

# Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

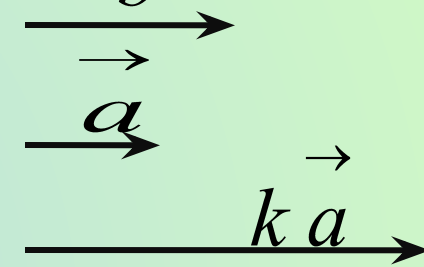
*Геометрия 9 класс*

**Лемма:** Если векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  коллинеарны и  $\vec{a} \neq 0$ , то существует такое число  $k$ , что

$$\vec{b} = k\vec{a}$$

**Доказательство:**

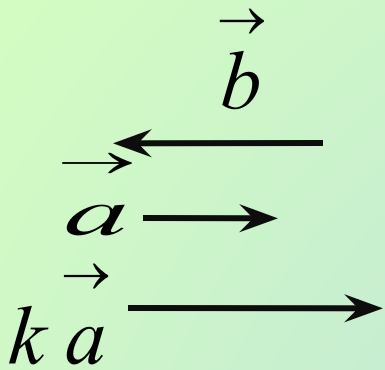
1)  $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ . Возьмём число  $k = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$ ; т.к.  $k \geq 0$ ,



то векторы  $k\vec{a}$  и  $\vec{b}$  сонаправлены. Кроме

того их длины равны  $|k\vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}|$ .

Поэтому  $\vec{b} = k \cdot \vec{a}$

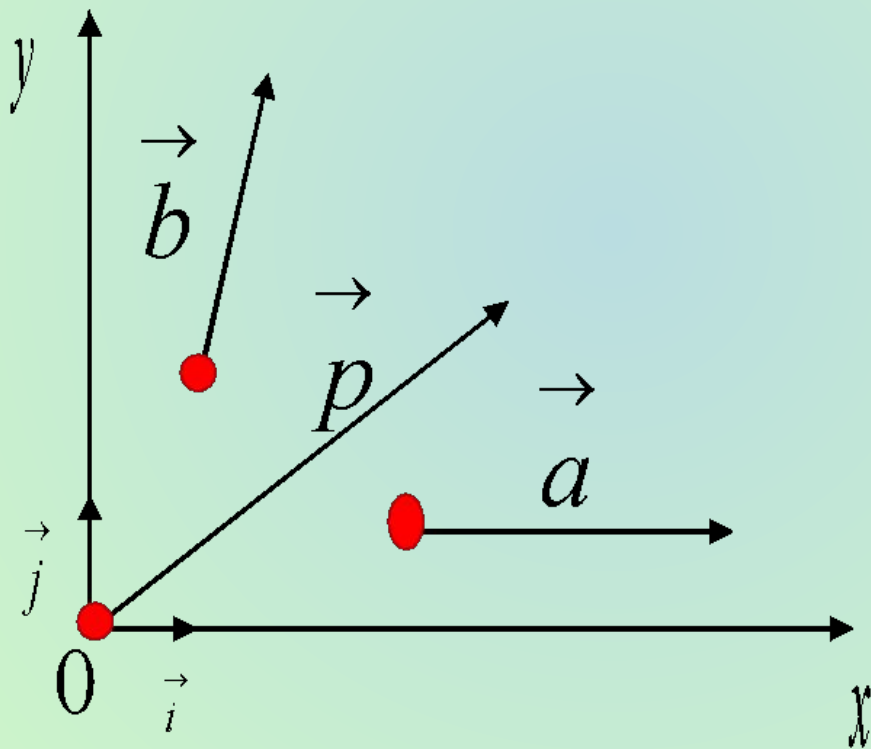


2)  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$   $\hat{=}$   $\vec{b} = k \vec{a}$ ,  $\hat{=}$   $k < 0$ ,  $\hat{=}$   $\vec{a}$   $\hat{=}$   $\vec{b}$

$k \vec{a} \hat{=}$   $\vec{b}$   $\hat{=}$   $\vec{b}$   $\hat{=}$   $\vec{a}$   $\hat{=}$   $\vec{b}$   $\hat{=}$   $\vec{a}$   $\hat{=}$   $\vec{b}$

$$|k \vec{a}| = |k| \cdot |\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}| = |\vec{b}| \quad \hat{=} \quad \vec{b} = k \vec{a}$$

Пусть  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  – данные вектора. Вектор  $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b}$ ,  
 $x$  и  $y$  – некоторые числа, тогда говорят  $\vec{p}$  разложен по  
векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .  $x$  и  $y$  – коэффициенты разложения.



**Теорема:** Любой вектор можно разложить по двум данным неколлинеарным векторам, причём коэффициенты разложения определяются единственным образом.

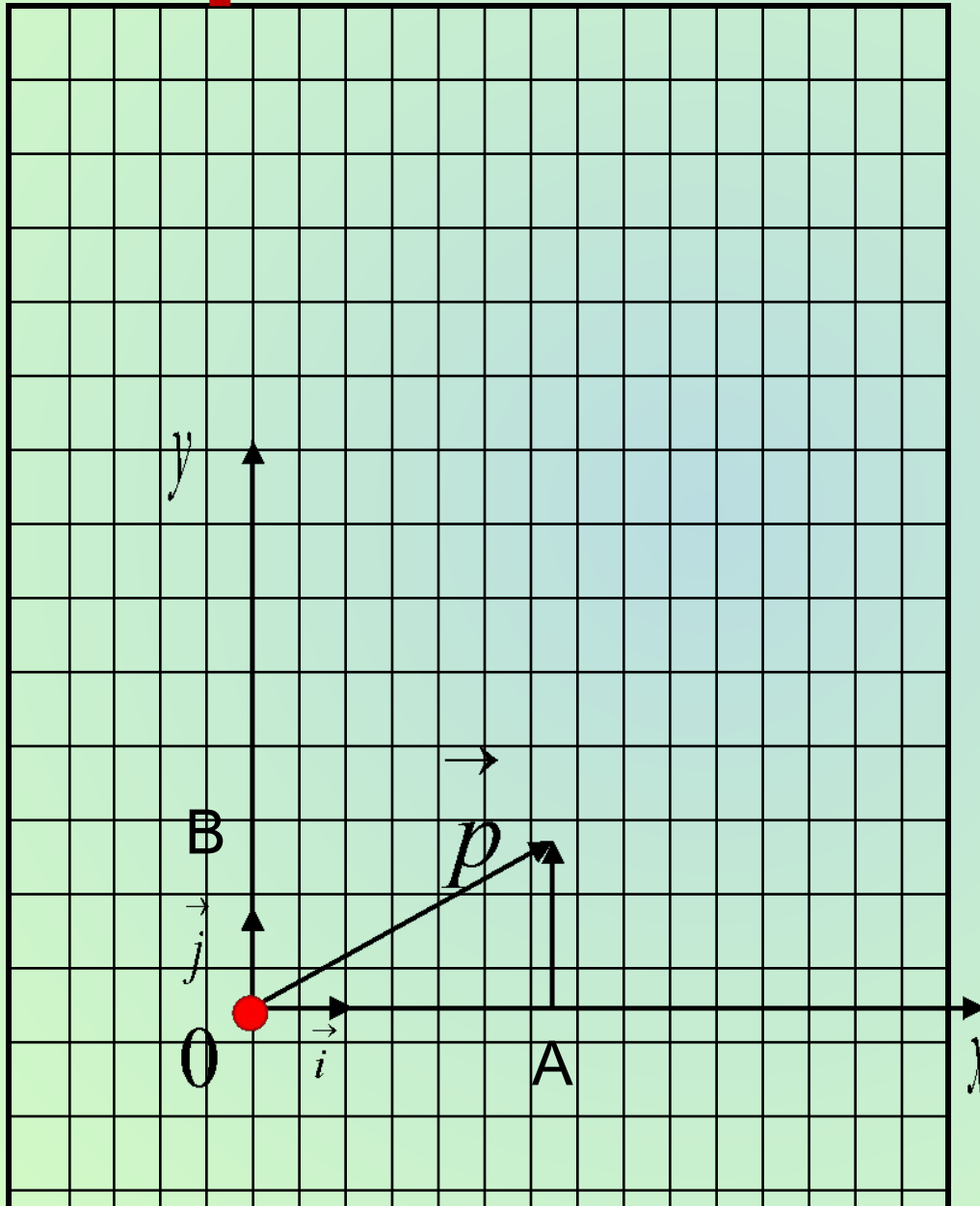
**Доказательство:** Пусть  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  - неколлинеарные векторы. Докажем, что любой вектор  $\vec{p}$  можно

разложить по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Тогда  $\vec{p} = y\vec{b}$ , где  $y$  - некоторое число

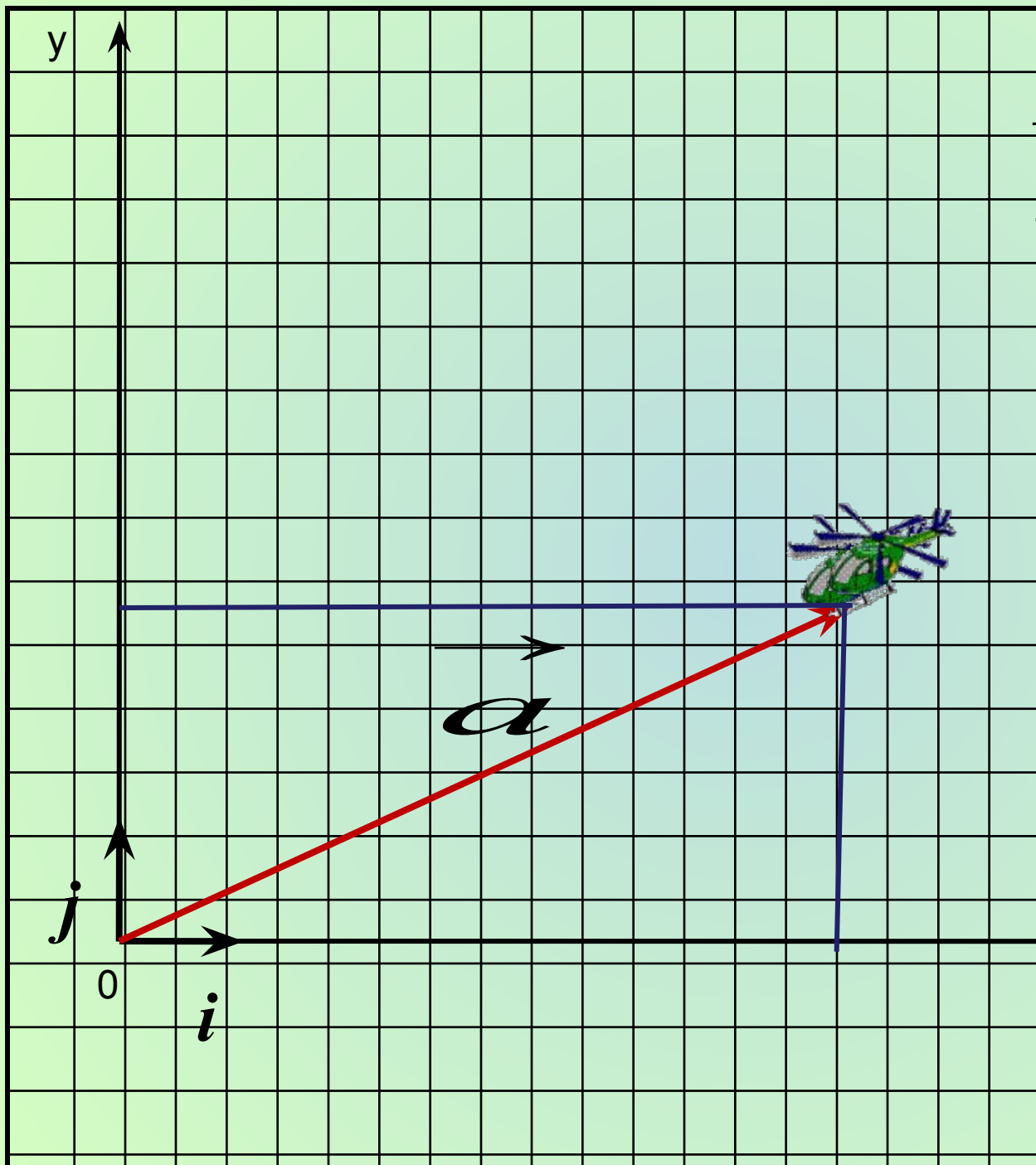
$\vec{p} = 0 \cdot \vec{a} + y \cdot \vec{b}$ , т.е.  $\vec{p}$  разложен по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

# Координаты вектора



$$\vec{p} \{x; y\}$$

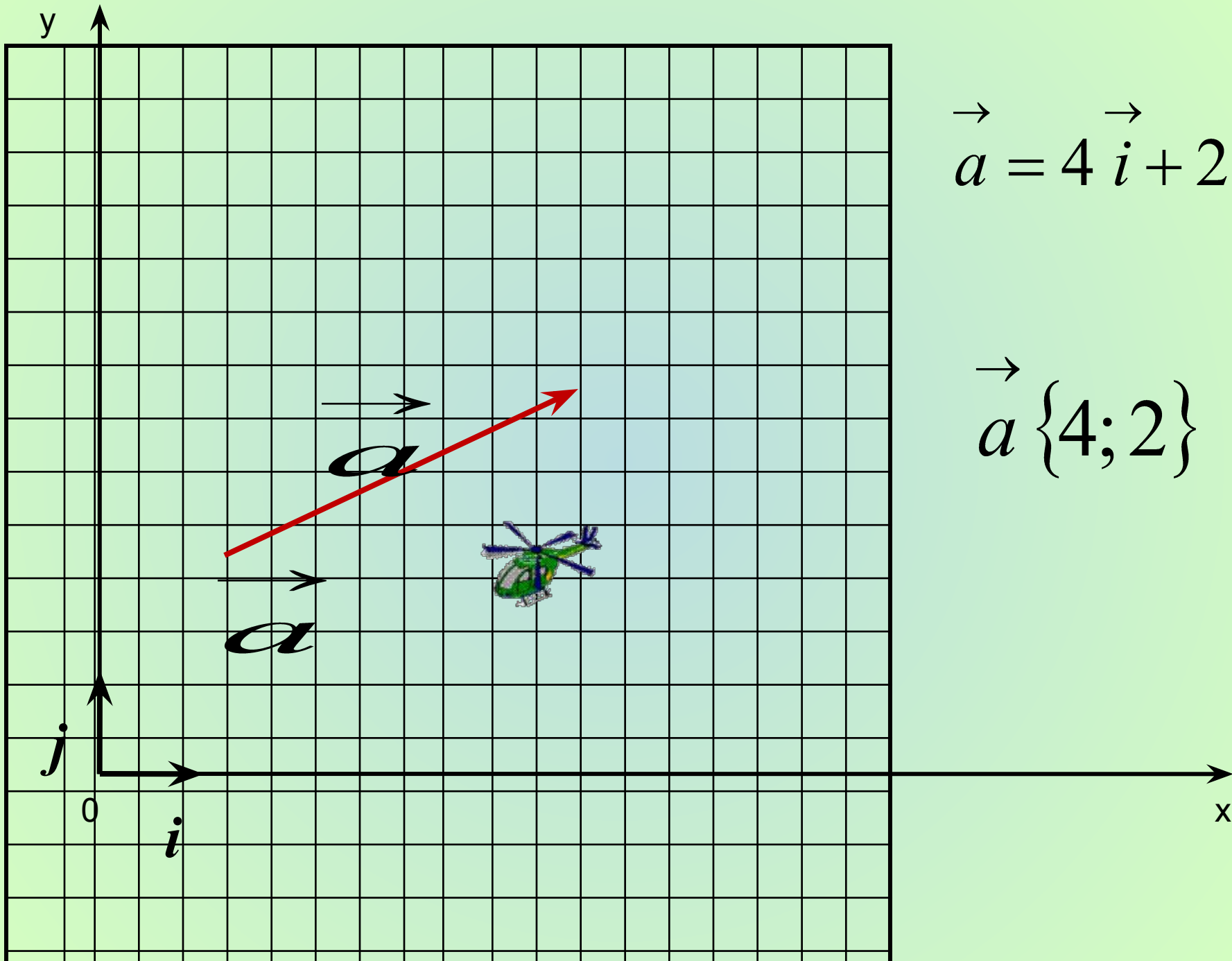
$$\vec{p} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$$



$$\vec{a} = 7 \vec{i} + 3 \vec{j}$$

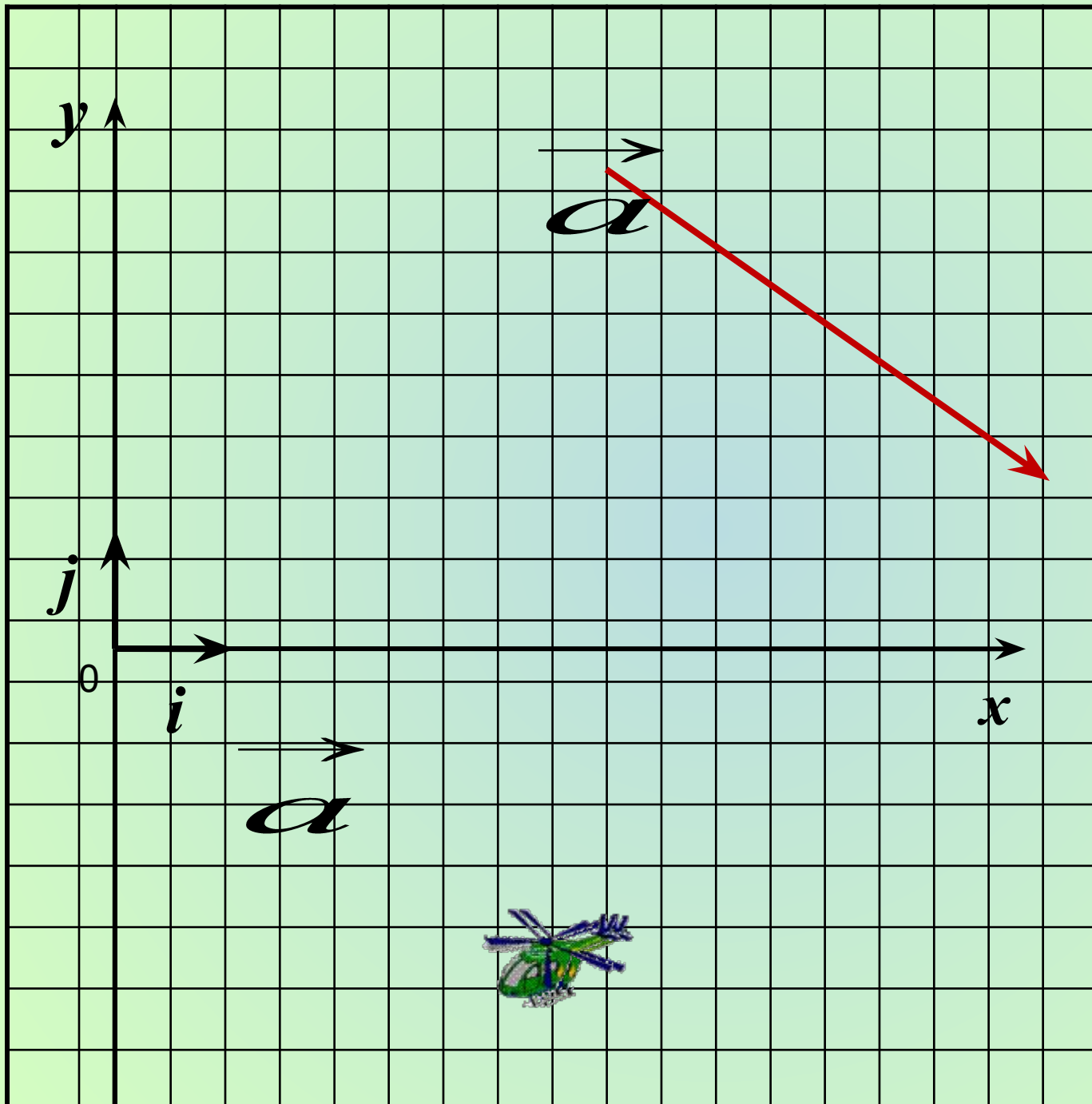
$$\vec{a} \{7; 3\}$$





$$\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{a} \{4; 2\}$$



$$\vec{a} = 4 \vec{i} - 3 \vec{j}$$

$$\vec{a} \{4; -3\}$$

**1<sup>0</sup>.** Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов.  $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2)\vec{i} + (y_1 + y_2)\vec{j}$

**2<sup>0</sup>.** Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов.  $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2)\vec{i} + (y_1 - y_2)\vec{j}$

**3<sup>0</sup>.** Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число.  $k\vec{a} = kx_1\vec{i} + ky_1\vec{j}$