Решение задач в ЕГЭ по теории вероятности.

Основные понятия теории вероятностей.

Случайным называется событие, которое нельзя точно предсказать заранее. Оно может либо произойти, либо нет.

Испытанием называют такое действие, которое может привести к одному из нескольких результатов.

Вероятность события

Если ***n***- число всех исходов некоторого испытания,

m- число благоприятствующих событию А исходов,

Вероятность события А равна

$$P(A)=\frac{m}{n}$$

Пример

Бросается игральный кубик, какова вероятность того, что выпадет число 4.

Решение

У кубика 6 сторон, выпасть может любая из них $\Rightarrow$ число всех исходов равно n=6.

Число 4 может выпасть только в одном случае $\Rightarrow$ число благоприятствующих исходов равно m=1.

Тогда $P(A)=1:6$

Ответ:1/6

Сложение вероятностей.

Суммой событий А и В называют событие А + В , состоящее в появлении либо только события А, либо только события В, либо и события А и события В одновременно.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Пример

В ящике лежат 10 шаров: 4 красных, 1 синий и 5 черных. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что шар красный или синий.

Решение

Пусть событие A - вынут красный шар.

$$P(A)=4:10=0,4$$

Событие B - вынут синий шар.

$$P(B)=1:10=0,1$$

Тогда вероятность того, что вынутый шар красный или синий равна

$$P(A+B)=0,4+0,1=0.5$$

Произведение вероятностей

Произведением событий A и B называется событие $P(AB)$, состоящее в появлении и события A и события B.

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$$

Пример

Дважды бросается игральный кубик. Какова вероятность того что оба раза выпадет число 5.

Решение

Пусть

событие А - 1-й раз выпадет 5;

событие В - 2-й раз выпадет 5.

$$P(A)=1:6$$

$$P(B)=1:6$$

Тогда вероятность того, что оба раза выпадет число 5

$$P(AB)=1/6 \cdot 1/6=1/36$$

Если гроссмейстер А играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б с вероятностью 0,6. Если А играет черными, то А выигрывает у Б с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А и Б играют 2 партии, причем во 2-ой партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А выиграет оба раза.

Решение

Пусть

Событие **F** - это выигрыш А в 1-ой партии, $P(F)=0{,}6$

Событие **G** - выигрыш А в 2-ой партии, $P(G)=0{,}4$

Событие **C** - А выиграет обе партии.

Вероятность наступления С равна произведению P(F) и P(G) , т.е наступят события G и C

$$P(C)=0{,}6 \cdot 0{,}4=0{,}24$$

Ответ: 0,24

Размещения

Размещениями из ***m*** элементов по n называются такие соединения, которые содержат ***n*** элементов из множества m элементов и отличаются друг от друга либо самими элементами (состав), либо порядком их расположения.

Обозначение:

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

m - общее количество элементов;

n - количество отбираемых элементов.

Пример.

В классе 20 человек. Сколькими способами можно выбрать 2 человека для конкурса.

Решение:

Общее количество элементов $m = 20$,

количество отбираемых элементов $n = 2$.

Порядок не важен.

Используя формулу получим число выборов:

$$A_{20}^{2} = \frac{20!}{(20-2)!} = 18! \cdot 19 \cdot 20 : 18! = 380$$

Ответ: 380

Сочетания

Сочетаниями из ***m*** элементов по ***n*** называются такие соединения, которые содержат ***n*** элементов из множества ***m*** элементов и отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

Обозначение:

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!\,n!}$$

m - общее количество элементов,

n - количество отбираемых элементов

Пример

Имеется стопка из 25 книг. Скольким способами можно выбрать 3 книги.

Решение

Общее количество элементов $m = 25$,

количество отбираемых элементов $n = 3$.

Порядок не важен, выборки отличаются только составом книг.

Используя формулу получим число выборок:

$$C_{25}^{3} = 2300$$

Ответ:2300

Первый тип задач

К первому типу задач отнесем задачу нахождения вероятности наступления того или иного события из общего числа исходов.

Пусть

n – общее число исходов(испытаний);

m – число благоприятных исходов.

Тогда вероятность наступления того или иного события вычисляется по формуле:

$$P(A) = \boldsymbol{m} : \boldsymbol{n}$$

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение.

$n = 1000$; $m = 1000-5=995$

$P(A) = 995:1000 = 0,995$

Ответ: 0,995

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ:0,36

Школьник загадал целое число от 1 до 5. Какова вероятность того. Что он загадал число 3?

Ответ:0,2

Шесть пронумерованных игроков подбрасыванием кубика разыгрывают приз. Приз достанется тому, чей номер совпадет с числом выпавших очков. Какова вероятность, что приз достанется игроку с номером 6?

Ответ: 1:6

В фирме такси в данный момент свободно 15 машин:2 красных, 9 желтых и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси.

Ответ:0,6

Второй тип задач

Ко второму типу задач отнесем задачи на нахождения пересечения независимых событий.

События A и B **независимые**, если вероятность каждого из них не зависит от появления или не появления другого.

Пусть C, событие является пересечением A и B, если произошли оба события.

Если A и B независимы, то вероятность их пересечений равна произведению вероятностей A и B.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Если события А и В несовместимы, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей А и В.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным. Наблюдения показали:

- Если июльское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1.
- Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,5.
- Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным, равна 0,2.

Найти вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.

Решение:

P(A): Утро ясное, то вероятность того, что дождя не будет равна 1-0,1=0,9

P(B): Утро пасмурное, но вероятность того, что дождя не будет равна 1-0,5 = 0,5.

P(B′):Утро пасмурное с вероятностью 0,2

Вероятность наступления событий P(B) и

P(B′) равна их объединению т.е. 0,5+0,2=0,7.

События «ясно» и «пасмурно» независимые. Найдем их пересечение, т.е. 0,9 ·0,7=0,63

Ответ: 0,63

В некоторой местности утро в мае бывает либо ясным, либо облачным. Наблюдения показали:

- Если майское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,2;
- Если майское утро облачное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,6;
- Вероятность того, что утро в мае будет облачным равна 0,4.

Найти вероятность того, что в случайно взятый майский день дождя не будет.

Решение.

P(A): утро ясное и дождя не будет

$$1-0,2=0,8.$$

P(B): облачно, но дождя не будет

$$1-0,6=0,4.$$

P(B′): утро облачно, вероятность 0,4

$P(B \cup B') = P(B) + P(B')=0,4+0,4=0,8$

$P(A) \cap P(B \cup B')=0,8\cdot 0,8=0,64$

Ответ:0,64

Задачи.

1. На экзамене 60 билетов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный билет.(0,95)
2. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин. Найдите вероятность того, что выехало зеленое такси.(0,4)