Элементы математической логики

Алгебра суждений (логика высказываний)

Парадокс
с карточкой
математика
П. Журдена

УТВЕРЖДЕНИЕ
НА ОБРАТНОЙ
СТОРОНЕ
ЭТОЙ КАРТОЧКИ
ИСТИННО

УТВЕРЖДЕНИЕ
НА ОБРАТНОЙ
СТОРОНЕ
ЭТОЙ КАРТОЧКИ
ЛОЖНО

Основная задача логики высказываний заключается в том, чтобы на основании истинности или ложности простых высказываний определить истинность или ложность сложных высказываний.

Среди сложных высказываний можно выделить:

- соединительные,
- разделительные,
- условные,
- эквивалентные,
- высказывания с внешним отрицанием.

Для булевых переменных определены следующие логические операции:

1) **Инверсия** (логическое отрицание)

□ , ¬, not, не, (неверно, что…)

2) **Конъюнкция** (логическое умножение)

×, Λ, &, and, и

3) **Дизъюнкция** (логическое сложение)

+, V, or, или

4) **Импликация** (следование) →, если…, то…

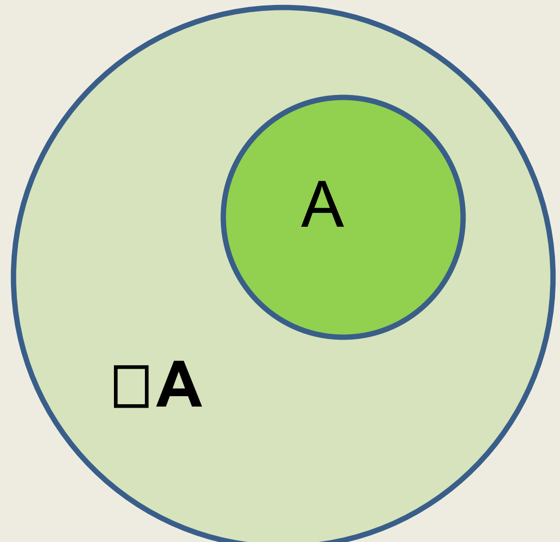
5) **Двойная импликация или эквиваленция**

(равносильность) ↔, =

1. Инверсия (логическое отрицание)

Имея суждение А, можно образовать новое суждение, которое читается как «не А» или «неверно, что А». (¬**A**, **A**)

A	**A**



A = «Мы любим информатику»

A = «Мы не любим информатику»

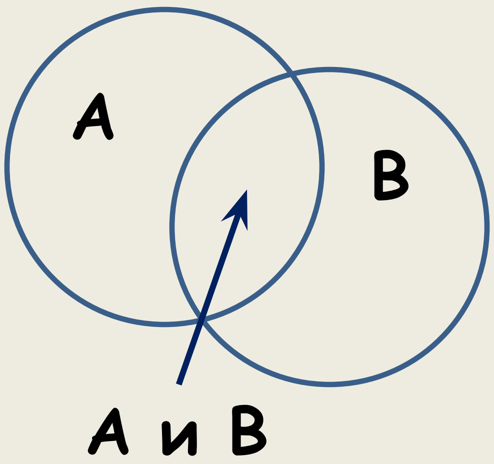
2. Конъюнкция (логическое умножение)

Конъюнкция двух высказываний А и В соответствует союзу «и» (А * В, АВ, А Λ В).

Связка «и» в составных суждениях предполагает одновременную истинность составляющих суждений.

А	В	А Λ В

«Число 6 делится на 2 и на 3»



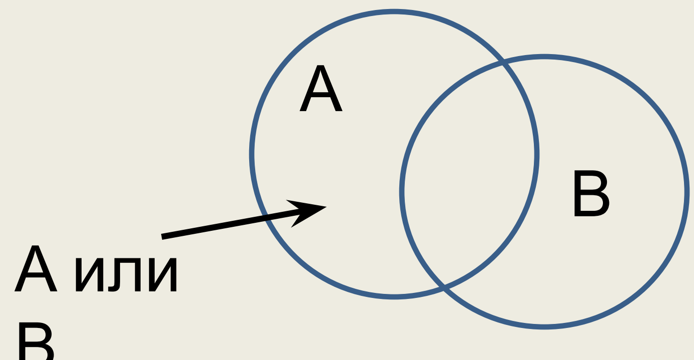
3. Дизъюнкция (логическое сложение)

Дизъюнкция двух суждений соответствует союзу «или» (A + B, A V B).

Составное суждение со связкой «или» считается истинным, если истинно хотя бы одно из составных суждений, и считается ложным, если ложны все его составляющие.

Объединяющее «или»

A	**B**	**A V B**



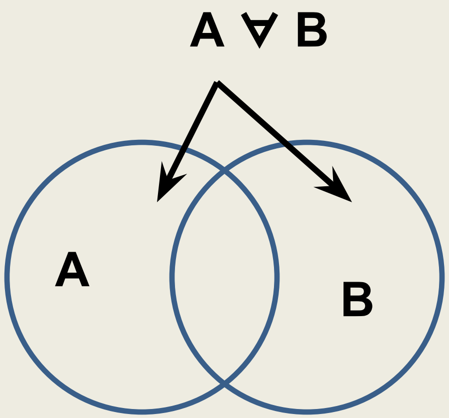
«Петров является программистом или Петров является студентом»

Разъединяющее «или» (либо A, либо B) – $A \oplus B$

(разность) - $A \forall B$

A	B	$A \forall B$

«Петров совершил преступление, или Петров не совершал преступления»



4. Импликация (следование)

A B   (Если A, то B.   Из A следует B)

Импликация ложна только в одном случае:

«из истины не может следовать ложь,

из лжи – все, что угодно».

A	B	A → B

«Если 2 × 2 = 5, то 2 + 2 = 5»

«Если 2 × 2 = 5, то 2 + 2 = 4»

Эквиваленция (равносильность, двойная импликация)

Суждения А и В называются равносильными или эквивалентными, если они одновременно истинны или одновременно ложны.

$A = B$; $A \leftrightarrow B$; $A \Leftrightarrow B$; $A \equiv B$

A	B	A = B

А = «Этот треугольник равносторонний»

В = «Этот треугольник равноугольный»

Приоритетность логических операций

1. Инверсия
2. Конъюнкция
3. Дизъюнкция
4. Импликация
5. Эквиваленция

Всю совокупность формул логики высказываний можно разделить на 3 класса:

1) нейтральные или выполнимые - выражения принимают значения как «истинно» так и «ложно»;
2) тождественно-истинные формулы или тавтологии – выражения принимают значения «истинно» независимо от логических значений входящих в них переменных;
3) тождественно-ложные формулы - выражения принимают значения «ложно» независимо от логических значений входящих в них переменных.