

# Моделирование. Решение популяционных задач



Преподаватель  
информатики  
**ЖИДКОВ А.В.**

# Популяция и популяционная динамика



- В биологии: **популяция** - совокупность особей вида, входящая в состав биогеоценоза.
- **Популяционная динамика**, - исследует изменение численности популяции во времени.
- **Математическое моделирование** помогает
  - формализовать знания об объекте,
  - дать описание процесса, предсказать его ход и эффективность,
  - дать рекомендации по управлению этим процессом.
- Это крайне важно для биологических процессов, промышленного назначения - **биотехнологических систем**, продуктивность которых определяется ростом популяций живых организмов.



# Популяционная модель неограниченного роста



- Обеспеченность пищей (арифметическая прогрессия)
- Численность населения (геометрическая прогрессия)

- Модель предложена Т. Мальтусом в 1798 г. в его работе "**О росте народонаселения**".

$$A_{n+1} = q \cdot A_n$$

- Где  $A_n$  - численность популяции в году  $n$ ;  
 $A_{n+1}$  - численность в году  $n+1$ ;  
 $q$  - коэффициент рождаемости.

**Томас Роберт Мальтус** (1766-1834) английский демограф и экономист.

Обнаружил, что численность популяций растет в геометрической прогрессии, а производство продуктов питания линейно (в арифметической прогрессии), из чего сделал вывод, что неизбежно наступит мировой голод.

# Популяционная модель ограниченного роста

- Впервые ограниченный рост популяции, описал Ферхюльст (1848) – в логистическом уравнении.

$$\frac{dx}{dt} = rx \left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

- Это уравнение в дискретном виде

$$N_{n+1} = N_n + kN_n - qN_n^2$$

где  $N_{n+1}$  численность популяции в году  $n+1$ ;

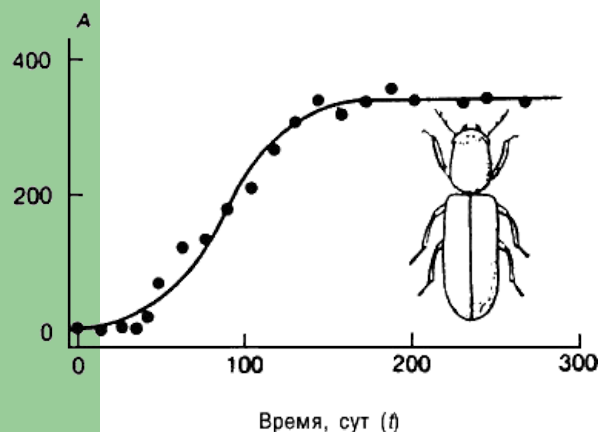
$N_n$  - численность популяции в году  $n$ ;

$k$  – коэффициент рождаемости;

$q$  – коэффициент смертности.

# Популяционная модель ограниченного роста

## Динамика численности жука *Rhizopertha dominica*



Динамика численности жука *Rhizopertha dominica* в 10-граммовой порции пшеничных зерен, пополняемых каждую неделю.

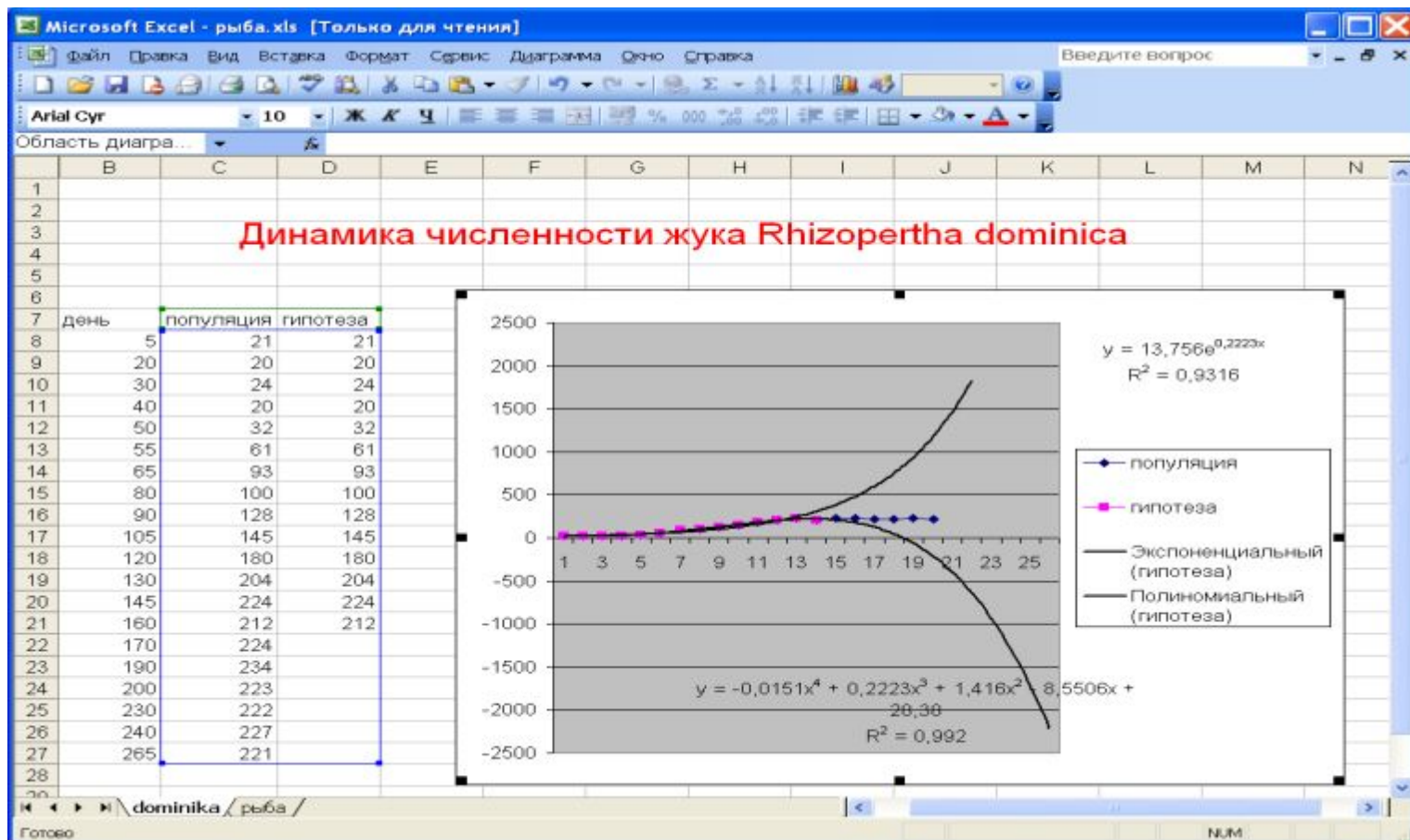
Уравнение ограниченного роста обладает двумя важными свойствами:

- при малых  $x$  численность  $x$  возрастает экспоненциально;
- при больших  $x$  - приближается к определенному пределу  $K$ . Величина  $K$  называется **емкость популяции**, определяется ограниченностью пищевых ресурсов, мест для гнездования и многими другими факторами, которые могут быть разными для разных видов.

## Проверка возможности прогнозирования популяции интерполированием

- Используя экспериментальные данные, проверить возможность прогнозирования численности популяции обычными методами интерполяции.
- Сделать выводы о возможности применения этих методов в задачах о численности популяции.

# Результаты проверки возможности прогнозирования



## Вывод:

Методы интерполяции с использованием трендов, имеющиеся в MS Excel, не могут быть использованы для прогнозирования поведения модели ограниченного роста популяции.



# Исследование модели г



Дмитрий Климов.



# Постановка задачи

- Имеется заброшенный пруд, который может быть использован для разведения карпа.
- Карпы питаются за счет ресурсов пруда.
- Параметры прудового хозяйства определены в рамках математической модели ограниченного роста популяции.



# Описание математической модели

- Дано:



$N_{n+1}$  - численность карпа в году  $n+1$ .

$N_n$  - численность карпа в году  $n$ .

$k=1$  – коэффициент рождаемости.

$q=0,001$  – коэффициент смертности.

Тогда:

$$N_{n+1} = N_n + k \cdot N_n - q \cdot N_n^2$$

Число карпов к  
концу года

Число карпов  
на начало года

Родилось  
карпов за год

погибло карпов  
за год

# Математическая модель с учетом ежегодного отлова

- Дано:

$N_{n+1}$  - численность карпа в году  $n+1$ ;

$N_n$  - численность карпа в году  $n$ ;

$k=1$  - коэффициент рождаемости;

$q=0,001$  - коэффициент смертности;

$U$  - ежегодный улов, заданный количеством особей



Тогда:

$$N_{n+1} = N_n + k \cdot N_n - q \cdot N_n^2 - U$$

отловлено  
карпов за год

Число карпов к  
концу года

Число карпов  
на начало года

Родилось  
карпов за год

погибло карпов  
за год

# Популяция карпа компьютерная модель в Excel

- Размещение исходных данных.

13

14 **Задание**

15 Заполните таблицу формулами и постройте диаграмму зависимости численности популяции от номера поколения

16 1. Исследовать процесс на протяжении 100 лет.

17 2. Определите сколько максимально рыб можно отлавливать ежегодно

18 3. Определите, в когда можно начать отлов.

19 4. Ответьте на вопрос о том, на что влияет количество первоначально запускаемой рыбы.

20 5. Объясните, чем будет определяться какое количество рыбы первоначально запустят в пруд

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ ИЛИ ПАРАМЕТРЫ:

запущено карпов	рождаемость $k$	смертность $q$	вылов $U$
100	1	0,001	120



Поколение	число карпов к началу года	родилось карпов	погибло карпов	отловлено карпов	Изменение численности за 1 год	число карпов к концу года
	$N_n$	$kN_n$	$qN_n^2$	$U$	$\Delta N$	$N_{n+1}$
1 год	100	100	10		90	190

$N_{n+1}$

1000

900

Лист1 / Лист2 / Лист3 /

# Цель моделирования

1. Определить **емкость популяции**.
2. Определить **максимальный годовой улов рыбы**, после стабилизации популяции на уровне **емкости популяции**.
3. Определить **с какого года возможно отлавливать рыбу** в максимальном размере.
4. Определить **какое количество элитных мальков карпа надо запустить в пруд**, чтобы начать отлов на максимальном уровне уже через год.
5. Определить через сколько лет окупятся **затраты на приобретение элитных мальков**. (Кредит 20% годовых)
6. Исследовать **влияние коэффициента рождаемости на динамику популяции**, дать своё обоснование каждому из полученных графиков.

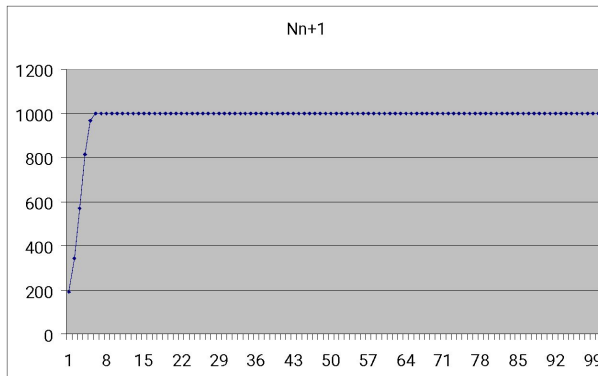
# Задание

Создать отчет о проведенном исследовании в виде презентации.

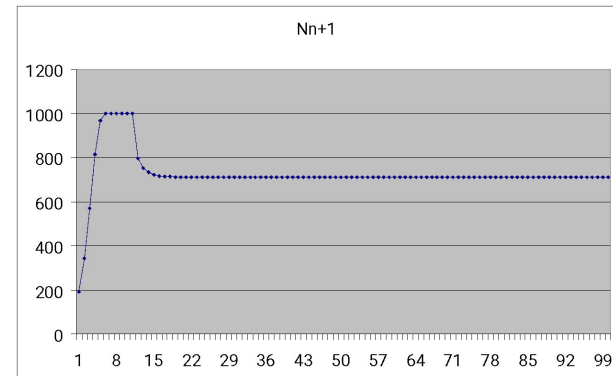
- 1. Слайд «Название и автор».
- 2. Исследование возможности прогнозирования
- 3. Слайд «Математическая модель».
- 4. Слайд «Реализация модели в Excel».
- 5-11. Слайды ответы на вопросы исследования.
- 12. Слайд «Направление дальнейших исследований».

# Популяция карпа компьютерная модель, анализ результатов

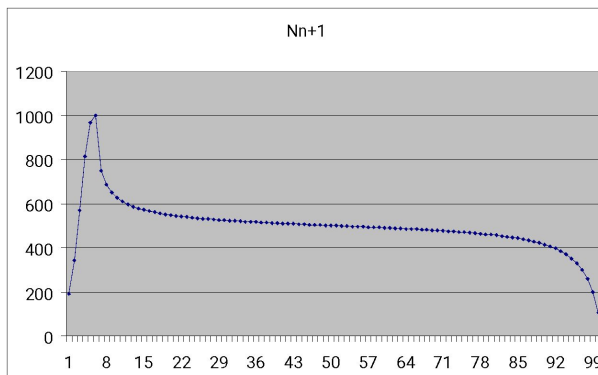
## Определение емкости популяции



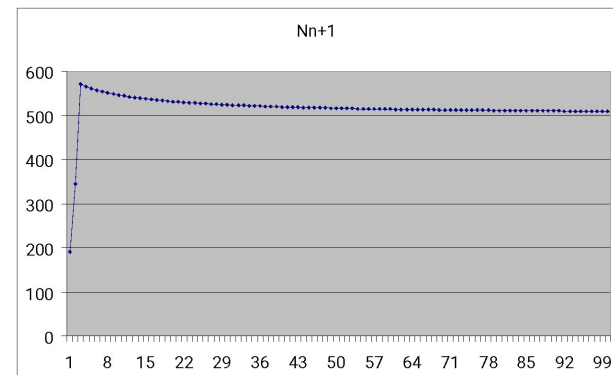
## Определение улова (недолов)



## Определение улова (перелов)



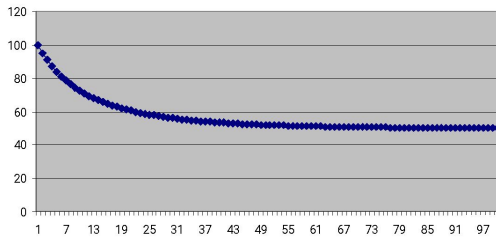
## Определение улова (оптимально)



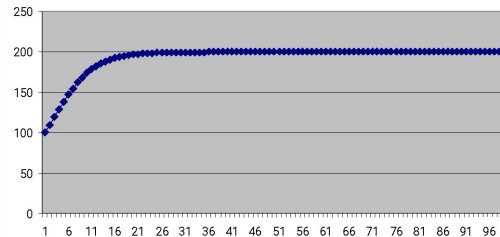


# Исследование влияния коэффициента рождаемости

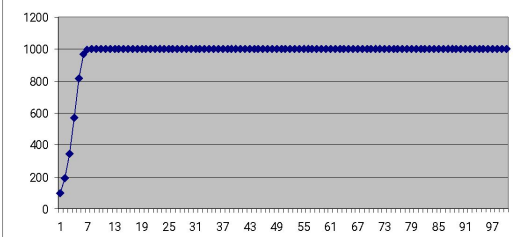
коэффициент рождаемости 0,05



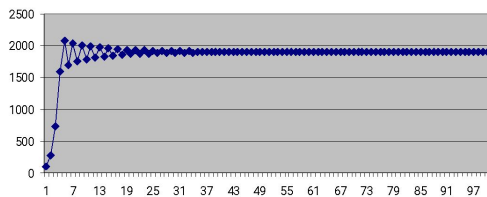
коэффициент рождаемости 0,2



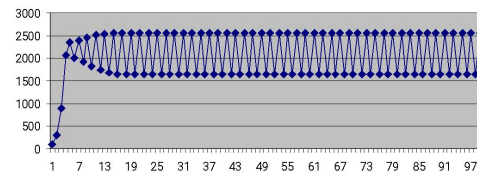
коэффициент рождаемости 1



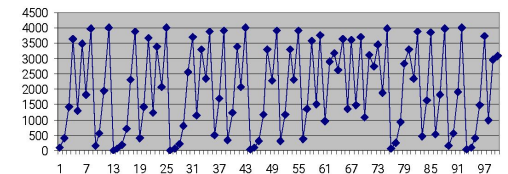
коэффициент рождаемости 1,9



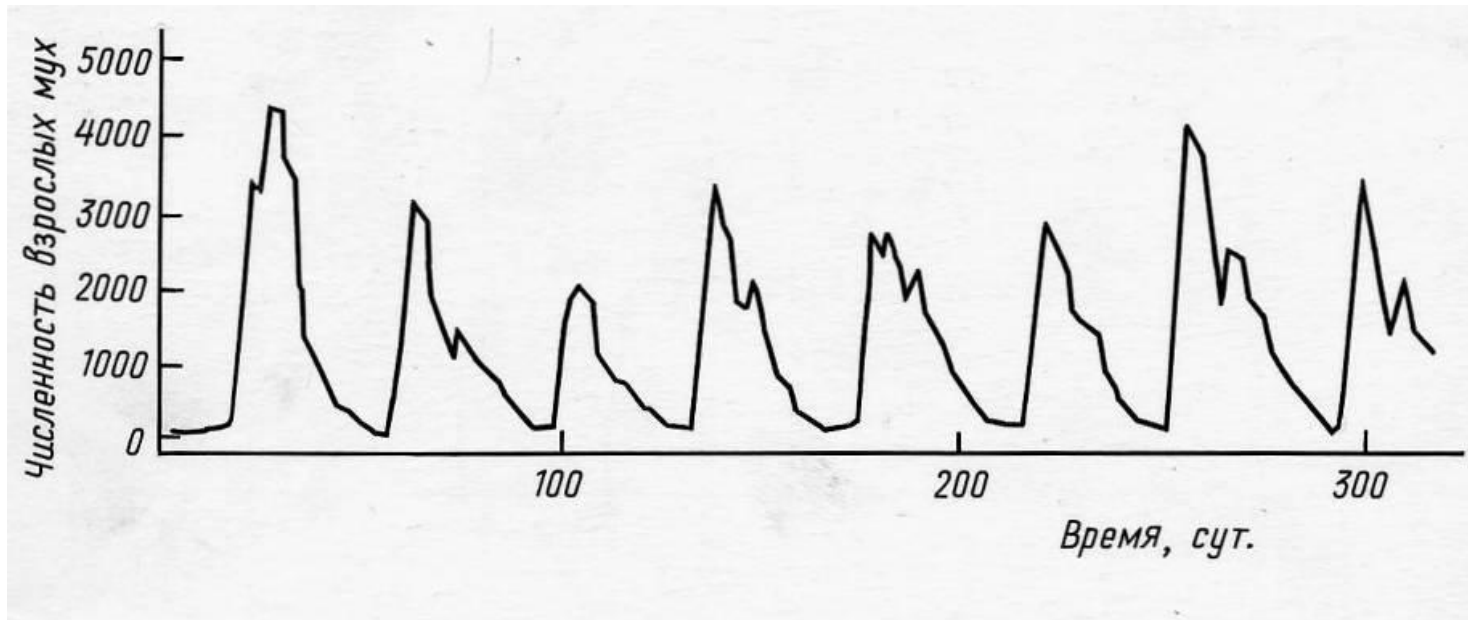
коэффициент рождаемости 2,2



коэффициент рождаемости 3



# Динамика численности *Lucilia cuprina*



Стохастический характер численности популяции при высоком коэффициенте рождаемости.

# Список источников информации

- Задачник по моделированию «Информатика и ИКТ» 9-11 класс, Макарова Н.В., «Питер», 2008 год.
- Избранные вопросы математического моделирования и численных методов. Учебное пособие Избранные вопросы математического моделирования и численных методов. Учебное пособие. Автор/создатель: Тарасевич Ю.Ю., Год: 2004.  
(<http://window.edu.ru/library/pdf2txt/936/38936/16634/page6>).
- Г.Ю.Ризниченко Популяционная динамика  
(<http://www.library.biophys.msu.ru/MathMod/PD.HTML>).
- *Видео ролик* [video.raid.ru/pages/video/58845/](http://video.raid.ru/pages/video/58845/).
- Динамика численности Динамика численности Lucilia Динамика численности Lucilia Динамика численности Lucilia cuprina Динамика численности Lucilia cuprina Динамика численности Lucilia cuprina [http://www.slidefinder.net/lect\\_15\\_fert\\_human\\_pop\\_growth/32718196/p2](http://www.slidefinder.net/lect_15_fert_human_pop_growth/32718196/p2).
- [festival.1september.ru/articles/571753/prez.ppt](http://festival.1september.ru/articles/571753/prez.ppt)
- [kvlar.3dn.ru/dowl/dinamika\\_populiacii.ppt](http://kvlar.3dn.ru/dowl/dinamika_populiacii.ppt)
- <http://www.metod-kopilka.ru/page-2-2-9-9.html>

