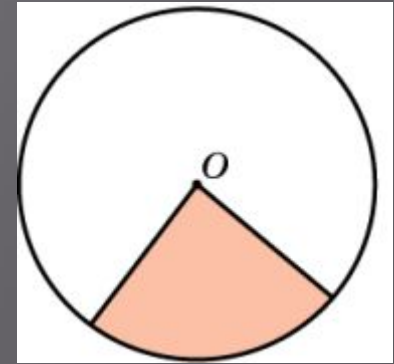


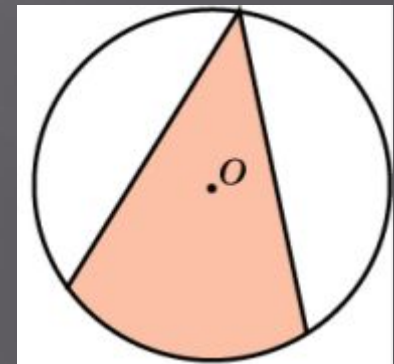
# Углы, связанные с окружностью

# Углы, связанные с окружностью

Угол с вершиной в центре окружности называется центральным



Угол, вершина которого принадлежит окружности, а стороны пересекают окружность, называется вписанным



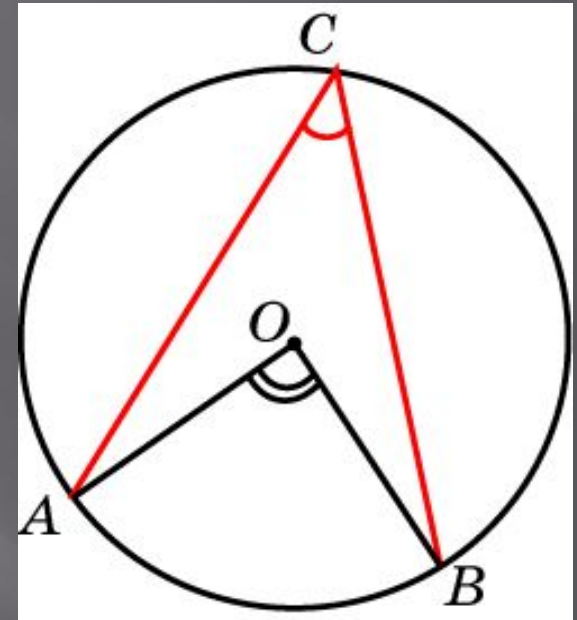
Каждый центральный угол данной окружности определяют дугу окружности, которая состоит из точек окружности, принадлежащих этому углу

# Вписанный угол

Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу окружности

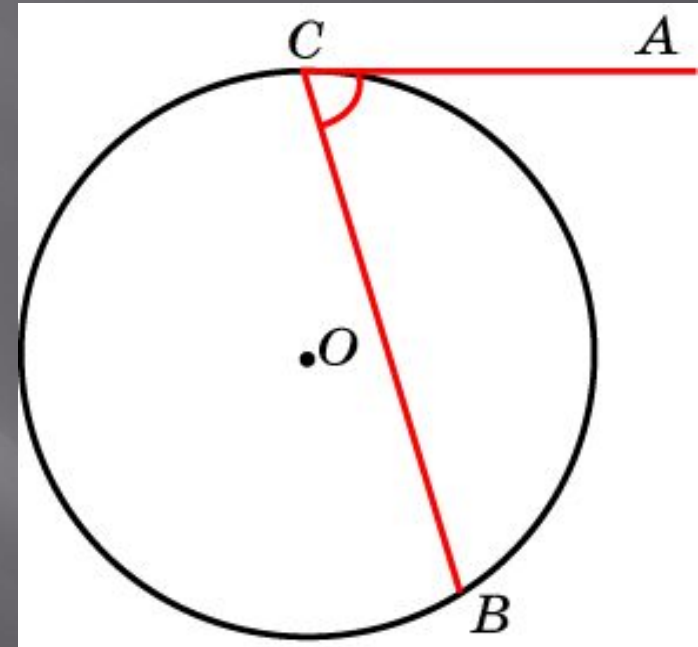
Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу окружности, равны

Вписанный угол измеряется половиной дуги окружности



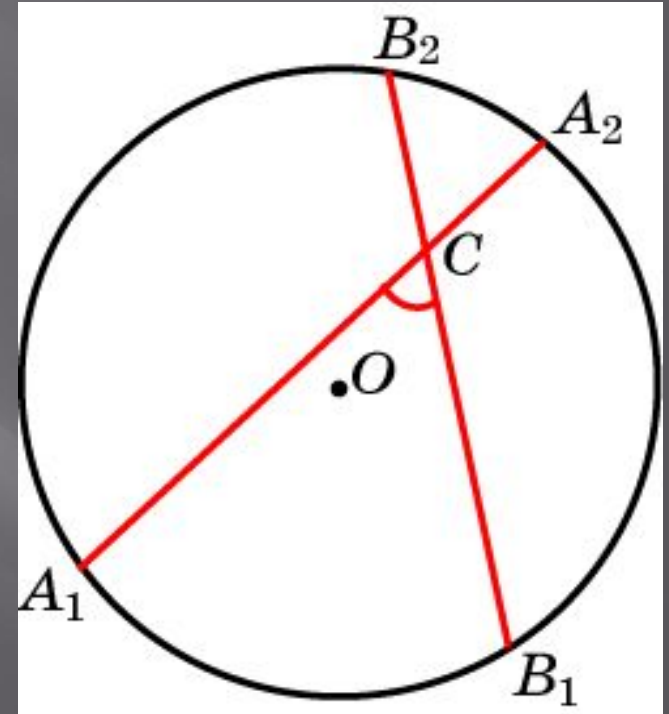
# Угол между касательной и хордой

Угол, с вершиной на окружности, одна сторона которого лежит на касательной, а вторая — пересекает окружность, измеряется половиной дуги окружности, лежащей внутри этого угла



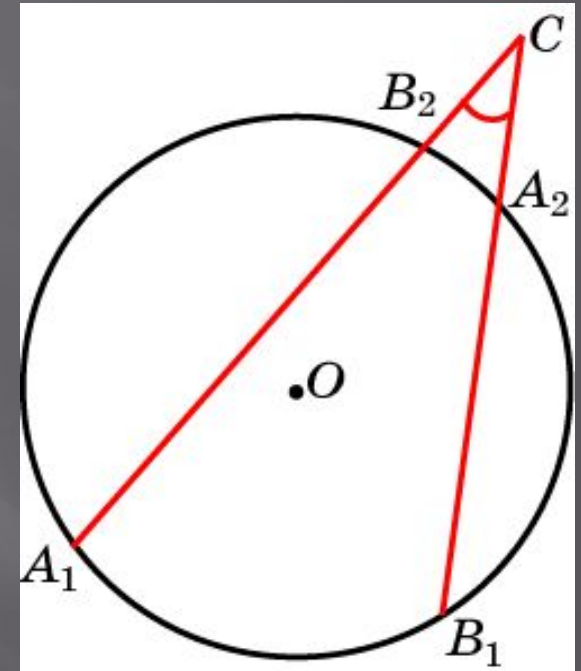
# Угол с вершиной внутри окружности

Угол, с вершиной внутри окружности, измеряется полусуммой дуг, на которые опираются данный угол и вертикальный с ним угол



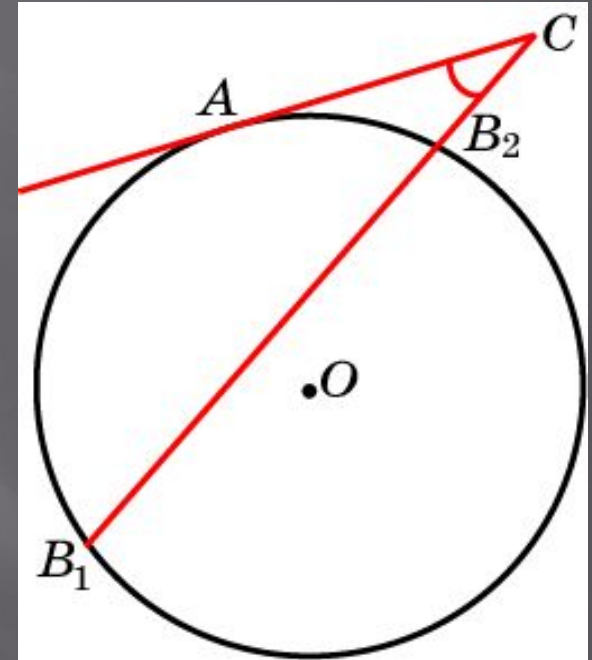
# Угол с вершиной вне окружности

Угол, с вершиной вне окружности, стороны которого пересекают окружность, измеряется полуразностью дуг окружности, заключенных внутри этого угла



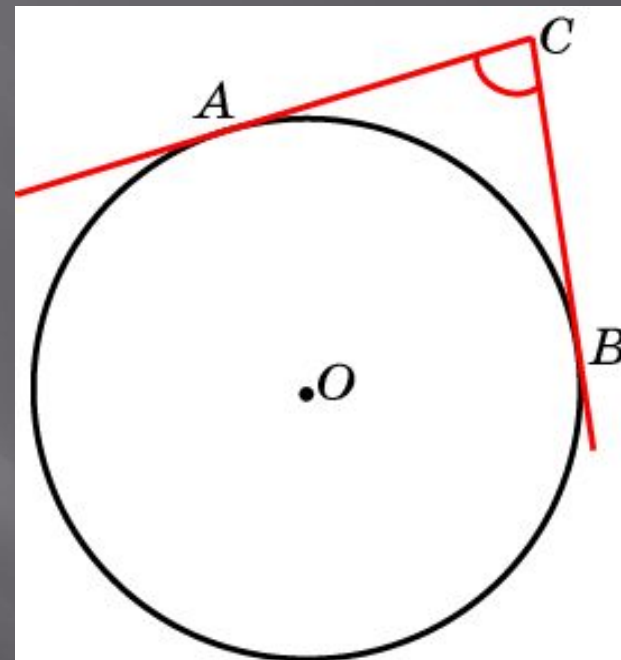
# Угол с вершиной вне окружности

Угол, с вершиной вне окружности, одна сторона которого лежит на касательной к окружности, а вторая сторона пересекает окружность, измеряется полуразностью дуг окружности, заключенных внутри этого угла



# Угол с вершиной вне окружности

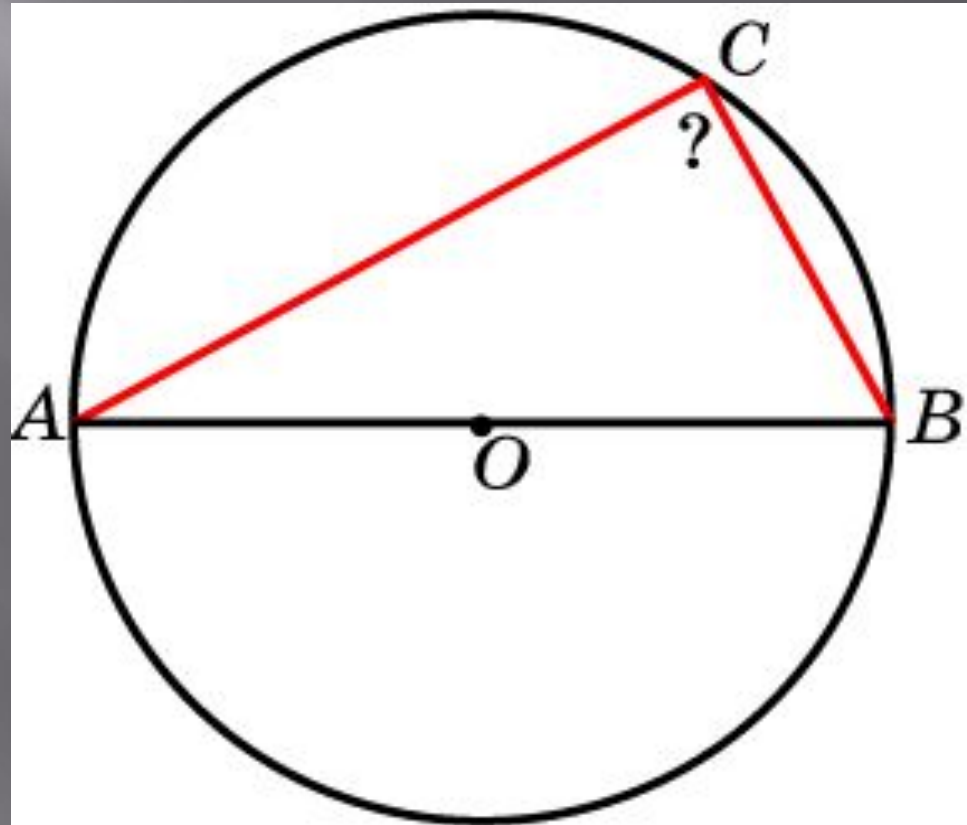
Угол, с вершиной вне окружности, стороны которого лежат на касательных к окружности, измеряется полуразностью дуг окружности, заключенных внутри этого угла





# Упражнение 1

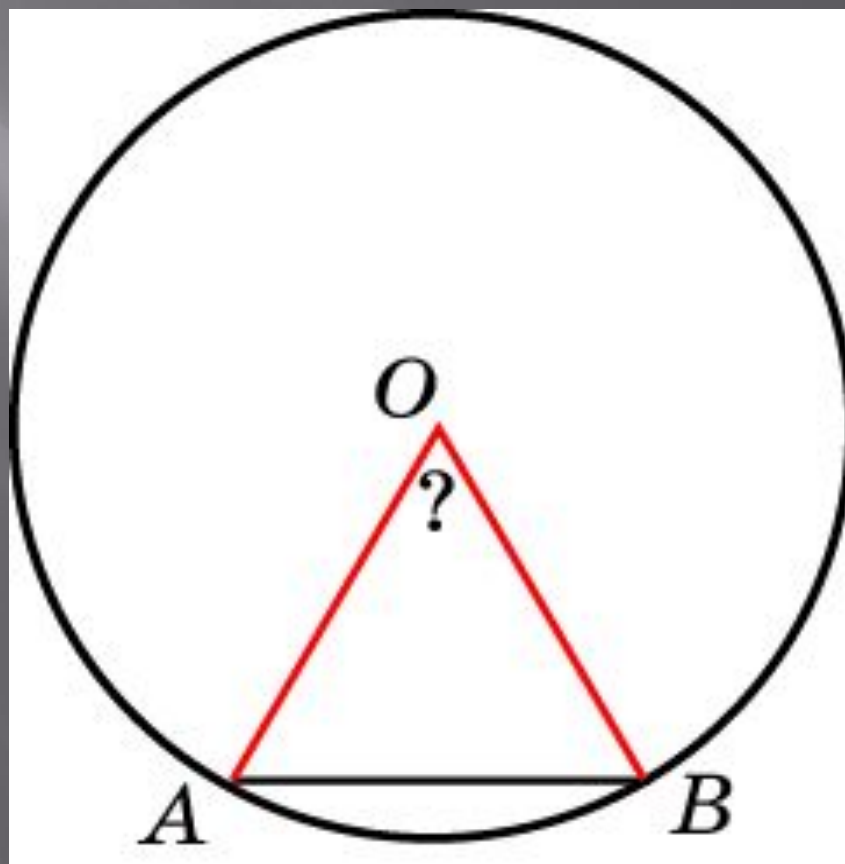
Чему равен вписанный угол, опирающийся на диаметр окружности?



Ответ:  $90^\circ$

## Упражнение 2

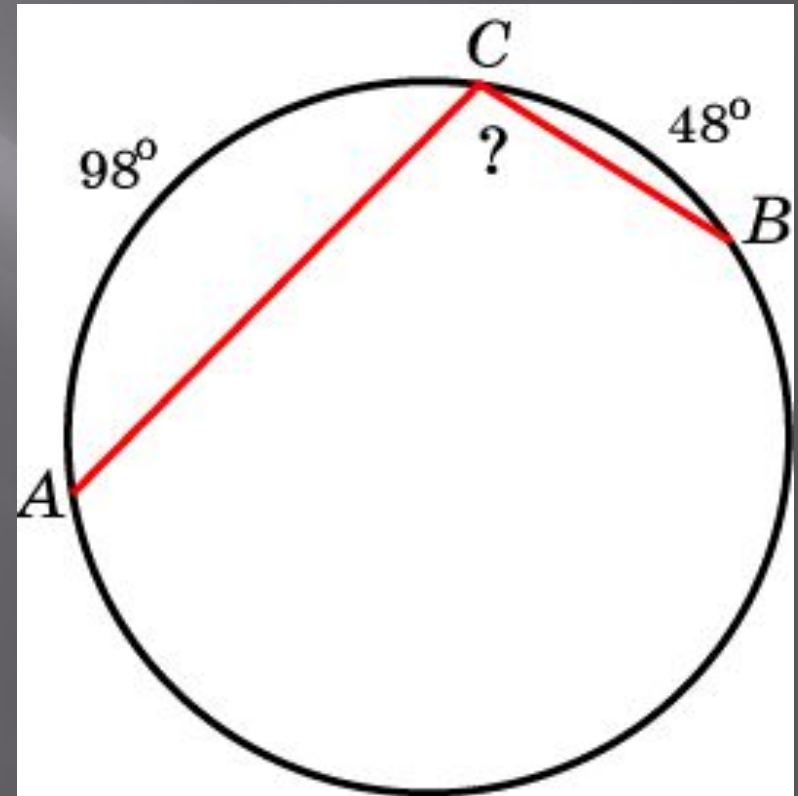
Найдите центральный угол  $AOB$ , опирающийся на хорду  $AB$ , равную радиусу



Ответ:  $60^\circ$

### Упражнение 3

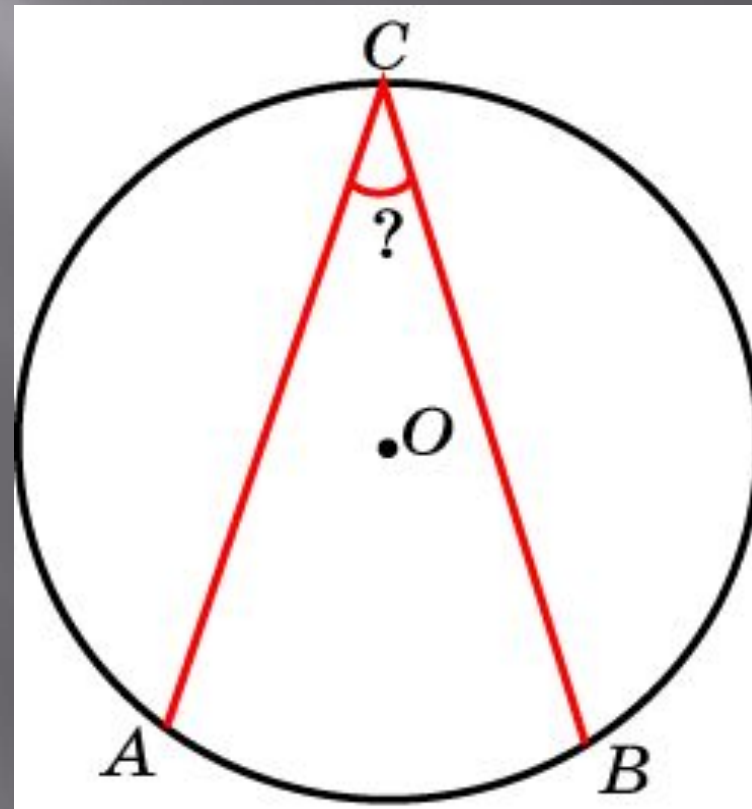
Угол  $ACB$  вписан в окружность.  
Градусные величины дуг  $AC$  и  $BC$   
равны  $98^\circ$  и  $48^\circ$  соответственно.  
Найдите угол  $ACB$



Ответ:  $107^\circ$

## Упражнение 4

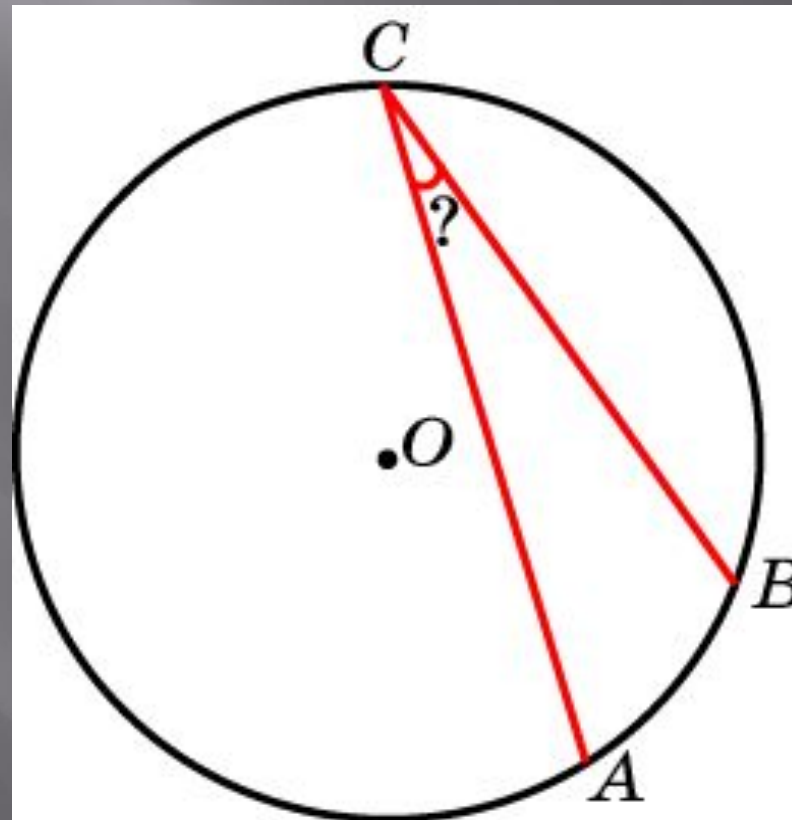
Найдите вписанный угол,  
опирающийся на дугу, которая  
составляет  $\frac{1}{6}$  окружности



Ответ:  $30^\circ$

## Упражнение 5

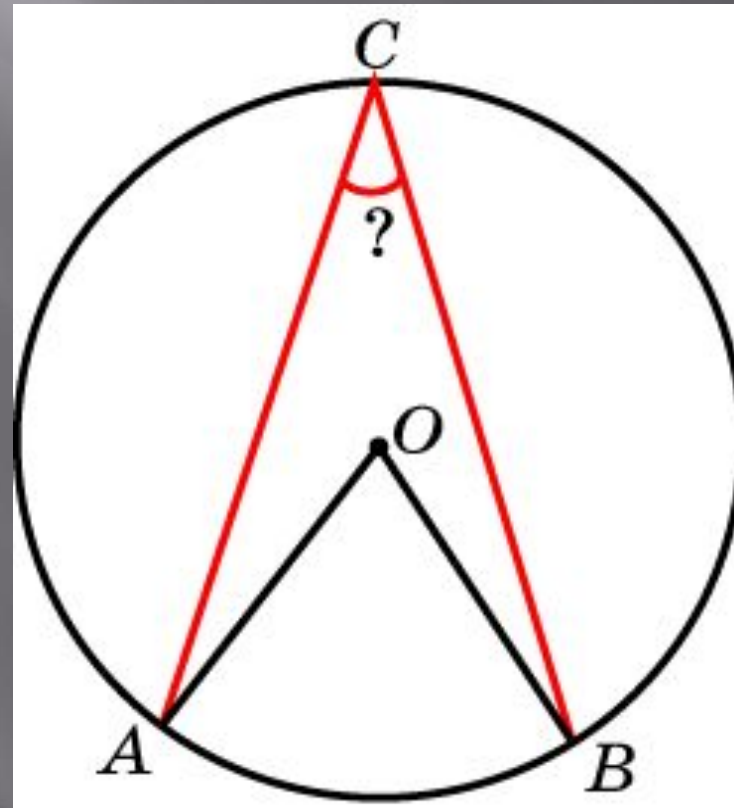
Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, которая составляет 10 % окружности



Ответ:  $18^\circ$

## Упражнение 6

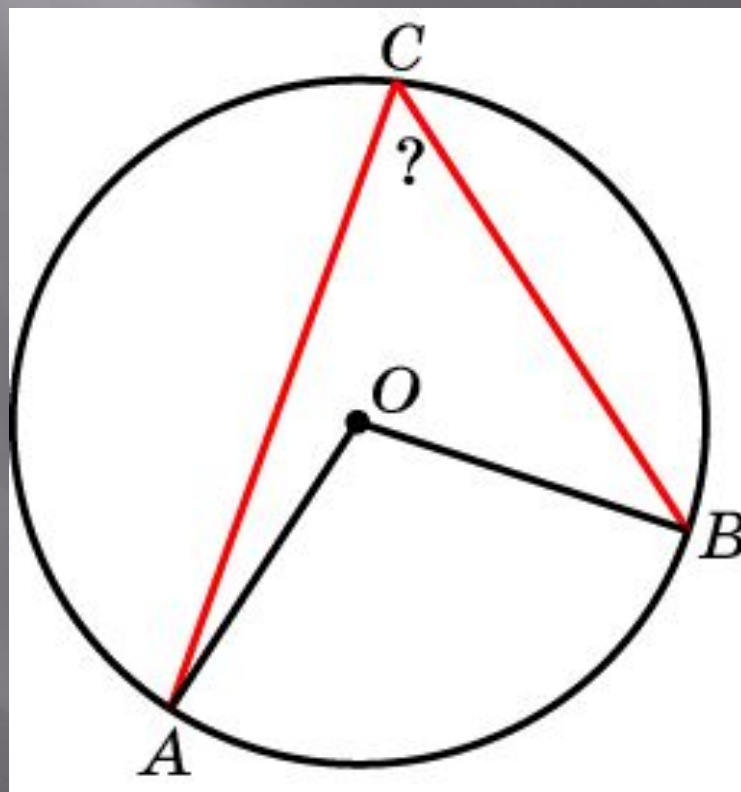
Вписанный угол на  $35^\circ$  меньше центрального угла, опирающегося на ту же дугу. Найдите вписанный угол



Ответ:  $35^\circ$

## Упражнение 7

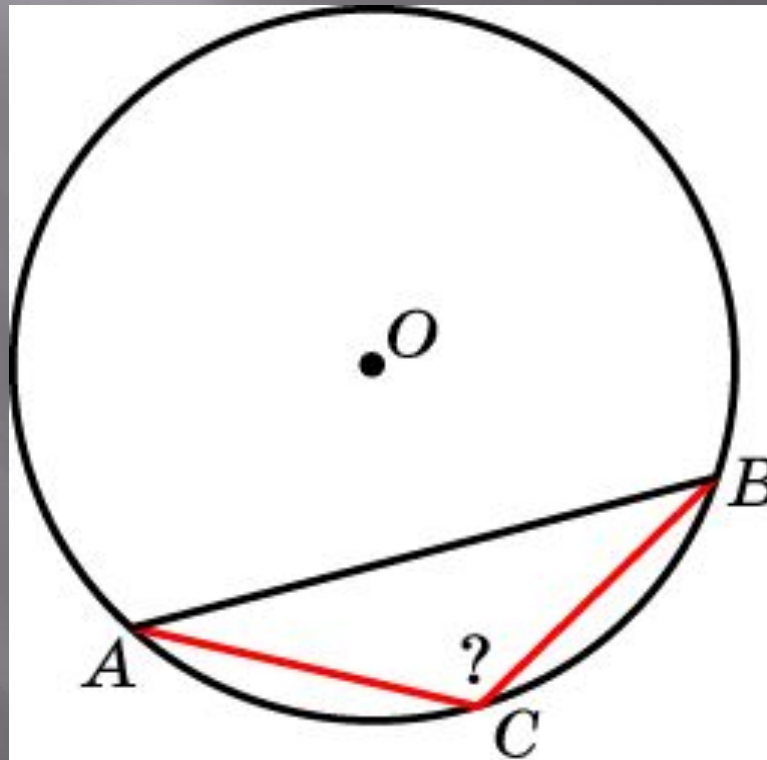
Центральный угол на  $51^\circ$  больше вписанного угла, опирающегося на ту же дугу. Найдите вписанный угол



Ответ:  $51^\circ$

## Упражнение 8

Под каким углом из точки  $C$  дуги окружности видна стягивающая ее хорда, если дуга содержит  $100^\circ$ ?

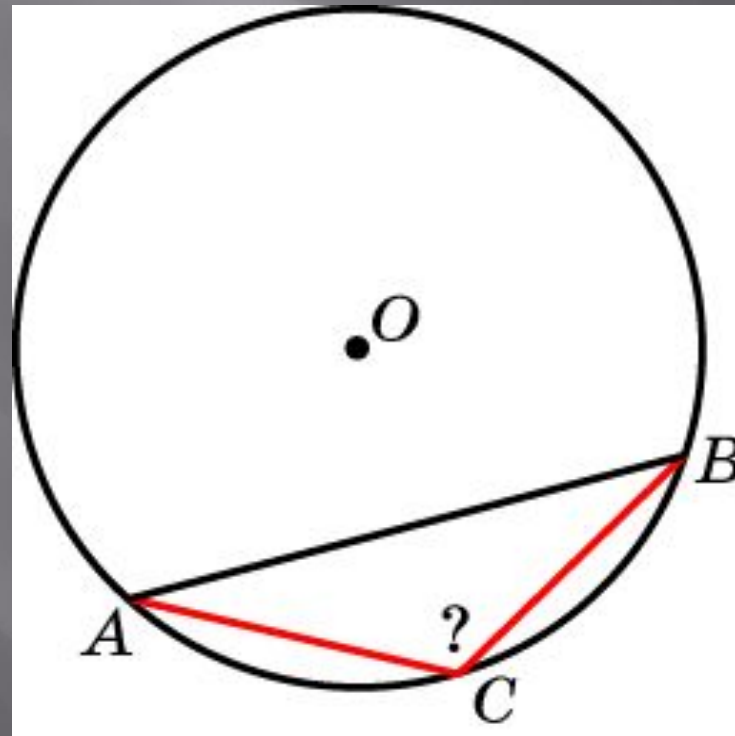


Ответ:  $130^\circ$



## Упражнение 9

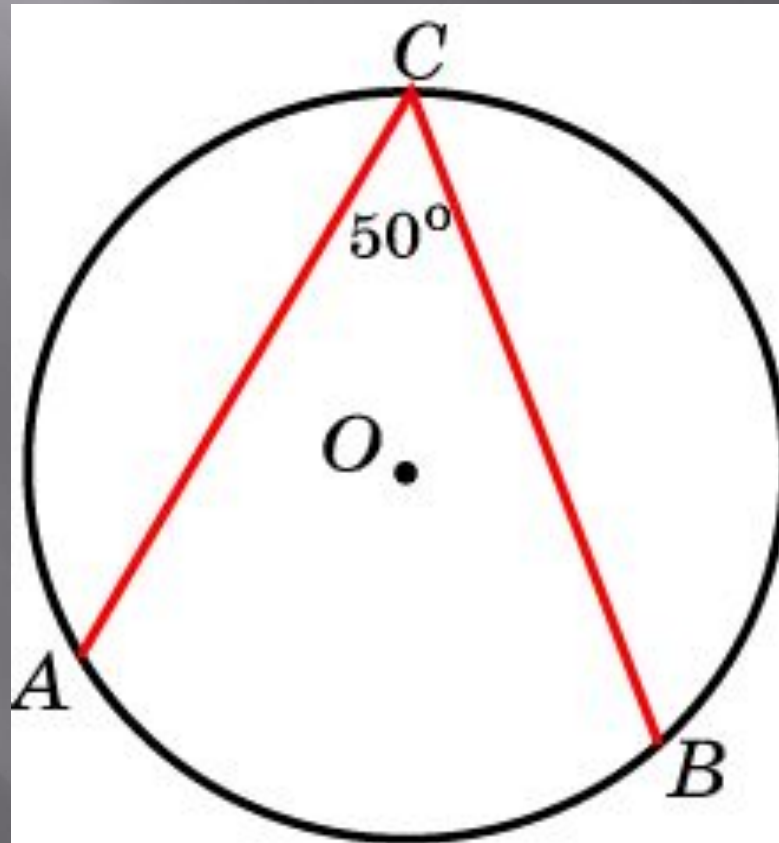
Под каким углом из точки дуги окружности видна стягивающая ее хорда, если дуга составляет одну треть окружности?



Ответ:  $120^\circ$

## Упражнение 10

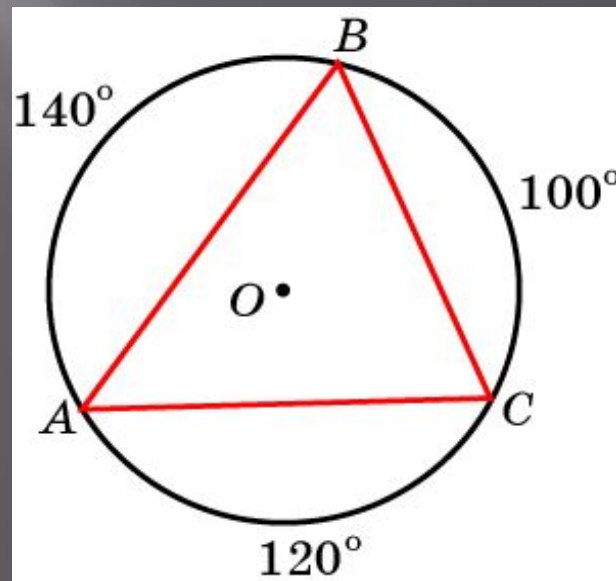
Угол  $ACB$ , величиной  $50^\circ$ , вписан в окружность. Найдите градусную величину дуги  $ACB$



Ответ:  $260^\circ$

## Упражнение 11

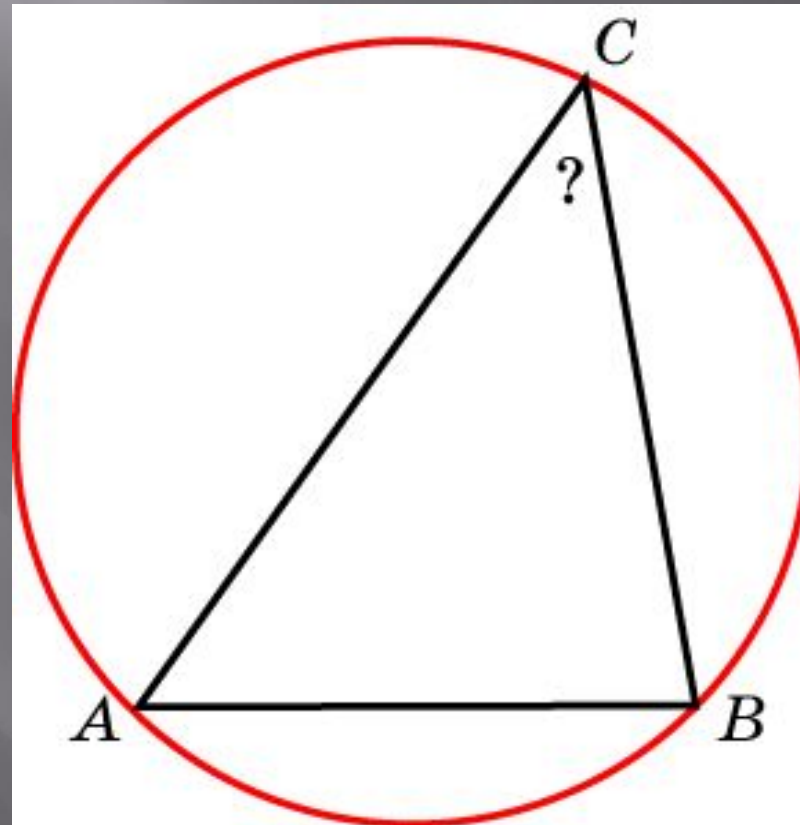
Вершины треугольника  $ABC$ , вписанного в окружность, делят окружность на части, градусные величины которых равны  $100^\circ$ ,  $120^\circ$  и  $140^\circ$ . Найдите наименьший угол треугольника  $ABC$



Ответ:  $50^\circ$

## Упражнение 12

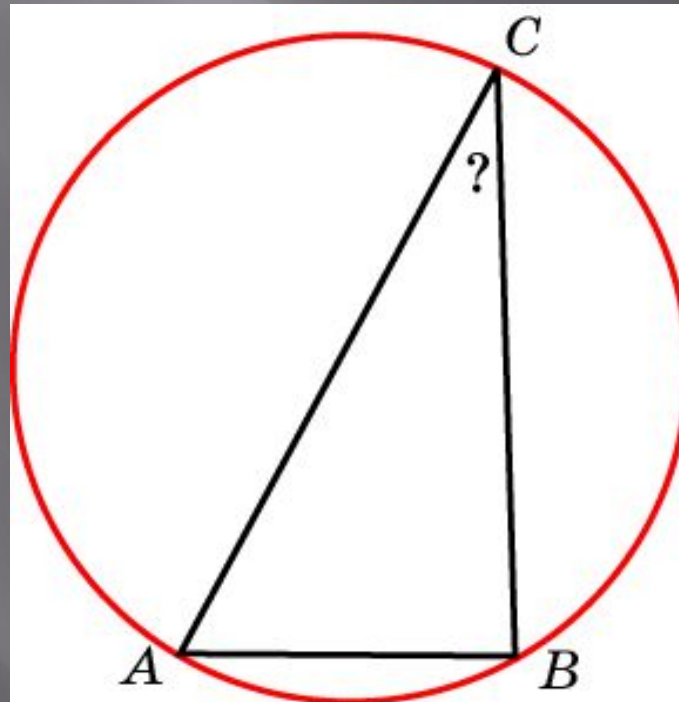
Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна  $\sqrt{2}$ , радиус описанной окружности равен 1. Найдите угол  $C$



Ответ:  $45^\circ$

## Упражнение 13

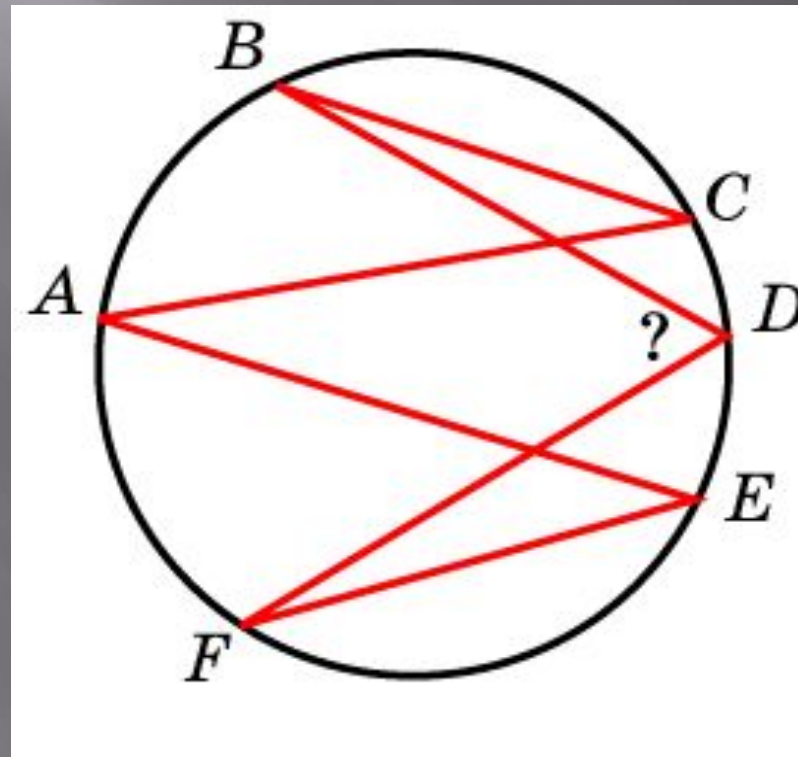
Одна сторона треугольника равна радиусу описанной окружности. Найдите угол треугольника, противолежащий этой стороне



Ответ:  $30^\circ$

## Упражнение 14

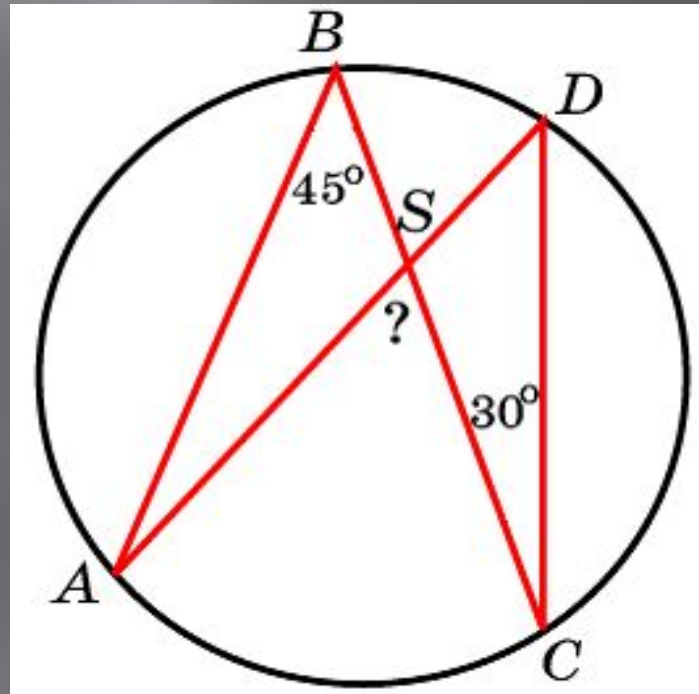
На рисунке угол  $ACB$  равен  $30^\circ$ ,  
угол  $AEF$  равен  $40^\circ$ . Найдите угол  
 $BDF$



Ответ:  $70^\circ$

## Упражнение 15

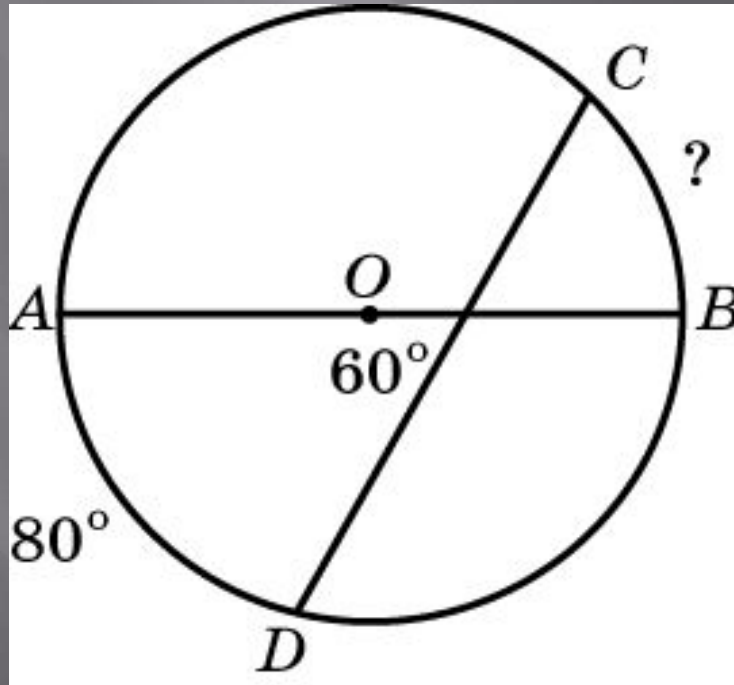
Углы  $ABC$  и  $BDC$  вписаны в окружность и равны  $45^\circ$  и  $30^\circ$  соответственно,  $S$  — точка пересечения  $AD$  и  $BC$ . Найдите угол  $ASC$



Ответ:  $75^\circ$

## Упражнение 16

Хорда  $CD$  пересекает диаметр  $AB$  окружности под углом  $60^\circ$ . Градусная величина дуги  $AD$  равна  $80^\circ$ . Найдите градусную величину дуги  $BC$

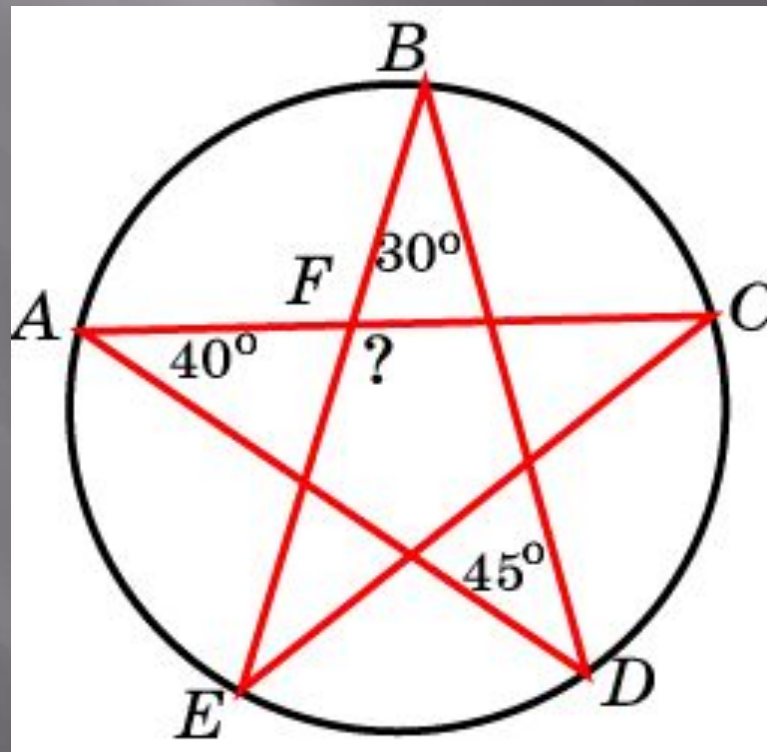


Ответ:  $40^\circ$



## Упражнение 17

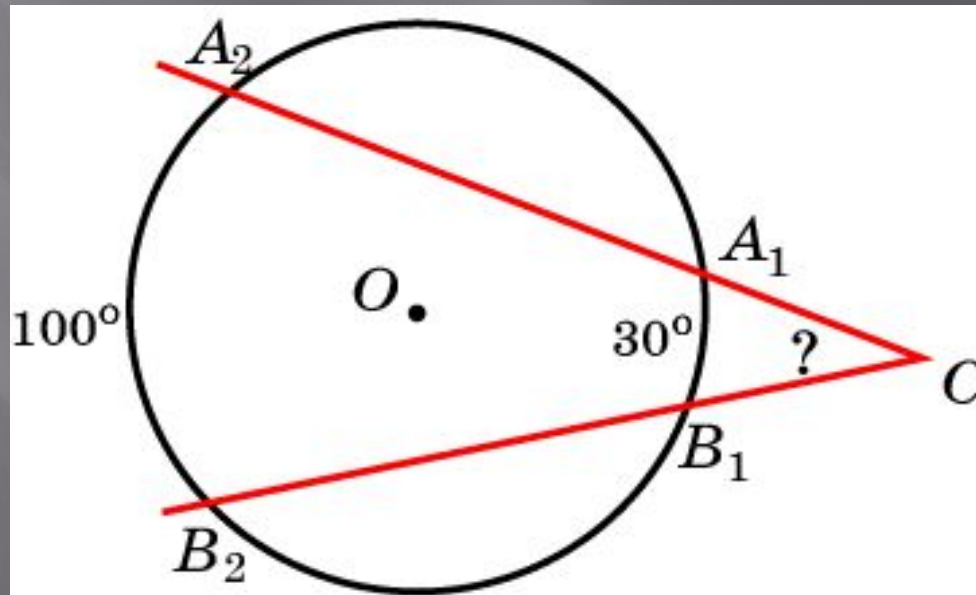
На рисунке угол  $A$  равен  $40^\circ$ , угол  $B$  равен  $30^\circ$ , угол  $D$  равен  $45^\circ$ .  
Найдите угол  $EFC$



Ответ:  $115^\circ$

## Упражнение 18

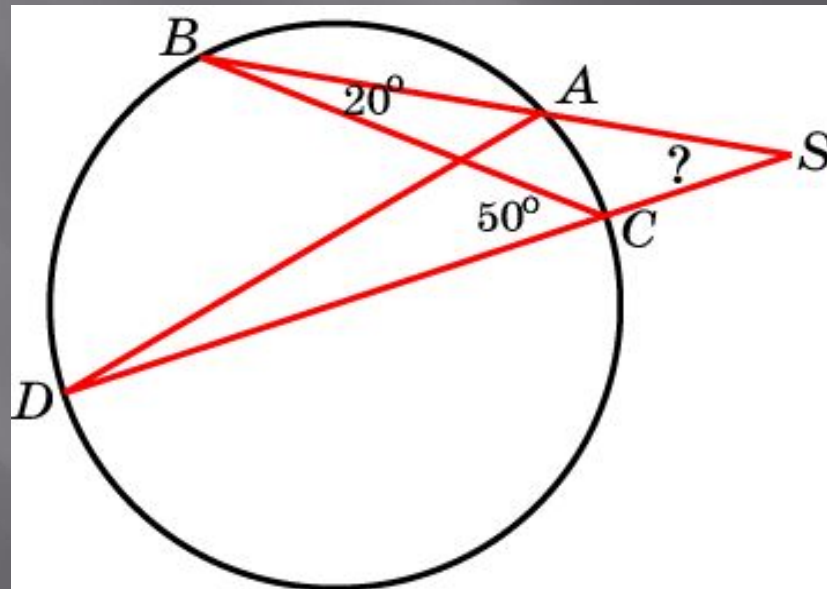
Стороны угла с вершиной  $C$  вне окружности отсекают от окружности дуги  $A_1B_1$ ,  $A_2B_2$ , градусные величины которых равны  $30^\circ$  и  $100^\circ$ .  
Найдите угол  $C$



Ответ:  $35^\circ$

## Упражнение 19

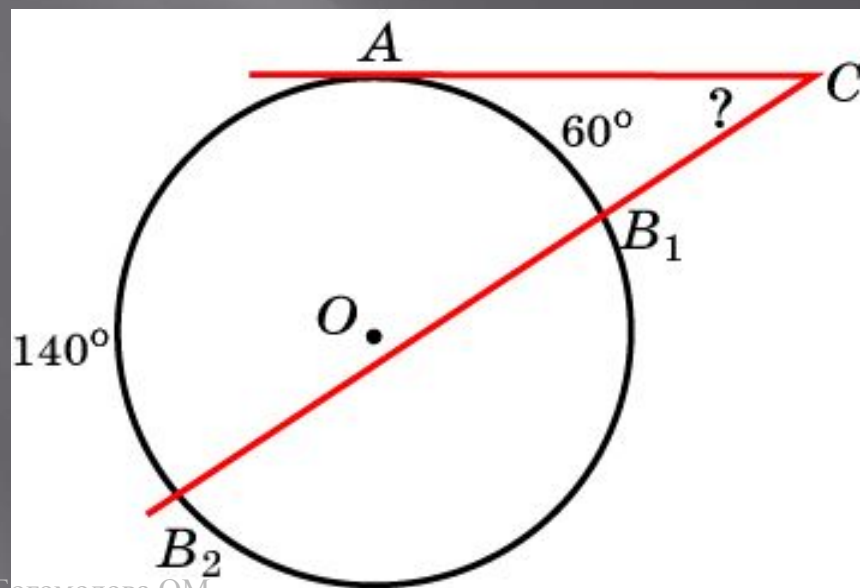
Углы  $ABC$  и  $BDC$  вписаны в окружность и равны  $20^\circ$  и  $50^\circ$  соответственно,  $S$  – точка пересечения прямых  $AB$  и  $CD$ .  
Найдите угол  $ASC$



Ответ:  $30^\circ$

## Упражнение 20

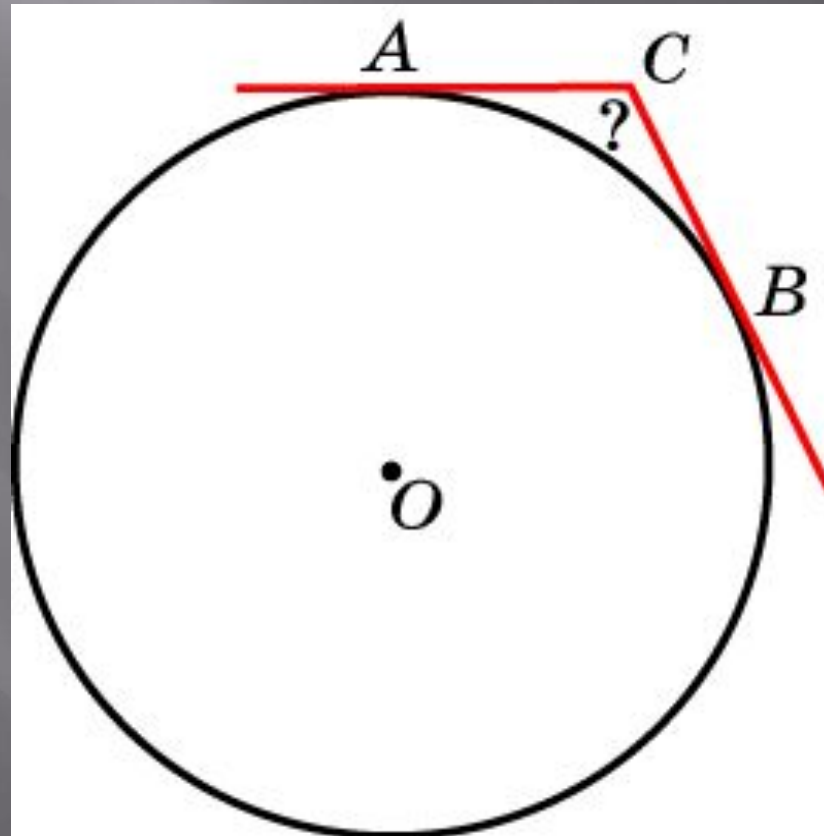
Стороны угла с вершиной  $C$  вне окружности отсекают от окружности дуги  $AB_1$ ,  $AB_2$ , градусные величины которых равны  $60^\circ$  и  $140^\circ$  соответственно,  $CA$  – касательная. Найдите угол  $C$



Ответ:  $40^\circ$

## Упражнение 21

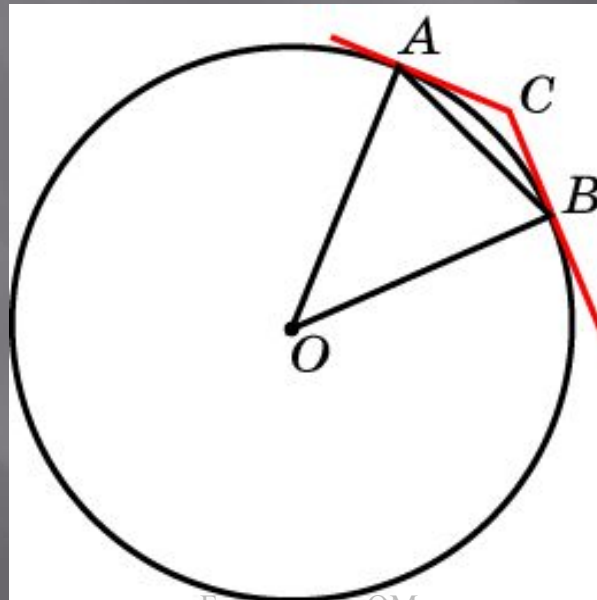
Через концы дуги в  $60^\circ$  проведены касательные, пересекающиеся в точке  $C$ . Найдите угол  $ACB$



Ответ:  $120^\circ$

## Упражнение 22

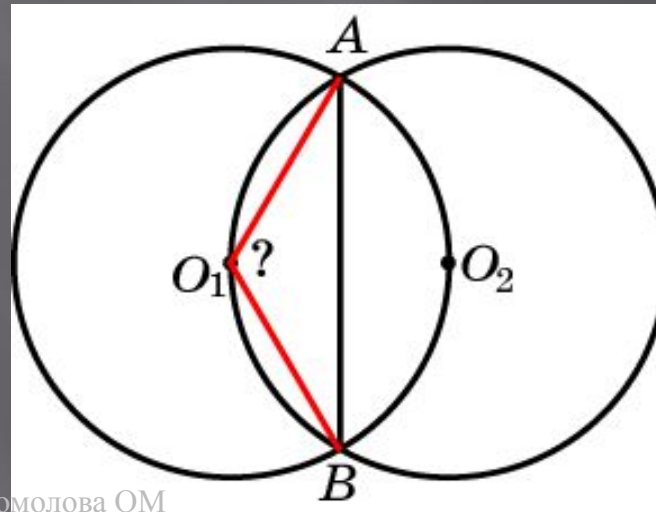
Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $44^\circ$ . Найдите углы, которые образует эта хорда с касательными к окружности, проведенными через ее концы



Ответ:  $22^\circ$

## Упражнение 23

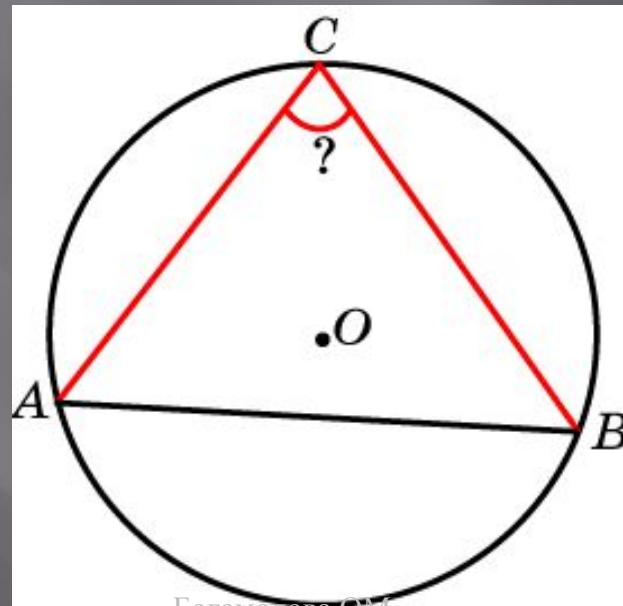
Две равные окружности расположены таким образом, что каждая из них проходит через центр другой. Найдите угол, под которым видна их общая хорда  $AB$  из центра  $O_1$  одной из окружностей



Ответ:  $120^\circ$

## Упражнение 24

**Острый вписанный угол** опирается на хорду, которая делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как  $4 : 5$ . Найдите этот угол

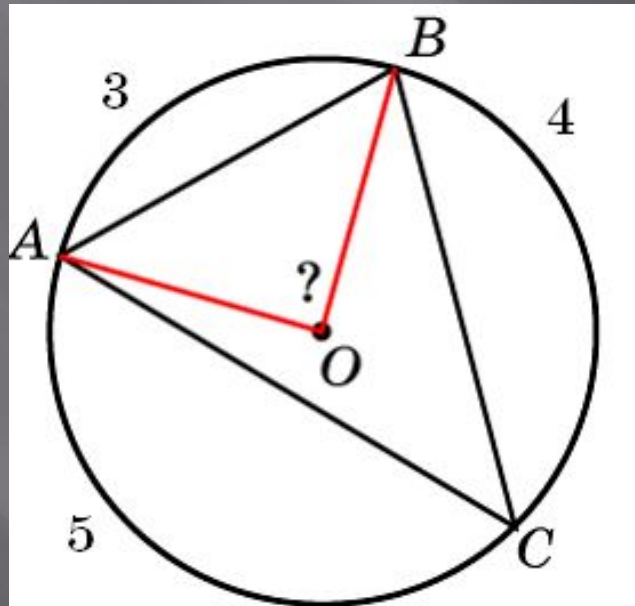


Ответ:  $80^\circ$



## Упражнение 25

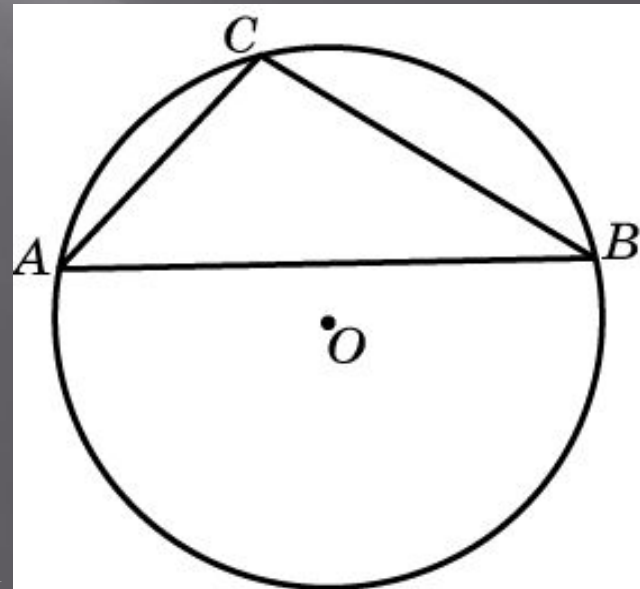
Точки  $A, B, C$ , расположенные на окружности с центром в точке  $O$ , делят эту окружность на три дуги, градусные величины которых относятся как  $3 : 4 : 5$ . Найдите угол  $AOB$



Ответ:  $90^\circ$

## Упражнение 26

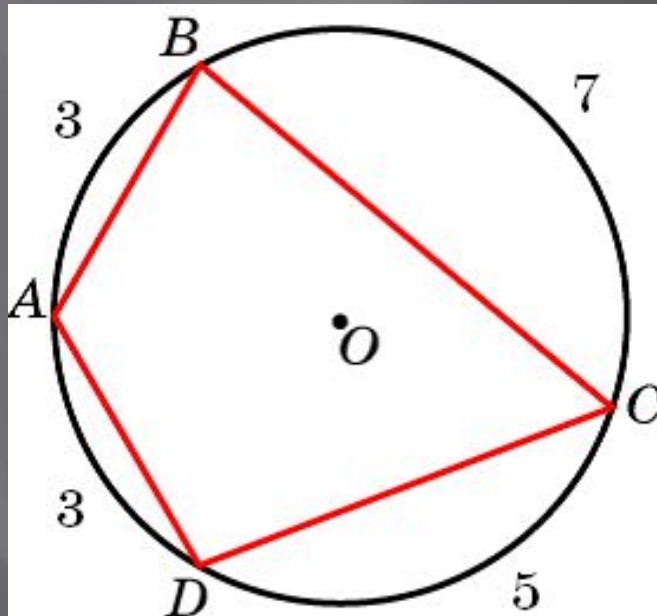
Точки  $A, B, C$ , расположенные на окружности, делят эту окружность на три дуги, градусные величины которых относятся как  $2 : 3 : 7$ .  
Найдите **больший** угол треугольника  $ABC$



Ответ:  $105^\circ$

## Упражнение 27

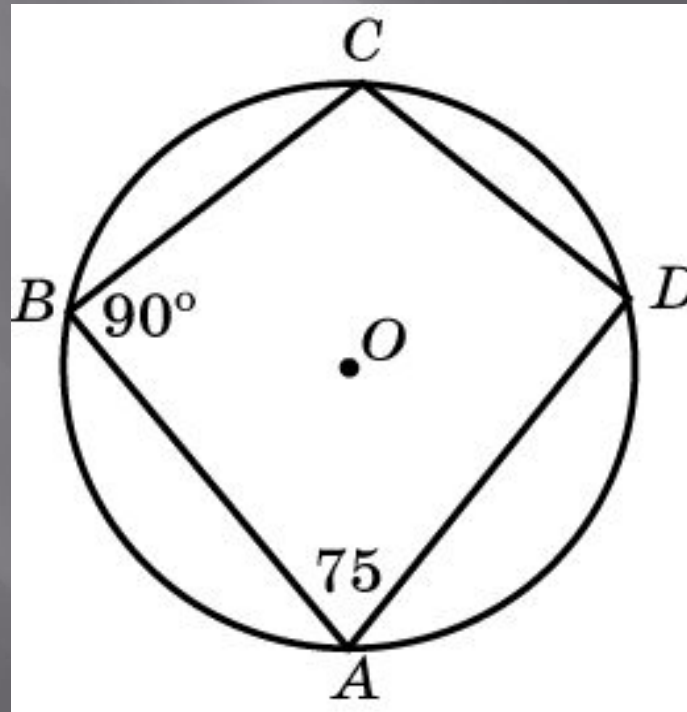
Окружность разделена точками  $A, B, C, D$  на четыре части, градусные величины которых относятся как  $3:7:5:3$ . Найдите меньший угол четырехугольника  $ABCD$



Ответ:  $60^\circ$

## Упражнение 28

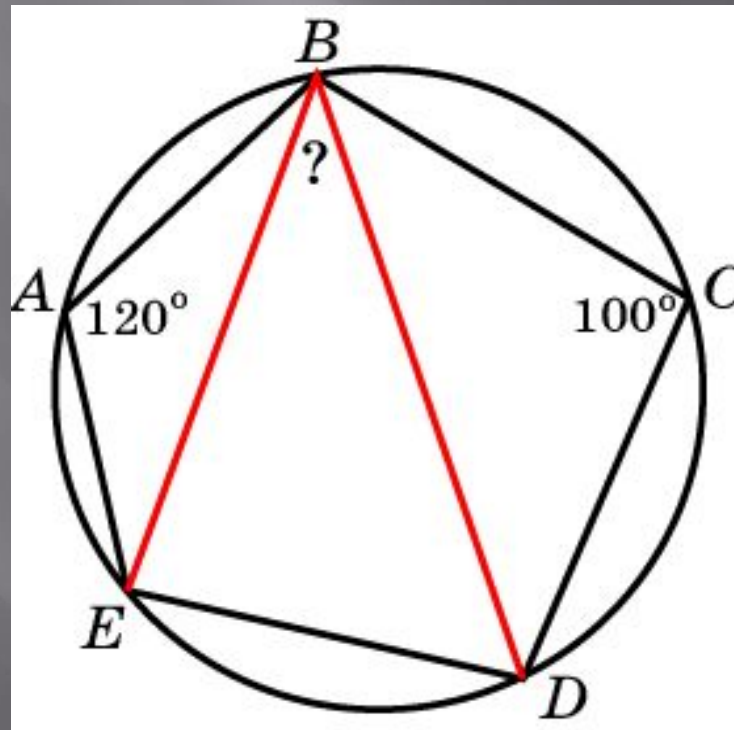
В четырехугольнике  $ABCD$ , вписанном в окружность, угол  $A$  равен  $75^\circ$ , угол  $B$  равен  $90^\circ$ . Найдите разность двух других углов



Ответ:  $15^\circ$

## Упражнение 29

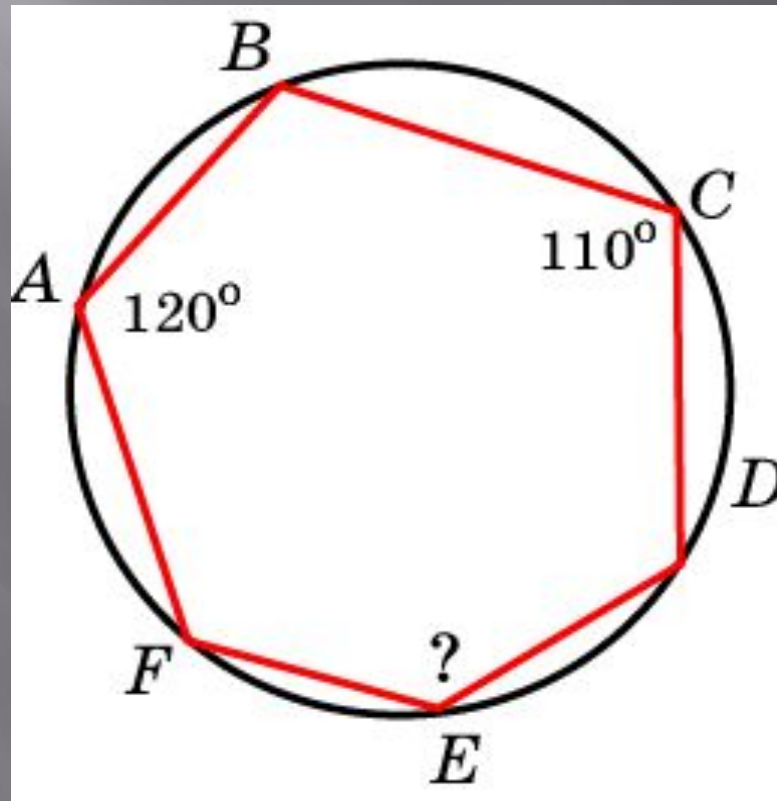
Углы  $A$  и  $C$  вписанного в окружность пятиугольника  $ABCDE$  равны  $120^\circ$  и  $100^\circ$  соответственно. Найдите угол  $DBE$



Ответ:  $40^\circ$

## Упражнение 30

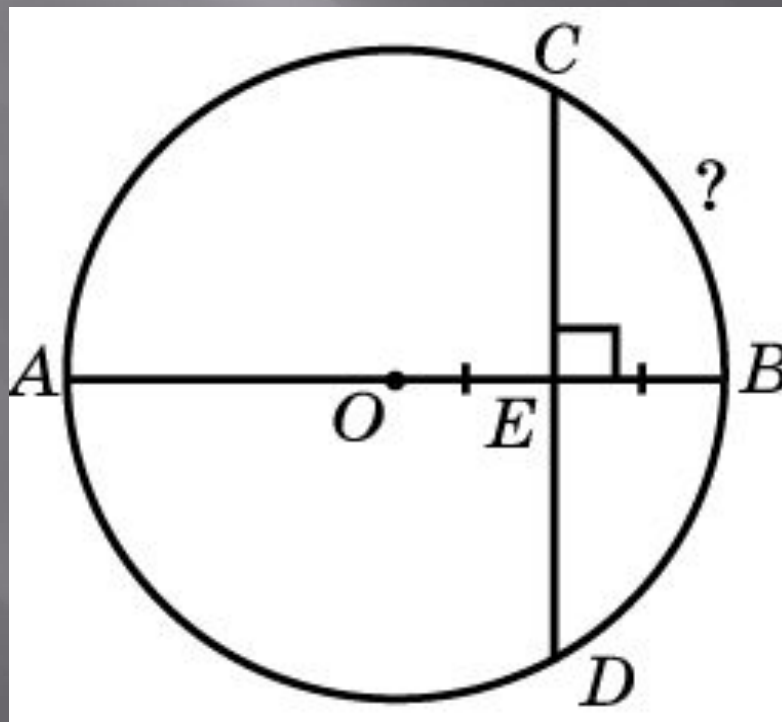
На рисунке угол  $A$  равен  $120^\circ$ ,  
угол  $C$  равен  $110^\circ$ . Найдите угол  $E$



Ответ:  $130^\circ$

## Упражнение 31

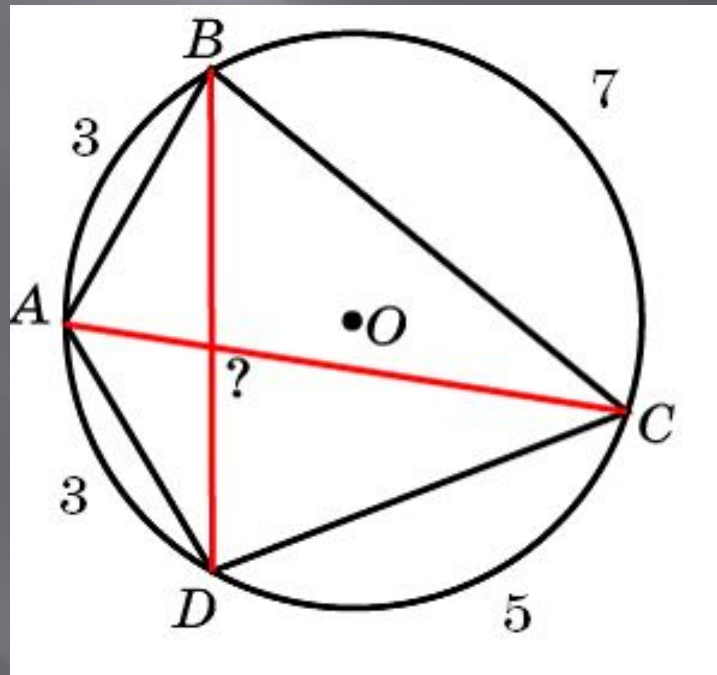
Хорда  $CD$  перпендикулярна радиусу  $OB$  окружности и пересекает его в середине  $E$ . Найдите градусную величину дуги  $BC$



Ответ:  $60^\circ$

## Упражнение 32

Окружность разделена точками  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  на четыре части, градусные величины которых относятся как  $3:7:5:3$ .  
Найдите угол между диагоналями  $AC$  и  $BD$  четырехугольника  $ABCD$

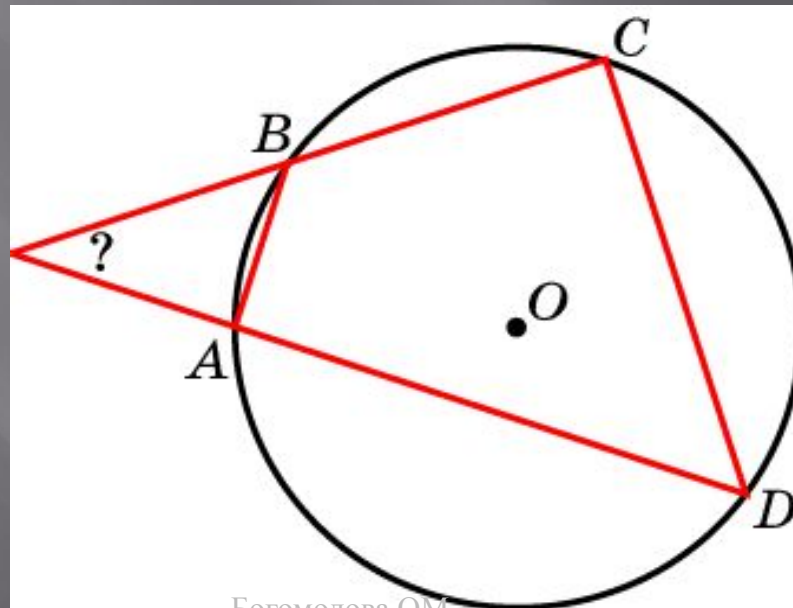


Ответ:  $80^\circ$



## Упражнение 33

Окружность разделена точками  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  на четыре части, градусные величины которых относятся как  $1:2:3:4$ . Найдите угол между прямыми  $AD$  и  $BC$

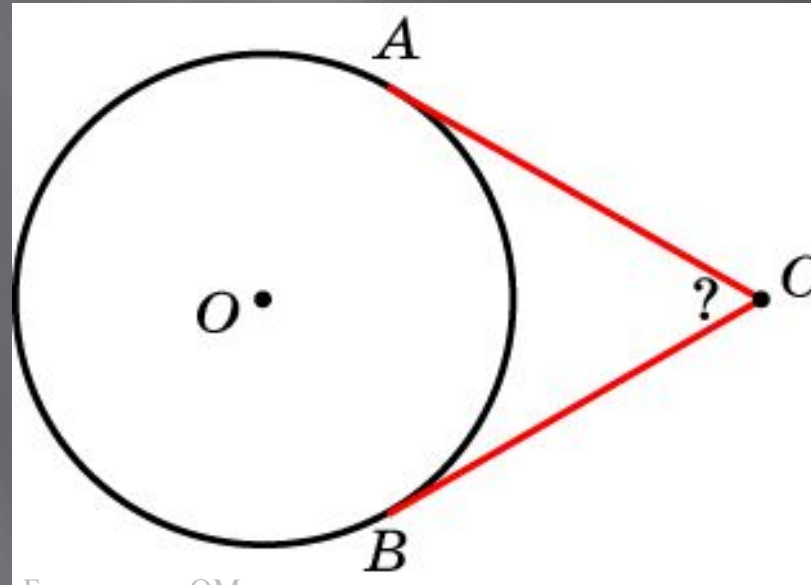


Ответ:  $36^\circ$

## Упражнение 34

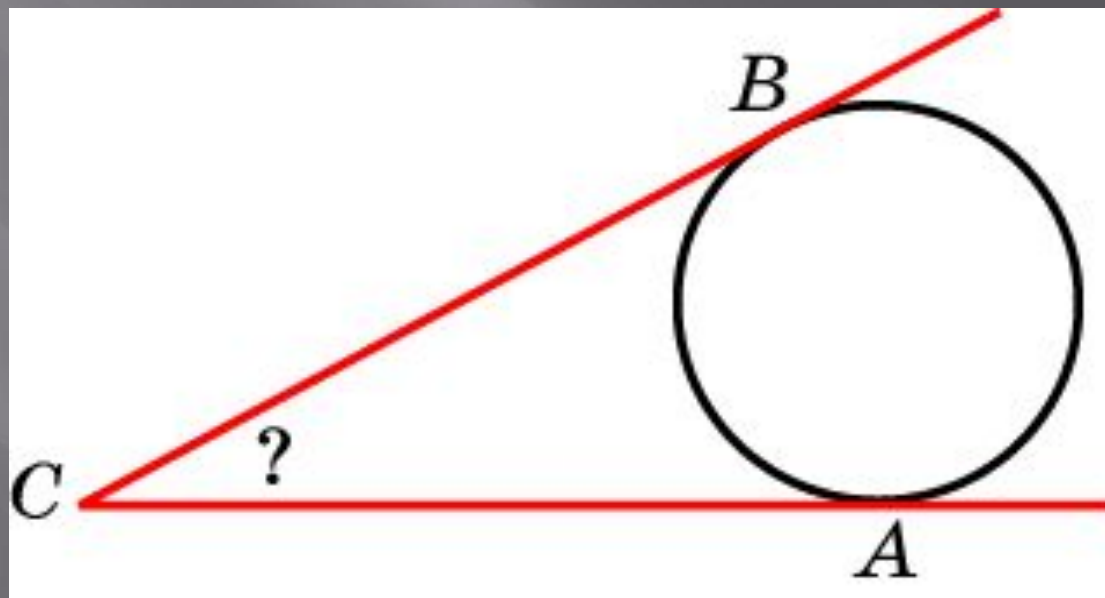
Из точки вне окружности проведены к ней две касательные. Кратчайшее расстояние от этой точки до окружности равно радиусу окружности. Найдите угол между касательными

Ответ:  $60^\circ$



## Упражнение 35

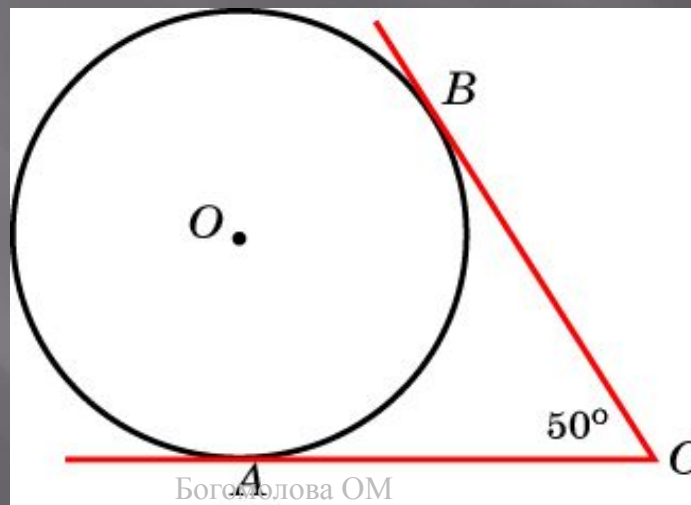
В угол  $ACB$  вписана окружность. Точки касания делят окружность на дуги, градусные величины которых относятся как  $3:2$ . Найдите величину угла  $ACB$



Ответ:  $36^\circ$

## Упражнение 36

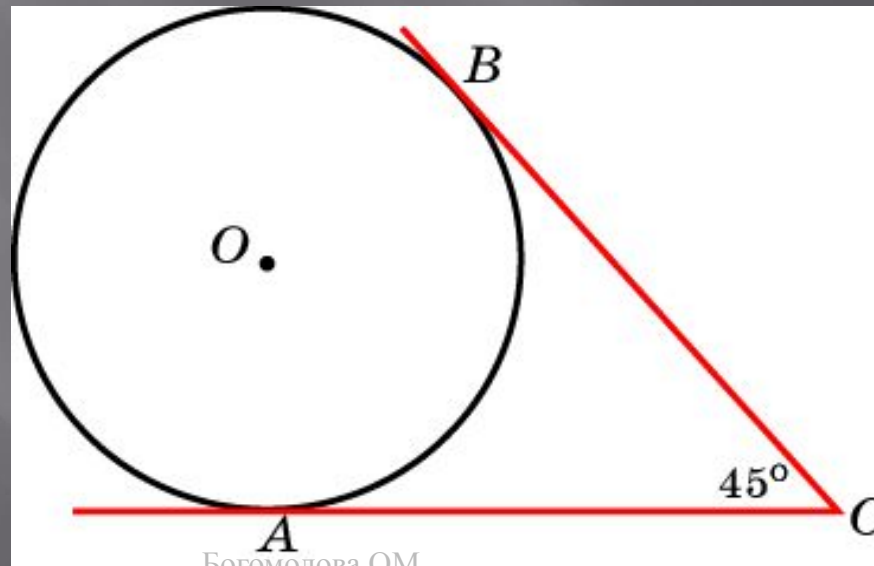
В угол  $ACB$ , величиной  $50^\circ$ , вписана окружность. Точки касания делят окружность на две дуги. Найдите градусную величину наибольшей дуги окружности, заключенной внутри угла  $ACB$



Ответ:  $230^\circ$

## Упражнение 37

В угол  $ACB$ , величиной  $45^\circ$ , вписана окружность. Точки касания делят окружность на две дуги. Найдите число, выражающее отношение градусных величин меньшей и большей дуг окружности, заключенных внутри угла  $ACB$

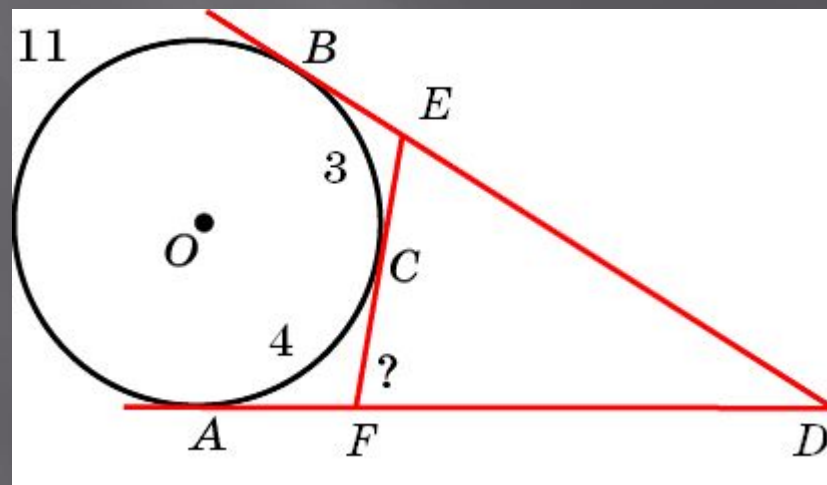


Ответ: 3:5

## Упражнение 38

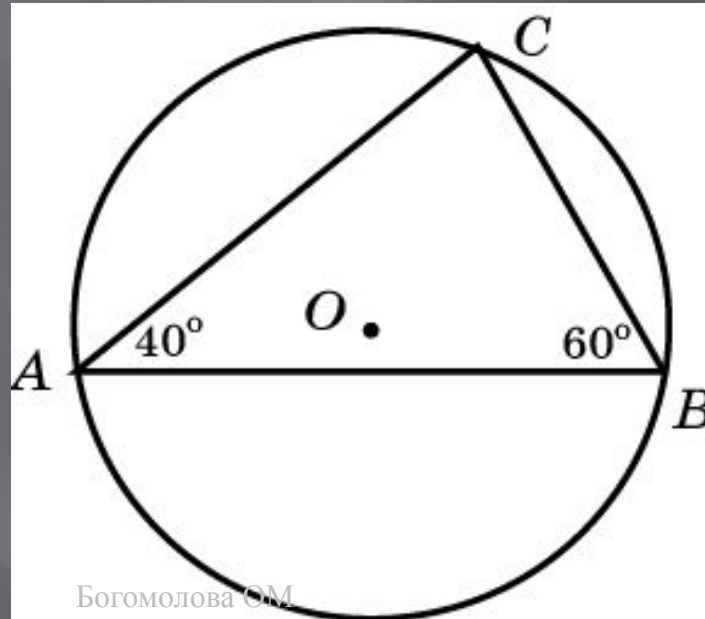
Окружность разделена точками  $A, B, C$  на дуги, градусные величины которых относятся как  $11 : 3 : 4$ . Через точки  $A, B, C$  проведены касательные до их взаимного пересечения. Найдите наибольший угол образовавшегося треугольника  $DEF$

Ответ:  $80^\circ$



## Упражнение 39

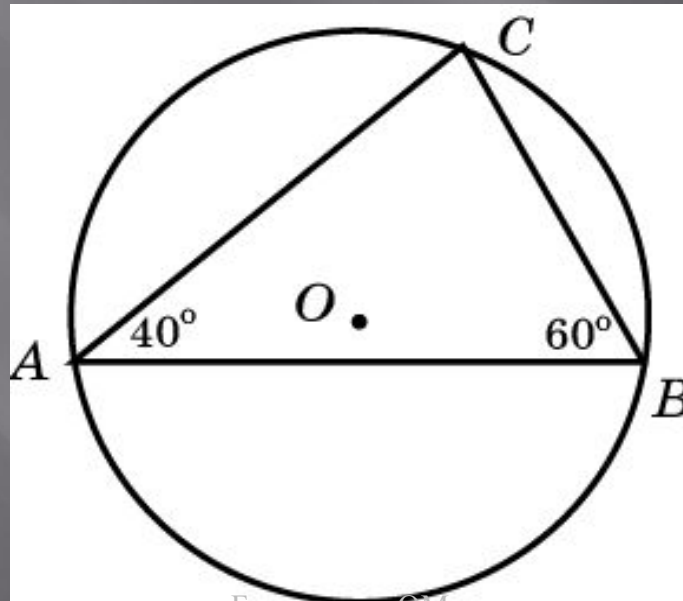
Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Угол  $A$  равен  $40^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите угол между касательной к окружности, проведенной через вершину  $C$  и прямой  $AB$



Ответ:  $20^\circ$

## Упражнение 40

Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Угол  $A$  равен  $40^\circ$ , угол  $B$  равен  $60^\circ$ . Найдите угол между касательными к окружности, проведенной через вершины  $A$  и  $B$

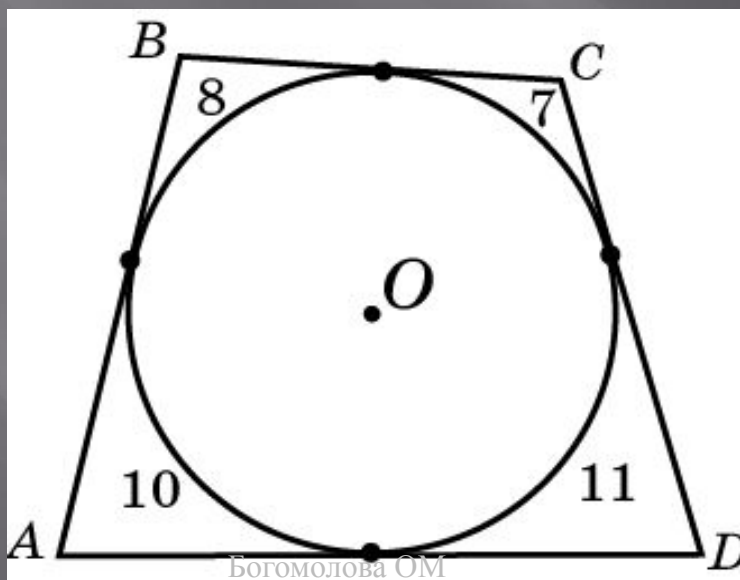


Ответ:  $20^\circ$



## Упражнение 41

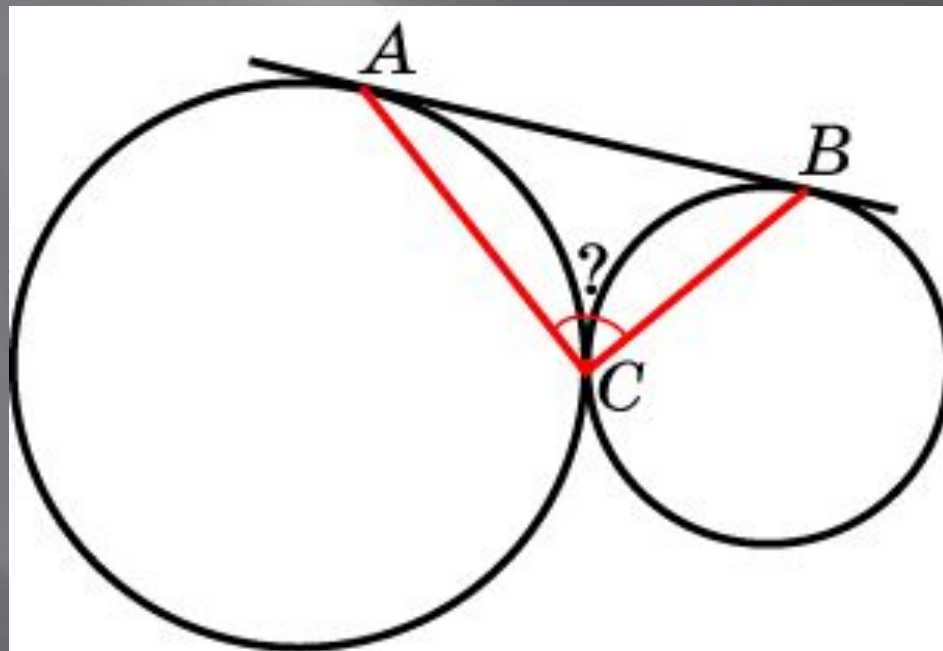
Стороны четырехугольника  $ABCD$  касаются окружности в точках, делящих эту окружность на четыре части, градусные величины которых относятся как  $8:7:11:10$ . Найдите наименьший угол четырехугольника  $ABCD$



Ответ:  $70^\circ$

## Упражнение 42

Две окружности касаются внешним образом в точке  $C$ ,  $AB$  – их общая внешняя касательная,  $A$  и  $B$  – точки касания. Найдите угол  $ACB$



Ответ:  $90^\circ$