

Методы решения уравнений высших степеней

Учитель математики МОБУ
СОШ №3 г. Баймака
Республики Башкортостан
Мурзабаева Фарида Мужавировна



Виды уравнений высших степеней



- Уравнения третьей степени

- Уравнения четвертой степени

- Уравнения пятой степени

- Биквадратные уравнения

- Возвратные уравнения

- Однородные уравнения

Способы решения уравнений высших степеней



- Разложение многочлена на множители

- Метод замены переменной

- Функционально-графический метод

Разложение на множители



- **Способ группировки**

- **По формулам сокращенного умножения**

- **По теореме Безу**

- **Схема Горнера**

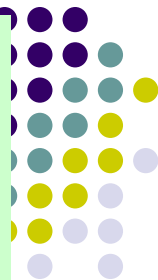
Метод замены переменной



- **Биквадратные уравнения**

- **Возвратные уравнения**

- **Уравнения, в которых выделяются одинаковые многочлены**



**Разложение на
множители**

**Замена
переменной**

**Функционально –
графический
способ**

3.1(a)

3.2(a)

3.3(a)

3.14(a)

3.21(a)

3.22(a)

3.29(a)

3.33(a)

Из истории математики



- Для уравнений третьей и четвертой степени есть формулы корней (формулы Кордано и Феррари), выведенные итальянскими математиками в 1545 году, но в силу своей громоздкости эти формулы не используют в школьной программе. После того, как были выведены формулы корней для уравнений третьей и четвёртой степени, на протяжении почти 300 лет, учёные-математики пытались вывести формулы для нахождения корней уравнений пятой степени и выше, но труды их оказались безуспешными.



Нильс Хенрик Абель (1802-1829)– норвежский математик



- В 1826 году норвежский математик **Абель** доказал, что нельзя вывести формулы для решения уравнений пятой степени и выше.



Учитель математики Мурзабаева Фарида
Мужавиловна

Какие уравнения имеют корень равный 1?



$$x^4 + x^3 - 2 = 0$$

ДА

$$3x^4 - x^2 + 2 = 0$$

НЕТ

$$2x^5 - 3x^3 + 1 = 0$$

НЕТ

$$x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

ДА

$$x^7 + 5x^4 - 3x^2 + 4x - 7 = 0$$

ДА

Какие уравнения имеют корень равный 2?



$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

НЕТ

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

ДА

$$x^5 - 5x^2 - x - 10 = 0$$

ДА

Разложить на множители многочлен уравнения



делением уголком и по схеме Горнера

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

Найдите корни уравнения

3.4(г).



$$ax^3 - 3x^2 - 5x - a^2 = 0, p = -1 - \text{корень}$$

уравнения

Схема Горнера

| | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|
| | 2 | 3 | 5 | 4 |
| -1 | | | | |

$$2x^2 + x + 4 = 0$$



При $a=1$ уравнение принимает вид:

$$x^3 - 3x^2 - 5x - 1 = 0$$

| | | | | |
|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| | 1 | -3 | -5 | -1 |
| -1 | 1 | -4 | -1 | 0 |

$$x^2 - 4x - 1 = 0$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

Ответ: -1; $2 \pm \sqrt{5}$

$$3.22 (6). \quad 9x^4 - 9x^3 + 10x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$3^2 x^4 - 3 \cdot 3x + 10x - 3x + 1 = 0 \quad x^2 \neq 0$$

$$(3x)^2 - 3 \cdot 3x + 10 - 3 \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left((3x)^2 + \frac{1}{x^2} \right) - 3 \left(3x + \frac{1}{x} \right) + 10 = 0 \quad 3x + \frac{1}{x} = y \quad (3x)^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 - 6$$

$$y^2 - 3y + 4 = 0$$

- Ответ: уравнение не имеет корней



$$3.33 \text{ (б)} \quad x^5 + 3x^3 = 11\sqrt{2} - x$$

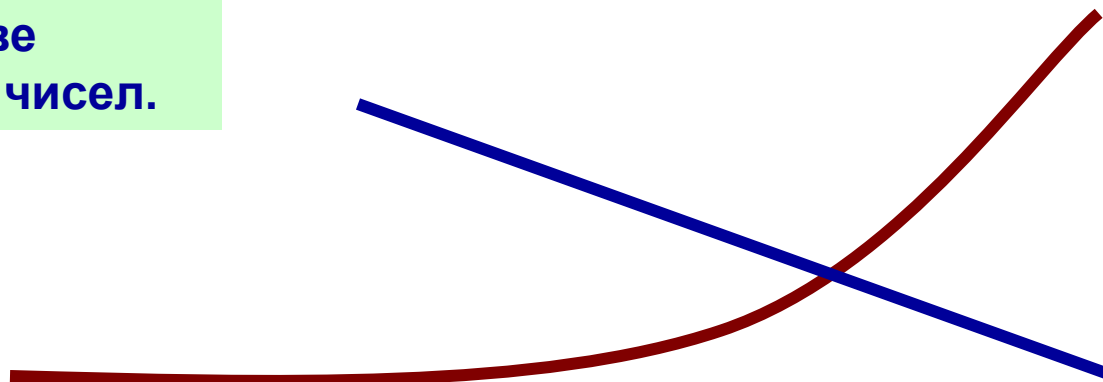
$$y = x^5 + 3x^3$$

$$y = 11\sqrt{2} - x$$

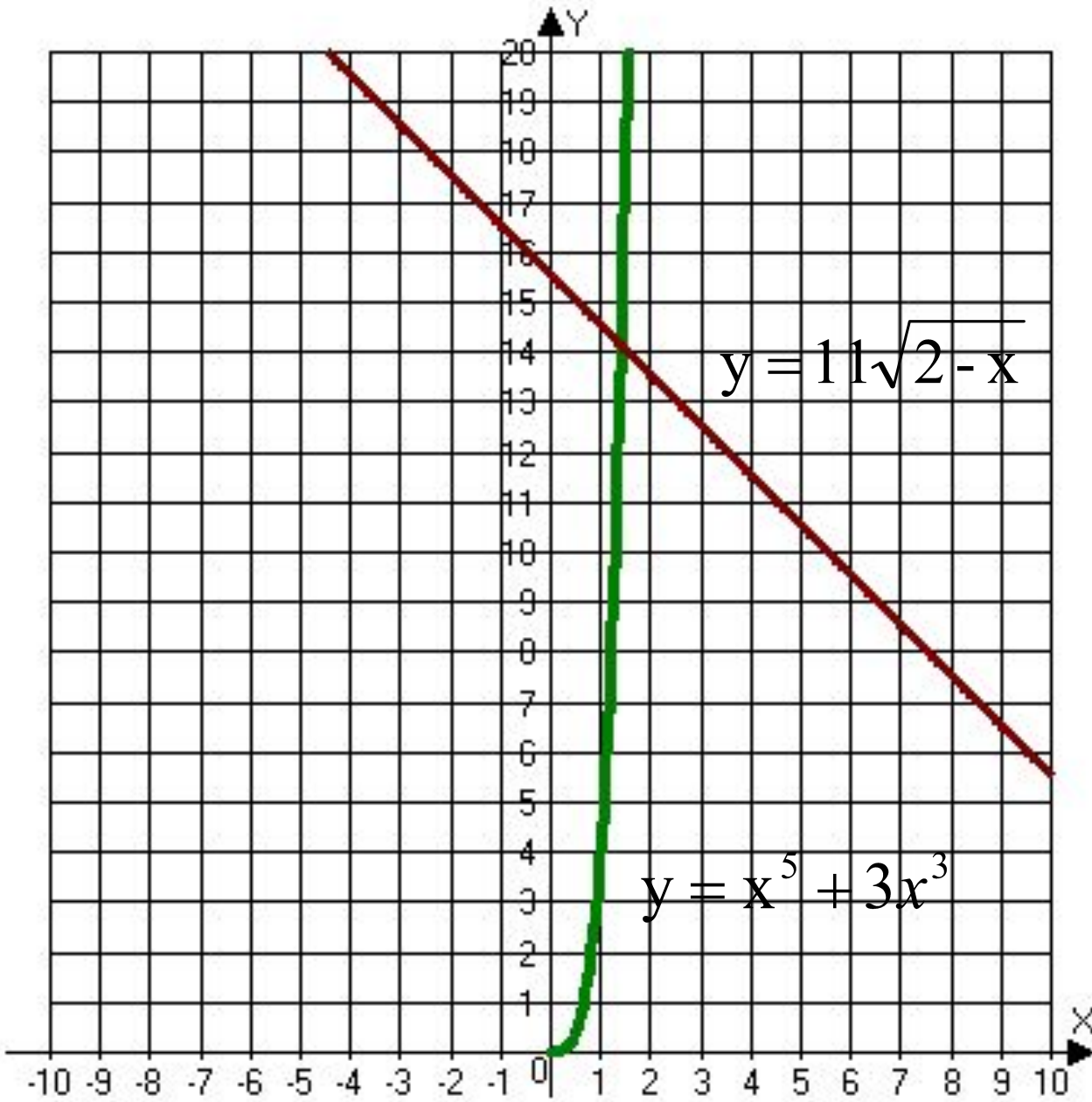
$$y' = 5x^4 + 6x^2 \geq 0$$

функция возрастает
на множестве
действительных чисел.

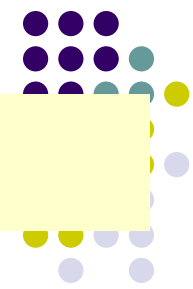
функция убывает
на множестве
действительных чисел.



• Ответ: $\sqrt{2}$



учитель математики мурзабаева Фарид
Мужавировна



ЕГЭ 2009

$$(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 9x + 20) = 4.$$

$$(x + 1)(x + 2)(x + 4)(x + 5) = 4$$

$$(x^2 + 6x + 5)(x^2 + 6x + 8) = 4 \quad x^2 + 6x + 5 = y$$

• Ответ: -3; $-3 \pm \sqrt{5}$



Задания для самопроверки

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = 0;$$

$$2x^4 - 5x^3 + 5x^2 - 2 = 0.$$

$$x^7 + 3x + 2 = 0 \quad \text{Решить графически}$$



Решение: 1)

$$x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = 0;$$

$x = 1$ – корень уравнения

| | | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|----------|
| | 1 | -5 | 3 | 1 |
| 1 | 1 | -4 | -1 | 0 |

$$x^2 - 4x - 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{5}.$$

Ответ: 1; $2 \pm \sqrt{5}$.



Решение 2

- Это возвратное уравнение. Разделим обе части на $x^2 \neq 0$

$$2x^2 - 5x + \frac{5}{x} - \frac{2}{x^2} = 0, \quad 2\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) - 5\left(x - \frac{1}{x}\right) = 0$$

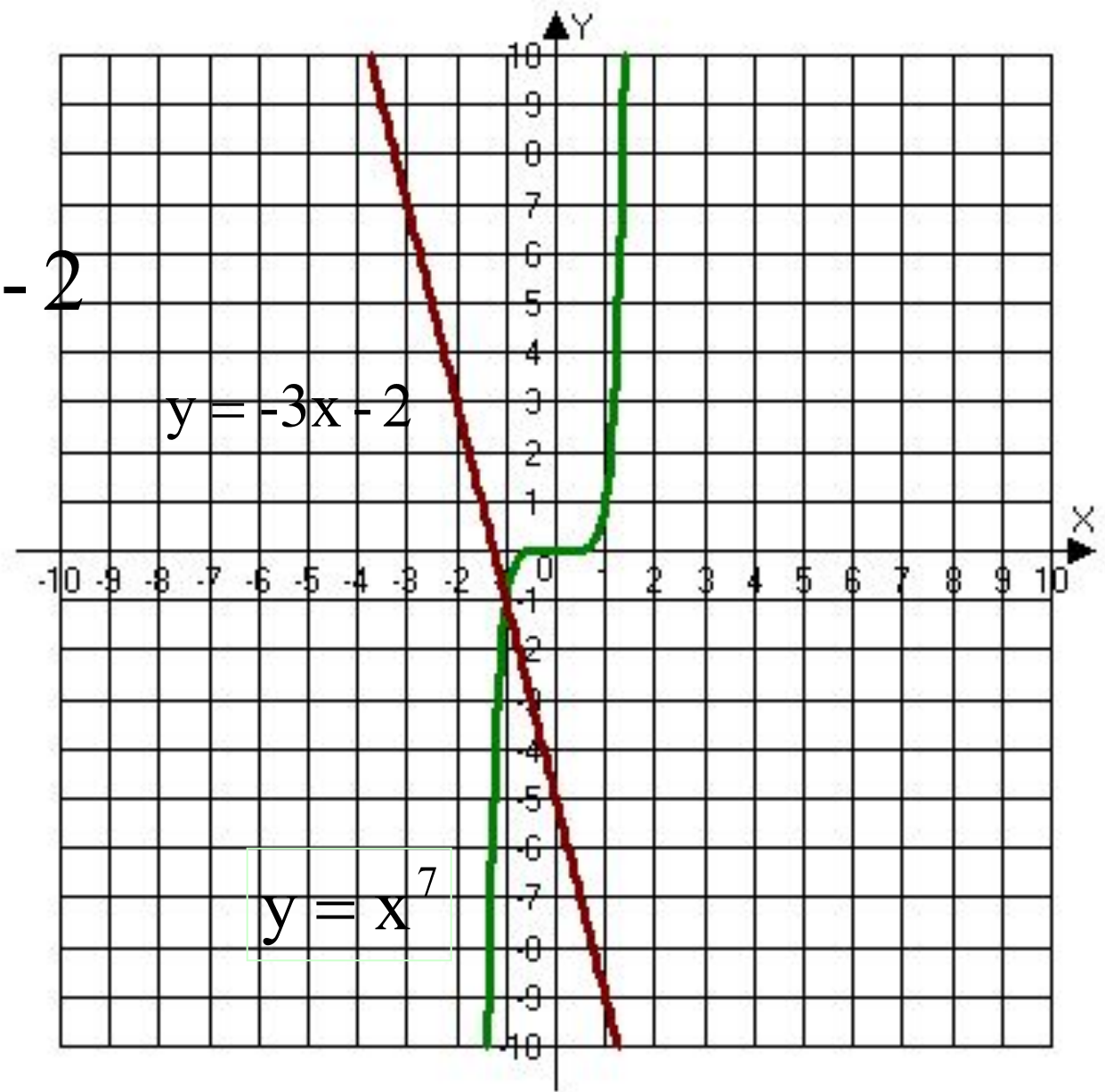
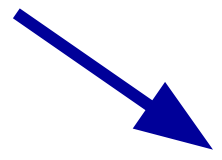
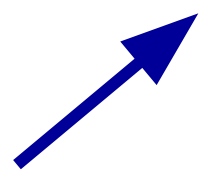
$$x - \frac{1}{x} = y, \quad x^2 - \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$$

$$2y^2 - 5y + 4 = 0, \quad D < 0, \quad \emptyset$$

Решение 3

$$y = x^7$$

$$y = -3x - 2$$



$$y = x^7$$

$$y = -3x - 2$$

Ответ: $x = -1$



Оценивание работы

- За верное решение любого уравнения - 2 балла
- 2 балла – оценка «3»
- 4 балла – оценка «4»
- 6 баллов – оценка «5»

Домашняя контрольная работа



$$x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$$

-5;2;3;4

$$2x^4 + 9x^3 - x^2 + 9x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

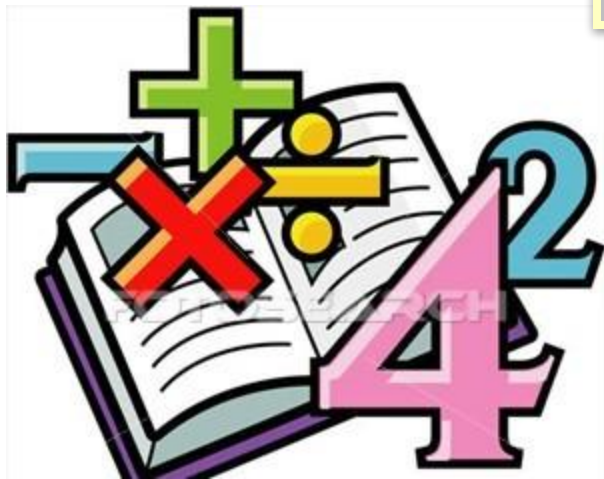
$$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) = 9$$

$$-4; -4 \pm \sqrt{10}$$

3.33,

3.26. указание Ввести новые переменные

$$2x + 3 = u, 7x - 5 = v$$



Спасибо за работу!

