Возрастание и убывание функции.

Рано или поздно всякая правильная математическая идея находит применение в том или ином деле.

А.Н. Крылов

Числовые промежутки

- $[\alpha;b]$ – отрезок
- $(\alpha;b)$ – интервал
- $(\alpha;b]$ – полуинтервал
- $[\alpha;b)$ - полуинтервал

Функция f(x) называется ***возрастающей*** на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

Функция f(x) называется ***убывающей*** на некотором промежутке, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции.

$$x_1 > x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

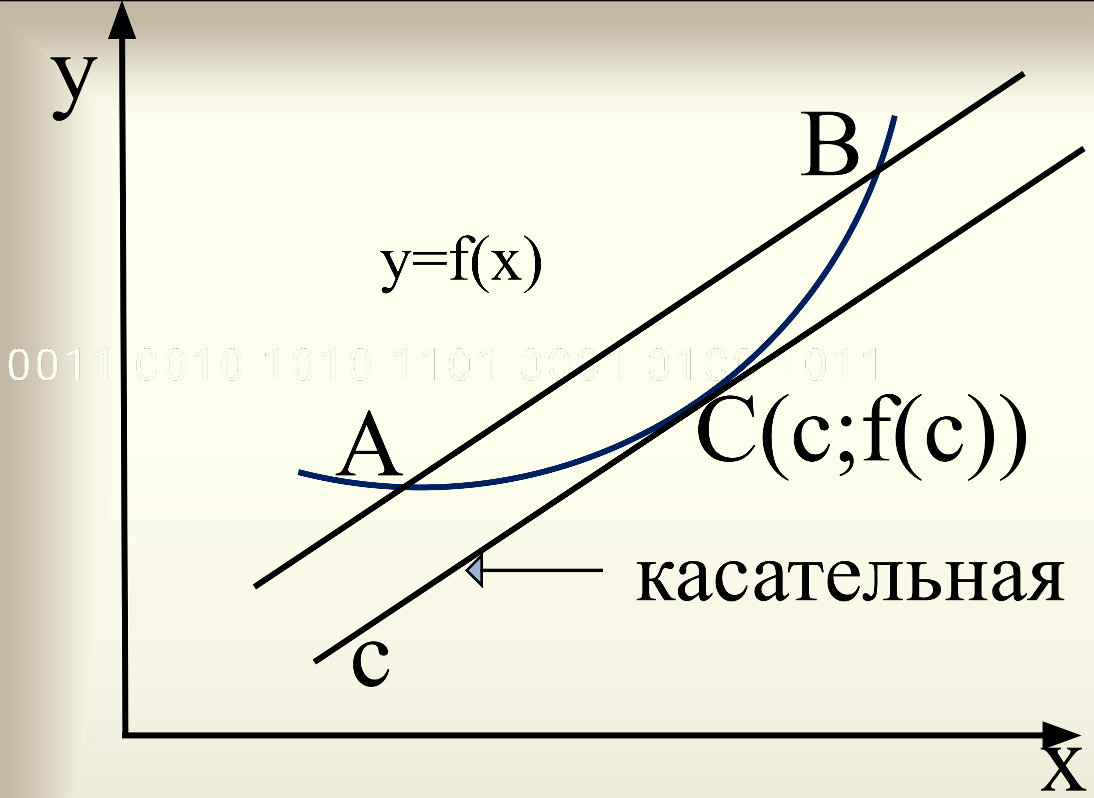
Теорема Лагранжа

Пусть функция f(x) непрерывна на отрезке [α;b] и дифференцируема на интервале (α;b). Тогда существует точка с € (α;b), такая, что

$$f(b) – f(\alpha) = f'(c)\,(b - \alpha)$$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

A(α;f(α))
B(b;f(b))



$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

угловой
коэффициент
секущей

Достаточные условия возрастания и убывания функции

Пусть функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[\alpha;b]$ и дифференцируема на интервале $(\alpha;b)$. Тогда если $f'(x)>0$ для всех x € $(\alpha;b)$,

то функция $f(x)$ возрастает на отрезке $[\alpha;b]$,

а если $f'(x)<0$ для всех x € $(\alpha;b)$,

то функция $f(x)$ убывает на отрезке $[\alpha;b]$.

доказательство:

Пусть x_1 и x_2 - произвольные точки отрезка [α;b] , такие, что $x_1 < x_2$, т.е. $x_2 - x_1 > 0$

По теореме Лагранжа

$f(x_2) – f(x_1) = f'(x) (x_2 - x_1)$, $x \in (\alpha;b)$

При $f'(x)>0$ $f(x_2) – f(x_1) > 0$ ⇔ функция возрастает.

При $f'(x)<0$ $f(x_2) – f(x_1) < 0$ ⇔ функция убывает.