



Теорема косинусов.

Выполнили:

Давыдова Катерина

Орешенкова Дарья.

Содержание.

- Теорема косинусов.
- Дополнительная информация.
- Доказательство.
- Следствие.
- Пользуемся теоремой косинусов в решении треугольников.
- Вывод.



Теорема косинусов.

- *Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.*

Дополнительная информация.

- Теорему косинусов иногда называют **обобщенной теоремой Пифагора**. Такое название объясняется тем, что в теореме косинусов содержится как частный случай теорема Пифагора. В самом деле, если в треугольнике ABC угол A прямой, то $\cos A = \cos 90^\circ = 0$ и по формуле (1) получаем

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

т. е. квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Доказательство.

- Пусть в треугольнике ABC $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Докажем, например, что

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

Введем систему координат в точке A. Тогда точка B имеет координаты $(c; 0)$, а точка C имеет координаты $(b \cos A; b \sin A)$. По формуле расстояния между двумя точками получаем:

$$\begin{aligned} BC^2 = a^2 &= (b \cos A - c)^2 + b^2 \sin^2 A = b^2 \cos^2 A \\ &+ b^2 \sin^2 A - 2bc \cos A + c^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \end{aligned}$$

Теорема доказана.

Следствие.

- Если α – тупой $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \alpha$

$$a^2 > b^2 + c^2$$

Если α – прямой $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot 0$

$$a^2 = b^2 + c^2 \quad (\text{теорема Пифагора})$$

Если α – острый $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

$$a^2 < b^2 + c^2$$

Замечание:

$a^2 > b^2 + c^2 \Rightarrow$ треугольник тупоугольный.

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow$ треугольник прямоугольный

$a^2 < b^2 + c^2 \Rightarrow$ треугольник остроугольный

Пользуемся теоремой косинусов в решении треугольников

- Дано: a, b, c .
- Найти: углы A, B, C .

1) По теореме косинусов находим угол A

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

По таблице Брадиса.

2) По теореме косинусов находим угол B

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

3) По теореме углов

$$\text{угол } C = 180^\circ - (A + B)$$

Вывод.

- С помощью этого материала я смогу решать задачи по теореме косинусов.

