке сущес$x = -\frac{5}{2}$разрыв первого рода. График функции схематически показан на рисунке



Построение графиков функции с разрывом в Excel

- **Построить график функции $y=\dfrac{a+b}{x+5}$, где x в диапазоне от -10 до 10 с шагом 1, a=3, b=4**

x	y
-10	
-9	
-8	
-7	
-6	
-5	
-4	
-3	
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	