

**Элементы
математической
логики**
**Алгебра суждений
(логика
высказываний)**



УТВЕРЖДЕНИЕ
НА ОБРАТНОЙ
СТОРОНЕ
ЭТОЙ КАРТОЧКИ
ИСТИННО

Парадокс
с карточкой
математика
П. Журдена



УТВЕРЖДЕНИЕ
НА ОБРАТНОЙ
СТОРОНЕ
ЭТОЙ КАРТОЧКИ
ЛОЖНО

Основная задача логики высказываний заключается в том, чтобы на основании истинности или ложности простых высказываний определить истинность или ложность сложных высказываний.

Среди сложных высказываний можно выделить:

- соединительные,
- разделительные,
- условные,
- эквивалентные,
- высказывания с внешним отрицанием.

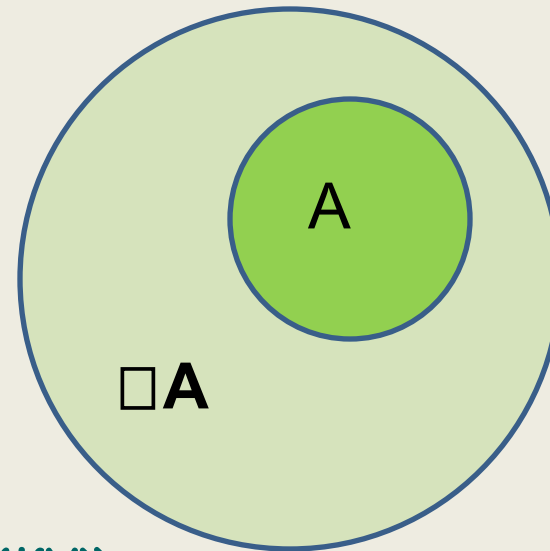
Для булевых переменных определены следующие логические операции:

- 1) **Инверсия** (логическое отрицание)
 $\bar{\square}$, \neg , not, не, (неверно, что...)
- 2) **Конъюнкция** (логическое умножение)
 \times , \wedge , &, and, и
- 3) **Дизъюнкция** (логическое сложение)
 $+$, \vee , or, или
- 4) **Импликация** (следование) \rightarrow , если..., то...
- 5) **Двойная импликация или эквиваленция**
(равносильность) \leftrightarrow , =

1. Инверсия (логическое отрицание)

Имея суждение A , можно образовать новое суждение, которое читается как «не A » или «неверно, что A ». ($\neg A$, $\square A$)

A	$\square A$



A = «Мы любим информатику»

$\square A$ = «Мы **не** любим информатику»

2. Конъюнкция (логическое умножение)

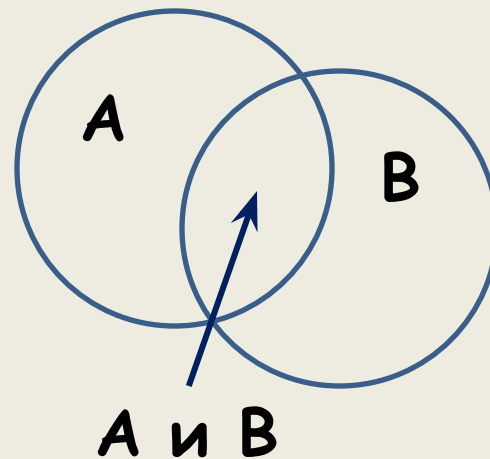
Конъюнкция двух высказываний A и B

соответствует союзу «и» ($A * B$, AB , $A \wedge B$).

Связка «и» в составных суждениях предполагает одновременную истинность составляющих суждений.

A	B	$A \wedge B$

«Число 6 делится на 2 и на 3»



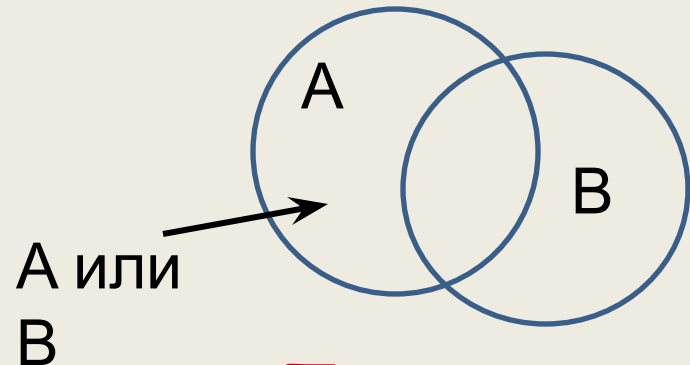
3. Дизъюнкция (логическое сложение)

Дизъюнкция двух суждений соответствует союзу «или» ($A + B$, $A \vee B$).

Составное суждение со связкой «или» считается истинным, если истинно хотя бы одно из составных суждений, и считается ложным, если ложны все его составляющие.

A	B	$A \vee B$

Объясняющее «или»



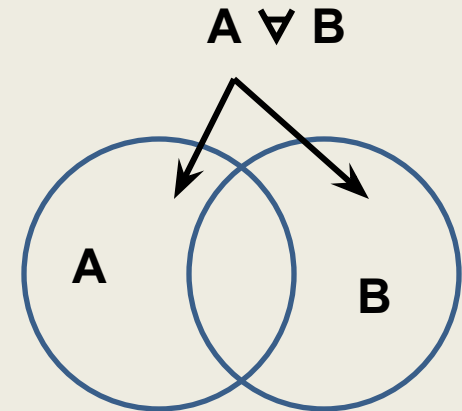
«Петров является программистом или Петров является студентом»

Разъединяющее «или» (либо A, либо B) - $A \oplus B$

(разность) - $A \nabla B$

A	B	$A \nabla B$

«Петров совершил преступление,
или Петров не совершал
преступления»



4. Импликация (следование)

$A \rightarrow B$ (Если A , то B . Из A следует B)

Импликация ложна только в одном случае:

«из истины не может следовать ложь,
из лжи - все, что угодно».

«Если $2 \times 2 = 5$, то $2 + 2 = 5$ »

«Если $2 \times 2 = 5$, то $2 + 2 = 4$ »

A	B	$A \rightarrow B$

Эквиваленция (равносильность, двойная импликация)

Суждения A и B называются равносильными или эквивалентными, если они одновременно истинны или одновременно ложны.

$A = B$; $A \leftrightarrow B$; $A \Leftrightarrow B$; $A \equiv B$

A	B	A = B

A = «Этот треугольник равносторонний»

B = «Этот треугольник равноугольный»

Приоритетность логических операций

1. Инверсия
2. Конъюнкция
3. Дизъюнкция
4. Импликация
5. Эквиваленция



Всю совокупность формул логики высказываний можно разделить на 3 класса:

- 1) **нейтральные** или **выполнимые** - выражения принимают значения как «истинно» так и «ложно»;
- 2) **тождественно-истинные формулы** или **тавтологии** - выражения принимают значения «истинно» независимо от логических значений входящих в них переменных;
- 3) **тождественно-ложные формулы** - выражения принимают значения «ложно» независимо от логических значений входящих в них переменных.