

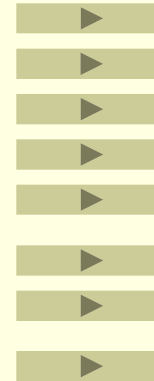


*Тригонометрические*

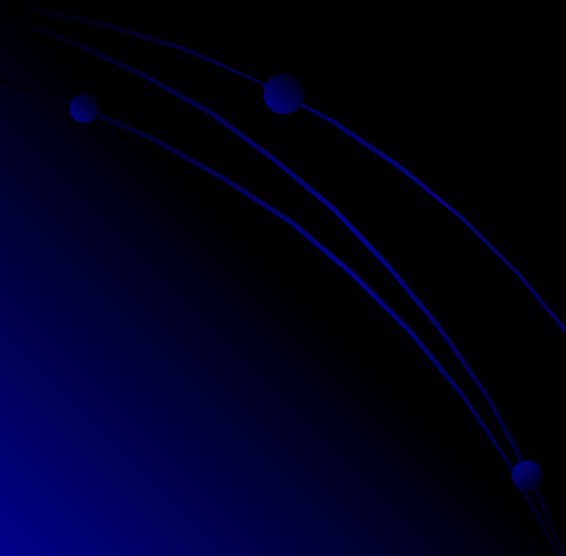
*функции*

# Содержание

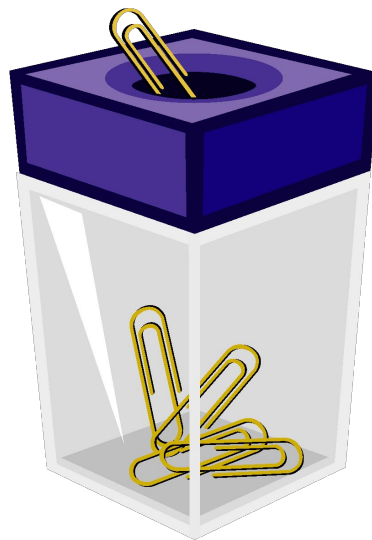
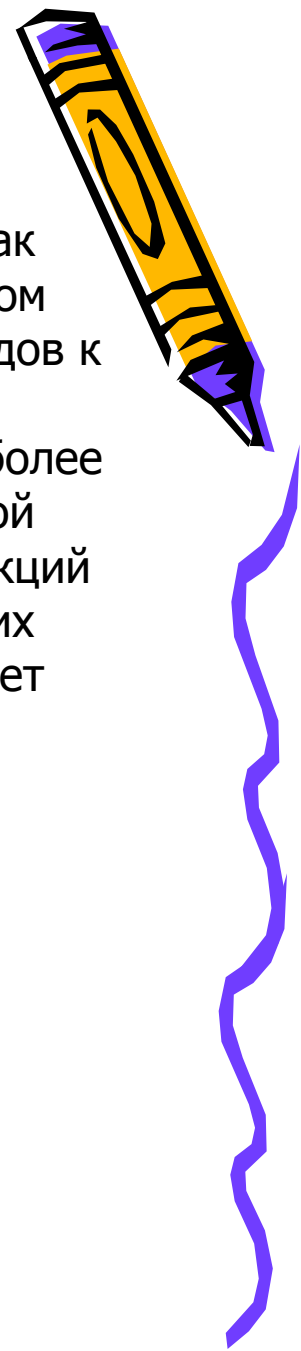
1.	Введение.....	3-5слайд
2.	Начало изучения.....	6-7 слайд
3.	Этапы изучения.....	8 слайд
4.	Группы функций.....	9 слайд
5.	Определение и график синуса.....	10 слайд
6.	Определение и график косинуса.....	11 слайд
7.	Определение и график тангенса.....	12 слайд
8.	Определение и график котангенса.....	13 слайд
9.	Обратные тр-ие функции.....	14 слайд
10.	Основные формулы.....	15-16 слайд
11.	Значение тригонометрии.....	17 слайд
12.	Используемая литература.....	18 слайд
13.	Автор и составитель.....	19 слайд



- В древности тригонометрия возникла в связи с потребностями астрономии, землемерия и строительного дела, то есть носила чисто геометрический характер и представляла главным образом «исчисление хорд». Со временем в нее начали вкрапляться некоторые аналитические моменты. В первой половине 18-го века произошел резкий перелом, после чего тригонометрия приняла новое направление и сместилась в сторону математического анализа. Именно в это время тригонометрические зависимости стали рассматриваться как функции. Это имеет не только математико-исторический, но и методико-педагогический интерес.



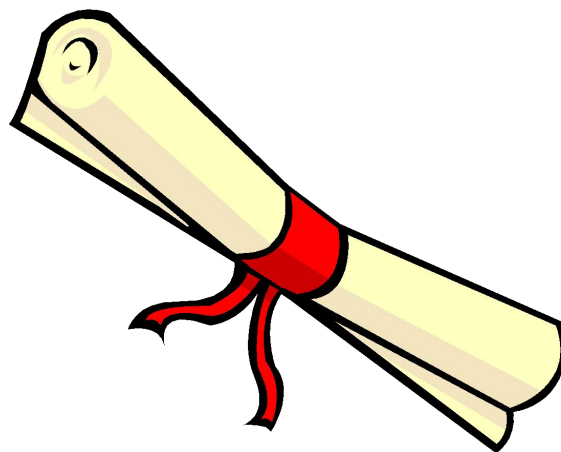
В настоящее время изучению тригонометрических функций именно как функций числового аргумента уделяется большое внимание в школьном курсе алгебры и начал анализа. Существует несколько различных подходов к преподаванию данной темы в школьном курсе, и учитель, особенно начинающий, легко может запутаться в том, какой подход является наиболее подходящим. А ведь тригонометрические функции представляют собой наиболее удобное и наглядное средство для изучения всех свойств функций (до применения производной), а в особенности такого свойства многих природных процессов как периодичность. Поэтому их изучению следует уделить пристальное внимание.



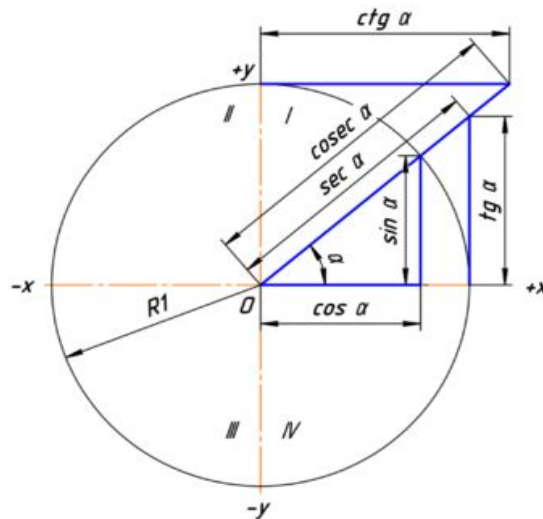
Кроме того, большие трудности при изучении темы «Тригонометрические функции» в школьном курсе возникают из-за несоответствия между достаточно большим объемом содержания и относительно небольшим количеством часов, выделенным на изучение данной темы. Таким образом, проблема этой исследовательской работы состоит в необходимости устранения этого несоответствия за счет тщательного отбора содержания и разработки эффективных методов изложения данного материала. Объектом исследования является процесс изучения функциональной линии в курсе старшей школы. Предмет исследования - методика изучения тригонометрических функций в курсе алгебры и начала анализа в 10-11 классе.



Таким образом, **основной целью** создания данной работы является изучение темы:  
«Тригонометрические функции»  
в курсе алгебры и математического анализа.



**Тригонометрические функции** — математические функции от угла. Они важны при изучении геометрии, а также при исследовании периодических процессов. Обычно тригонометрические функции определяют как отношения сторон прямоугольного треугольника или длины определённых отрезков в единичной окружности. Более современные определения выражают тригонометрические функции через суммы рядов или как решения некоторых дифференциальных уравнений, что позволяет расширить область определения этих функций на произвольные вещественные числа и даже на комплексные числа.



## В изучении тригонометрических функций

### можно выделить следующие этапы:

I. Первое знакомство с тригонометрическими функциями углового аргумента в геометрии. Значение аргумента рассматривается в промежутке  $(0^\circ; 90^\circ)$ . На этом этапе учащиеся узнают, что **sin, cos, tg и ctg** угла зависят от его градусной меры, знакомятся с табличными значениями, основным тригонометрическим тождеством и некоторыми формулами приведения.

II. Обобщение понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов  $(0^\circ; 180^\circ)$ . На этом этапе рассматривается взаимосвязь тригонометрических функций и координат точки на плоскости, доказываются теоремы синусов и косинусов, рассматривается вопрос решения треугольников с помощью тригонометрических соотношений.

III. Введение понятий тригонометрических функций числового аргумента.

IV. Систематизация и расширение знаний о тригонометрических функциях числа, рассмотрение графиков функций, проведение исследования, в том числе и с помощью производной.





Существует несколько способов определения тригонометрических функций.

Их можно подразделить на две группы:

**аналитические и геометрические.**

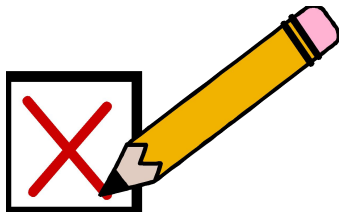
1. К аналитическим способам относят определение функции  $y = \sin x$  как решения дифференциального уравнения

$$\underline{f(x) = -c * f(x)}$$

или как сумму степенного ряда

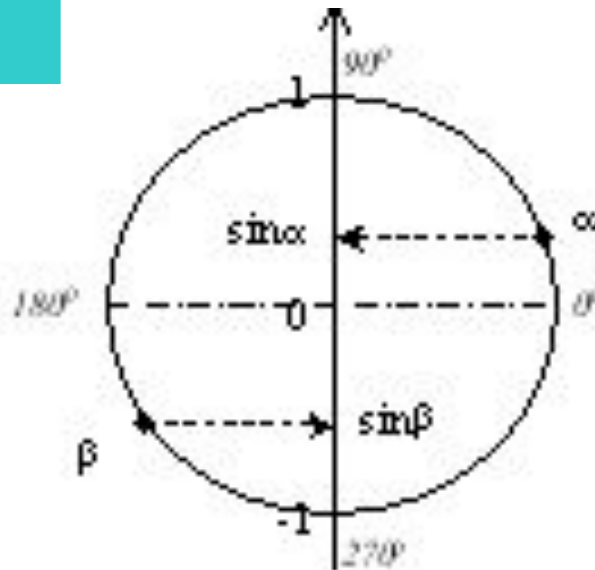
$$\underline{\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots}$$

2. К геометрическим способам относят определение тригонометрических функций на основе проекций и координат радиус-вектора, определение через соотношения сторон прямоугольного треугольника и определения с помощью числовой окружности. В школьном курсе предпочтение отдается геометрическим способам в силу их простоты и наглядности.



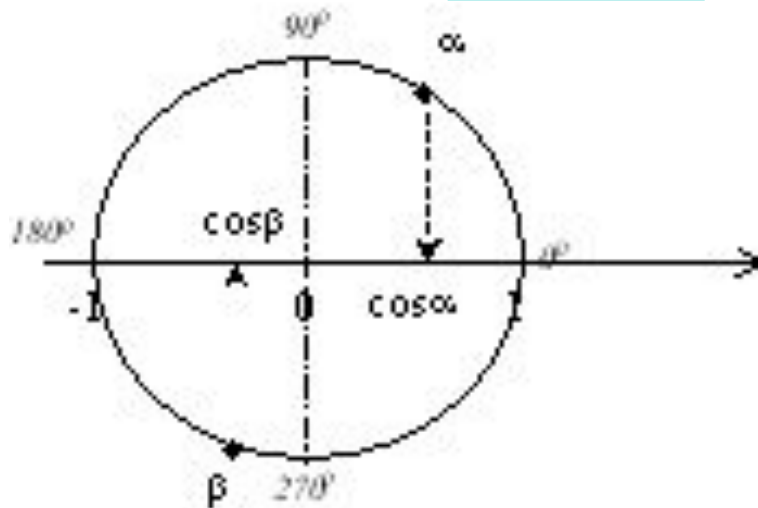
# Определение синуса

- Синусом угла  $x$  называется ордината точки, полученной поворотом точки  $(1; 0)$  вокруг начала координат на угол  $x$  (обозначается  $\sin x$ ).



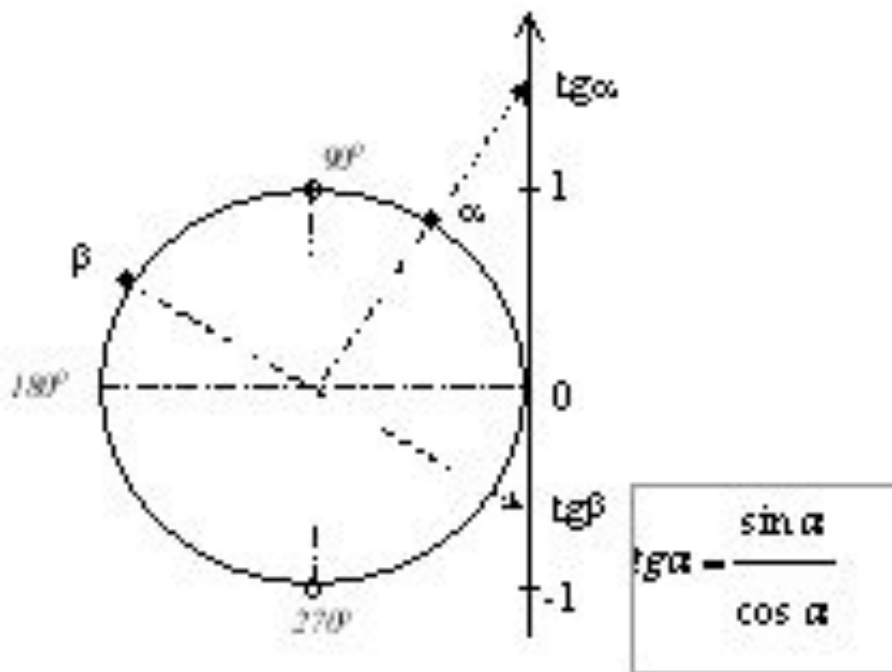
# Определение косинуса

- Косинусом угла  $x$  называется абсцисса точки, полученной поворотом точки  $(1; 0)$  вокруг начала координат на угол  $x$  (обозначается  $\cos x$ ).



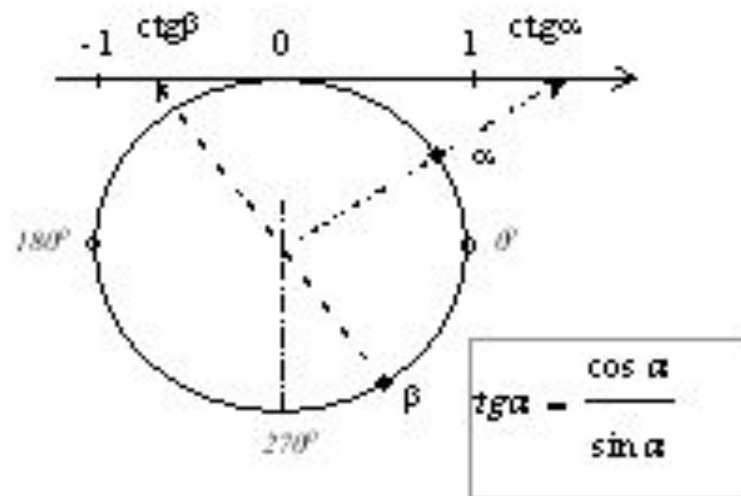
# Определение тангенса

- *Тангенсом угла  $x$  называется отношение синуса угла  $x$  к косинусу угла  $x$ .*



# Определение котангенса

- Котангенсом угла  $x$  называется отношение косинуса угла  $x$  к синусу угла  $x$ .



## Обратные тригонометрические функции.

Для

$\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$  и  $\operatorname{ctg} x$

можно определить обратные функции. Они обозначаются соответственно  $\arcsin x$  (читается «арксинус  $x$ »),  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$  и  $\operatorname{arcctg} x$ .



**А это основные  
тригонометрические формулы,  
которыми пользуются учащиеся  
во время решения  
тригонометрических задач.**



$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)] \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \quad 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha} \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \quad \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$





И в конце своей презентации я хотела бы сказать, что:

- Тригонометрия- это наука, о которой можно говорить, рассказывать и писать **БЕСКОНЕЧНО!**
- Это одна из составляющих наук на многих факультетах институтов нашей страны!!!
- Это одна из тех наук, в которую были вложены труды таких ученых, как Евклид, Архимед, Аполлоний, Птолемей, Ф.Виет, И.Бернулли, Н.И.Лобачевский, Д.Е.Меньшов, Н.К.Бари и многих, многих других!!!



# Используемая литература:

- А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов  
«Алгебра и начала анализа».
- Ю.М.Колягин, Ю.В.Ткачëв «Алгебра и  
начала анализа».
- Г.Бирюков, А.А.Бряндинская  
«Энциклопедия юного математика»



- Автор и составитель презентации-  
Петрова Анастасия, ученица школы №4  
10"А" класса, г.Обнинска!

