



Решение задач

в ЕГЭ

по теории

вероятности.

Основные понятия теории вероятностей.

Случайным называется событие, которое нельзя точно предсказать заранее. Оно может либо произойти, либо нет.

Испытанием называют такое действие, которое может привести к одному из нескольких результатов.

Вероятность события

Если n - число всех исходов
некоторого испытания,
 m - число благоприятствующих
событию A исходов,
Вероятность события A равна

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пример

Бросается игральный кубик, какова вероятность того, что выпадет число 4.

Решение

У кубика 6 сторон, выпасть может любая из них \Rightarrow число всех исходов равно $n=6$.

Число 4 может выпасть только в одном случае \Rightarrow число благоприятствующих исходов равно $m=1$.

Тогда $P(A)=1:6$

Ответ: $1/6$

Сложение вероятностей.

Суммой событий A и B называют событие $A + B$, состоящее в появлении либо только события A , либо только события B , либо и события A и события B одновременно.

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Пример

В ящике лежат 10 шаров: 4 красных, 1 синий и 5 черных. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что шар красный или синий.

Решение

Пусть событие A - вынут красный шар.

$$P(A)=4:10=0,4$$

Событие B - вынут синий шар.

$$P(B)=1:10=0,1$$

Тогда вероятность того, что вынутый шар красный или синий равна

$$P(A+B)=0,4+0,1=0.5$$

Произведение вероятностей

Произведением событий A и B называется событие $P(AB)$, состоящее в появлении и события A и события B .

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$$

Пример

Дважды бросается игральный кубик.
Какова вероятность того что оба раза
выпадет число 5.

Решение

Пусть

событие A - 1-й раз выпадет 5;

событие B - 2-й раз выпадет 5.

$$P(A)=1:6$$

$$P(B)=1:6$$

Тогда вероятность того, что оба раза
выпадет число 5

$$P(AB)=1/6 \cdot 1/6=1/36$$

Если гроссмейстер А играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б с вероятностью 0,6. Если А играет черными, то А выигрывает у Б с вероятностью 0,4. Гроссмейстеры А и Б играют 2 партии, причем во 2-ой партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А выиграет оба раза.

Решение

Пусть

Событие **F** - это выигрыш А в 1-ой партии, $P(F)=0,6$

Событие **G** - выигрыш А в 2-ой партии, $P(G)=0,4$

Событие **C** - А выиграет обе партии.

Вероятность наступления С равна произведению $P(F)$ и $P(G)$, т.е наступят события G и C

$$P(C)=0,6 \cdot 0,4=0,24$$

Ответ: 0,24

Размещения

Размещениями из m элементов по n называются такие соединения, которые содержат n элементов из множества m элементов и отличаются друг от друга либо самими элементами (состав), либо порядком их расположения.

Обозначение:

$$A_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}$$

m - общее количество элементов;

n - количество отбираемых элементов.

Пример.

В классе 20 человек. Сколькими способами можно выбрать 2 человека для конкурса.

Решение:

Общее количество элементов $m = 20$,
количество отбираемых элементов $n = 2$.

Порядок не важен.

Используя формулу получим число выборов:

$$A_{20}^2 = \frac{20!}{(20-2)!} = 18! \cdot 19 \cdot 20 : 18! = 380$$

Ответ: 380

Сочетания

Сочетаниями из m элементов по n называются такие соединения, которые содержат n элементов из множества m элементов и отличаются друг от друга по крайней мере одним элементом.

Обозначение:

$$C_m^n = \frac{m!}{(m-n)!n!}$$

m - общее количество элементов,

n - количество отбираемых элементов

Пример

Имеется стопка из 25 книг. Сколькими способами можно выбрать 3 книги.

Решение

Общее количество элементов $m = 25$,
количество отбираемых элементов $n = 3$.

Порядок не важен, выборки отличаются только составом книг.

Используя формулу получим число выборок:

$$C_{25}^3 = 2300$$

Ответ: 2300

Первый тип задач

К первому типу задач отнесем задачу нахождения вероятности наступления того или иного события из общего числа исходов.

Пусть

n – общее число исходов(испытаний);

m – число благоприятных исходов.

Тогда вероятность наступления того или иного события вычисляется по формуле:

$$P(A) = m : n$$

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение.

$$n = 1000; m = 1000 - 5 = 995$$

$$P(A) = 995 : 1000 = 0,995$$

Ответ: 0,995

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 — из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Ответ: 0,36

Школьник загадал целое число от 1 до 5. Какова вероятность того, что он загадал число 3?

Ответ: 0,2

Шесть пронумерованных игроков подбрасыванием кубика разыгрывают приз. Приз достанется тому, чей номер совпадет с числом выпавших очков. Какова вероятность, что приз достанется игроку с номером 6?

Ответ: 1:6

В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 2 красных, 9 желтых и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найдите вероятность того, что к ней приедет желтое такси.

Ответ: 0,6

Второй тип задач

Ко второму типу задач отнесем задачи на нахождения пересечения независимых событий.

События A и B **независимые**, если вероятность каждого из них не зависит от появления или не появления другого.

Пусть C , событие является пересечением A и B , если произошли оба события.

Если A и B независимы, то вероятность их пересечений равна произведению вероятностей A и B .

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Если события A и B несовместимы, то вероятность их объединения равна сумме вероятностей A и B .

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным.

Наблюдения показали:

- Если июльское утро ясное, то вероятность дождя в этот день $0,1$.
- Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна $0,5$.
- Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным, равна $0,2$.

Найти вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.

Решение:

$P(A)$: Утро ясное, то вероятность того, что дождя не будет равна $1-0,1=0,9$

$P(B)$: Утро пасмурное, но вероятность того, что дождя не будет равна $1-0,5 = 0,5$.

$P(B')$: Утро пасмурное с вероятностью $0,2$

Вероятность наступления событий $P(B)$ и $P(B')$ равна их объединению т.е. $0,5+0,2=0,7$.

События «ясно» и «пасмурно» независимые.

Найдем их пересечение, т.е. $0,9 \cdot 0,7=0,63$

Ответ: $0,63$

В некоторой местности утро в мае бывает либо ясным, либо облачным. Наблюдения показали:

- Если майское утро ясное, то вероятность дождя в этот день $0,2$;
- Если майское утро облачное, то вероятность дождя в течение дня равна $0,6$;
- Вероятность того, что утро в мае будет облачным равна $0,4$.

Найти вероятность того, что в случайно взятый майский день дождя не будет.

Решение.

$P(A)$: утро ясное и дождя не будет

$$1 - 0,2 = 0,8.$$

$P(B)$: облачно, но дождя не будет

$$1 - 0,6 = 0,4.$$

$P(B')$: утро облачно, вероятность 0,4

$$P(B \cup B') = P(B) + P(B') = 0,4 + 0,4 = 0,8$$

$$P(A) \cap P(B \cup B') = 0,8 \cdot 0,8 = 0,64$$

Ответ: 0,64

Задачи.

1. На экзамене 60 билетов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный билет. (0,95)
2. В фирме такси в данный момент свободно 20 машин: 10 черных, 2 желтых и 8 зеленых. По вызову выехала одна из машин. Найдите вероятность того, что выехало зеленое такси. (0,4)