

# Формулы для вычисления площади треугольника

9 класс

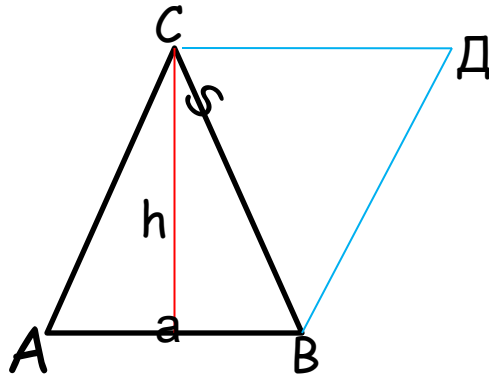
Prezentacii.com

- **Цель урока:** Познакомится с формулами для вычисления площадей треугольника:
- а) по стороне и высоте, проведенной к этой стороне;
- б) по двум сторонам и углу между ними;
- в) формулой Герона
- г) Через радиус вписанной окружности и описанной окружности



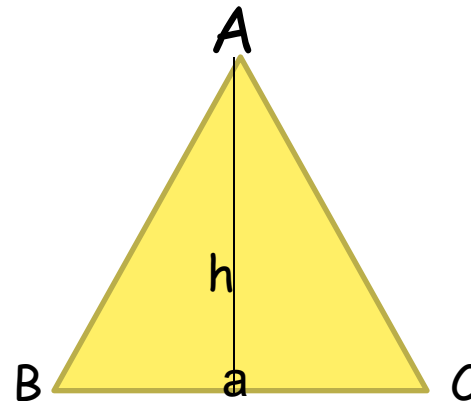
- Площадь треугольника по стороне и высоте проведенной к ней.

- 
- 



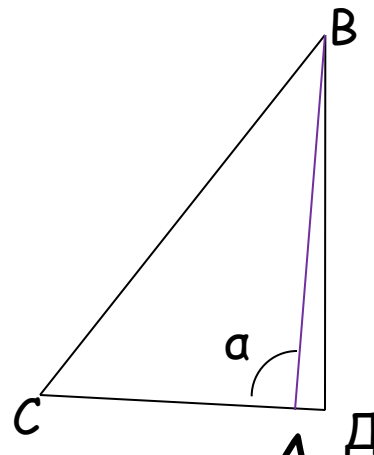
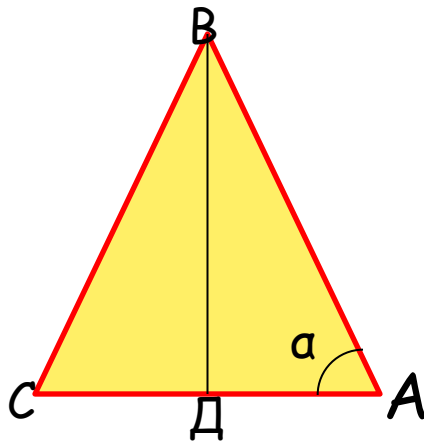
$$S = a * h$$

$$S = \frac{1}{2} a * h$$





- Площадь треугольника по двум сторонам и углу между ними.



- $S = \frac{1}{2} AC * BD$

$$BD = AB * \sin a$$

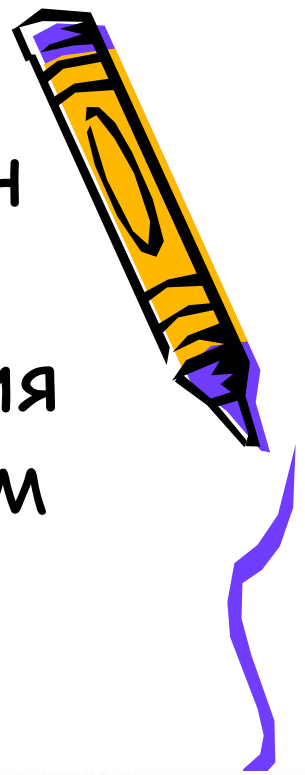
$$BD = AB * \sin (180 - a)$$

$$S = \frac{1}{2} AB * AC * \sin a$$

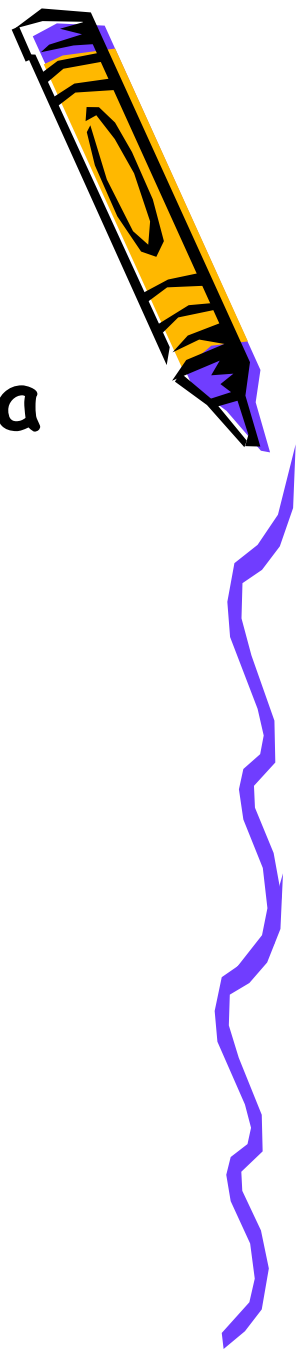


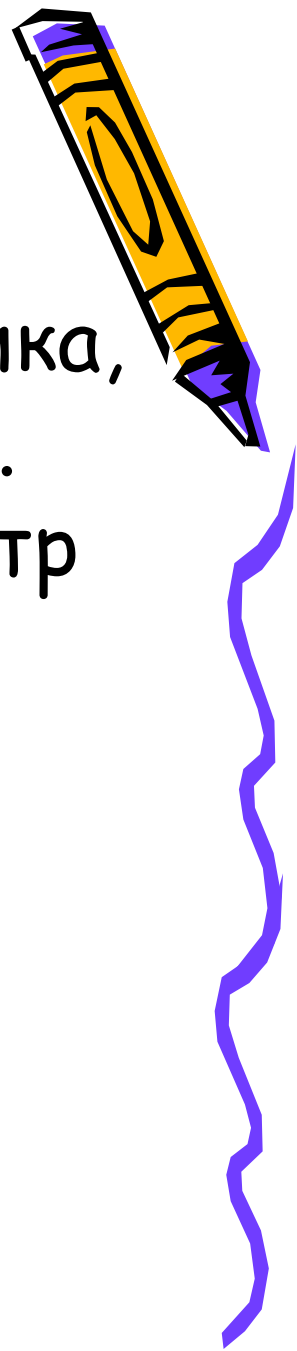
- Древнегреческий математик Герон Александрийский (I в. н.э.)  
Получил формулу для вычисления площади треугольника по его трём сторонам:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

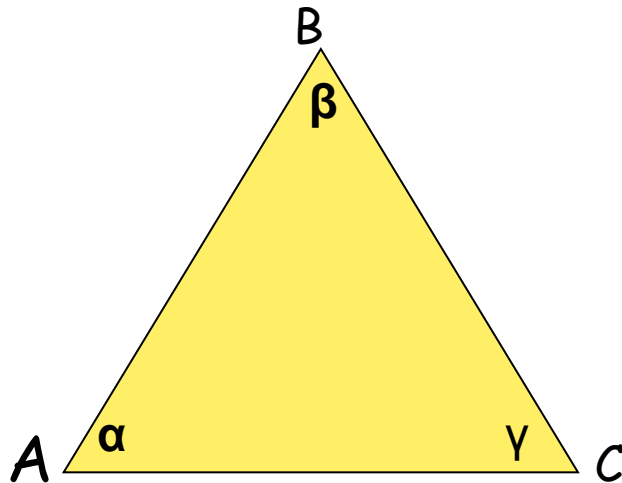


- Краткий вывод формулы Герона

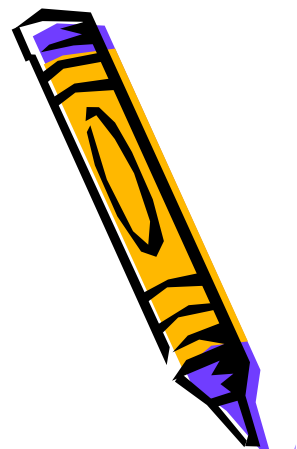




- Пусть  $a, b, c$  - стороны треугольника, а  $\alpha, \beta, \gamma$  - величины его углов. Обозначим через  $p$  полупериметр этого треугольника:



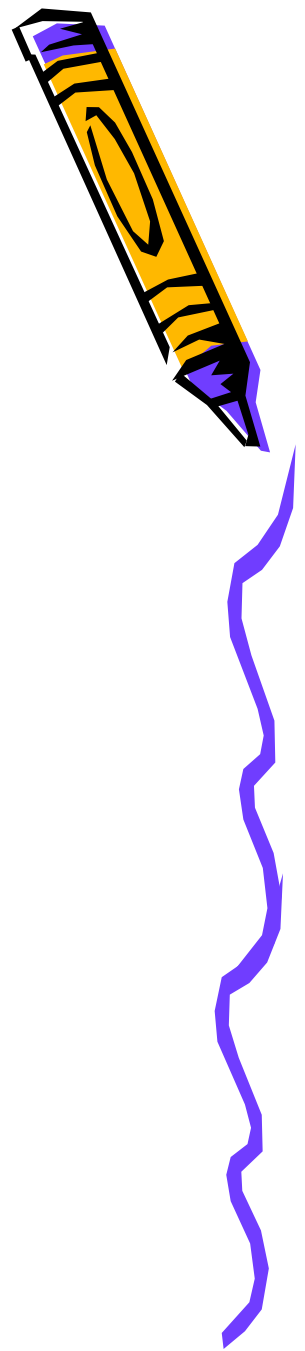
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$



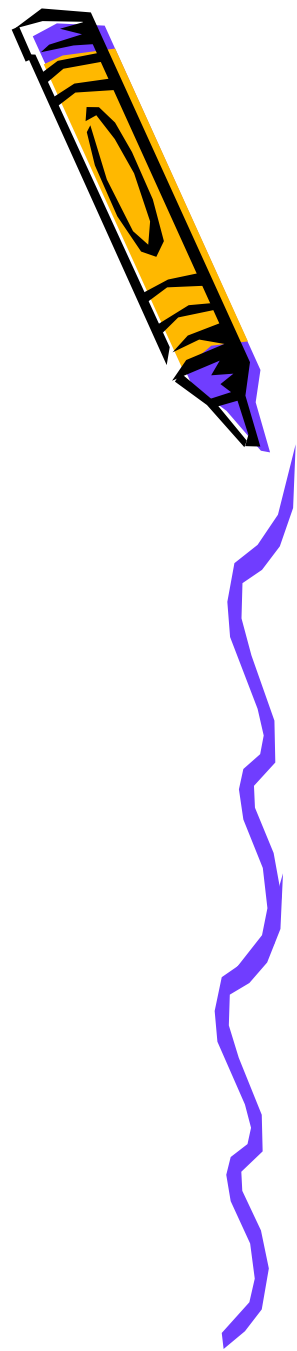


По теореме косинусов :

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$



$$\sin \alpha = \frac{2S}{bc}$$



Подставляя найденные выражения  
 $\sin \alpha$  и  $\cos \alpha$  в формулу

$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ , получим:

$$\left( \frac{2S}{bc} \right)^2 + \left( \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right)^2 = 1$$



Отсюда, применяя формулу разности  
квадратов, имеем:

$$\frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{b+c-a}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{a+c-b}{2} =$$
$$= p(p-a)(p-b)(p-c)$$



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



Дано:  $ABC$  -треугольник  
 $AB=BC=AC=a$

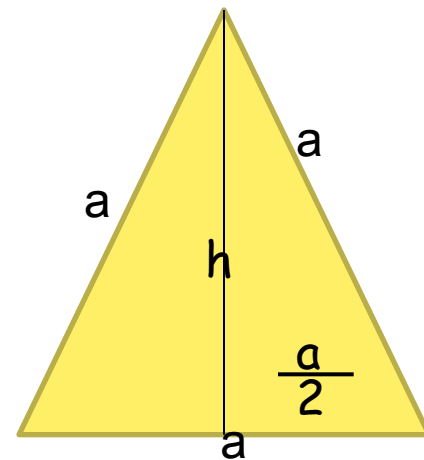


Вывести: формулу площади  
треугольника

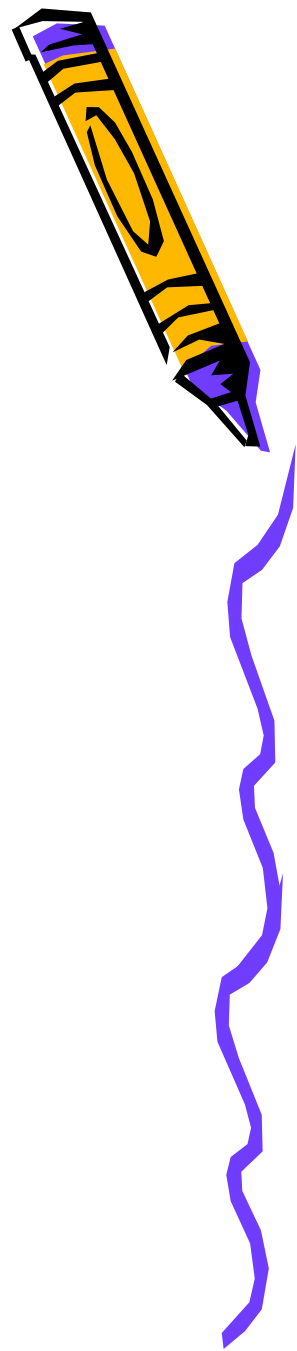
$$S = \frac{1}{2} a * h$$

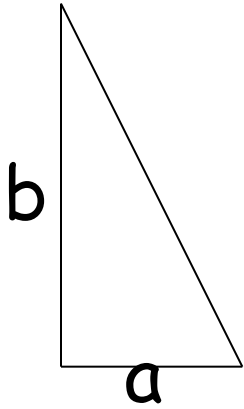
$$h = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

$$S = \frac{1}{2} * \frac{a * a \sqrt{3}}{2}$$

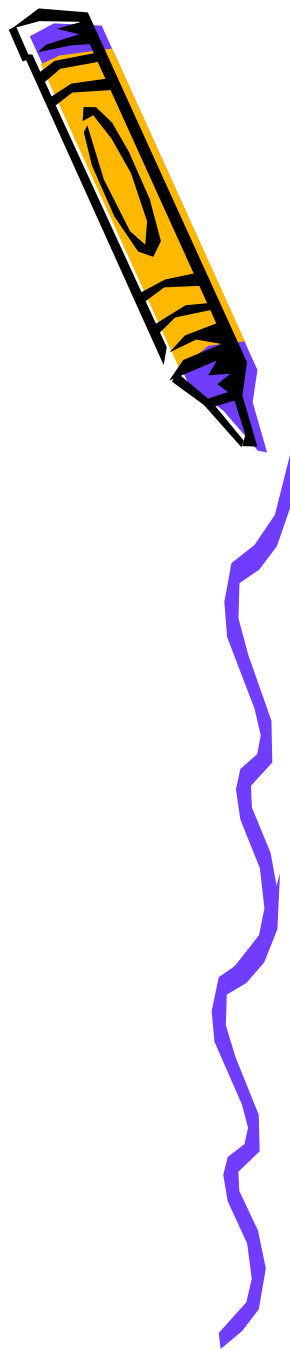


$$S_{\Delta} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



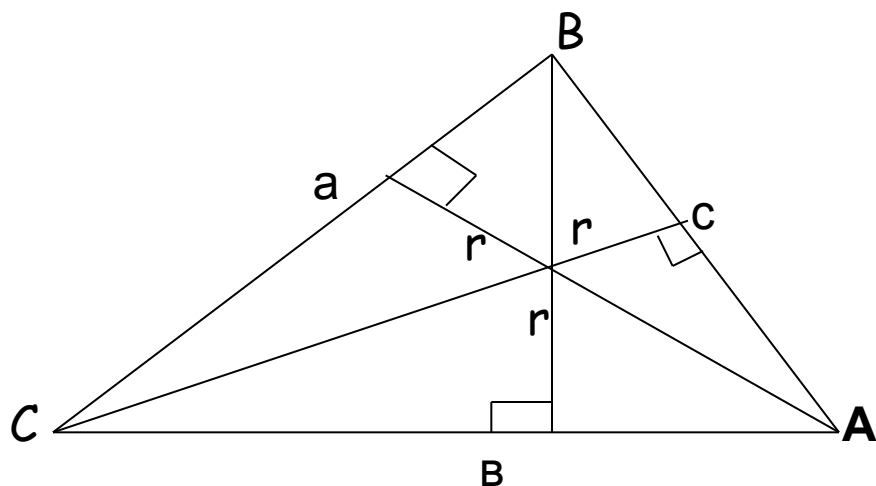


$$S = \frac{1}{2} a * b$$

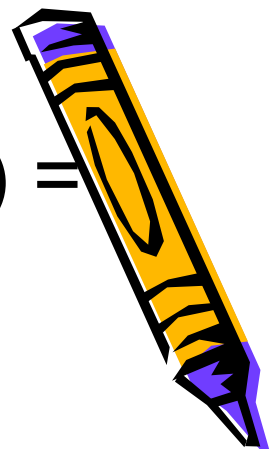




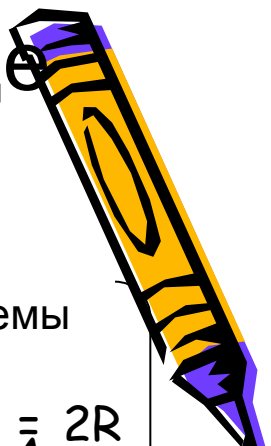
$$S = \frac{1}{2} a \cdot r + \frac{1}{2} c \cdot r + \frac{1}{2} b \cdot r = \frac{1}{2} r \cdot (a + b + c) =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot r \cdot P = p \cdot r$$



где  $p = \frac{a + b + c}{2}$



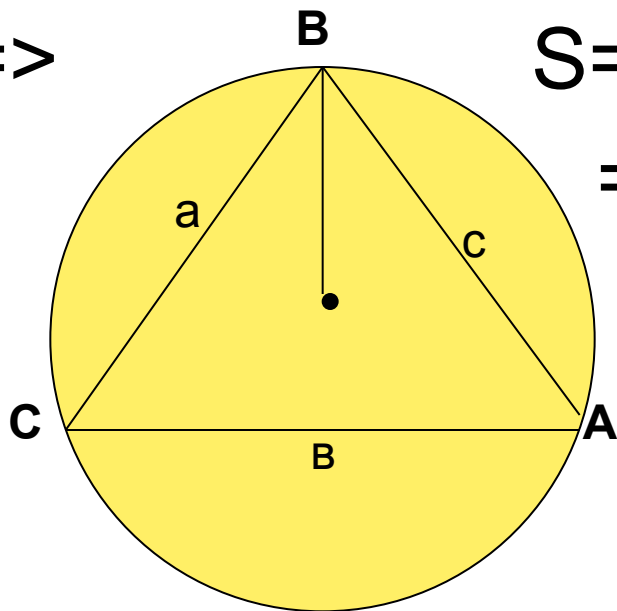
$$S = \frac{1}{2} b * c * \sin A, \text{ где}$$



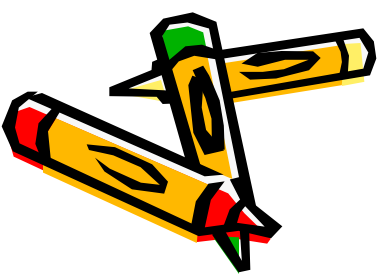
$$\sin A = \frac{a}{2R}$$

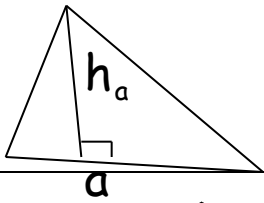
из теоремы  
 $\sin \frac{a}{\sin A} = 2R$

=>

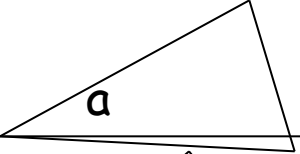


$$S = \frac{1}{2} b * c * \frac{a}{2R} = \frac{abc}{4R}$$

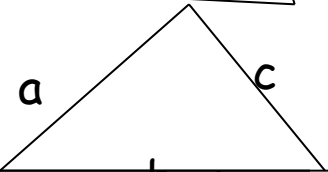




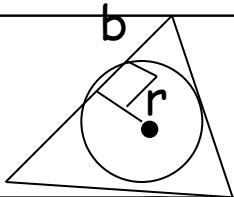
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$



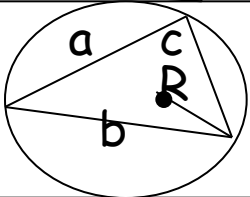
$$S = \frac{1}{2} b * c * \sin a$$



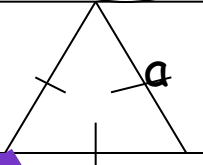
$$S = \sqrt{p * (p-a) * (p-b) * (p-c)}$$



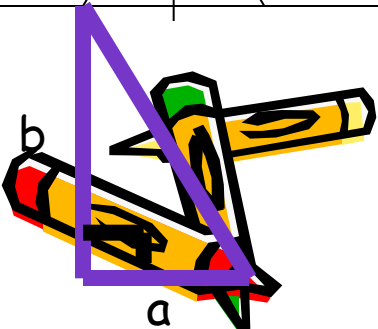
$$S = pr$$



$$S = \frac{abc}{4R}$$



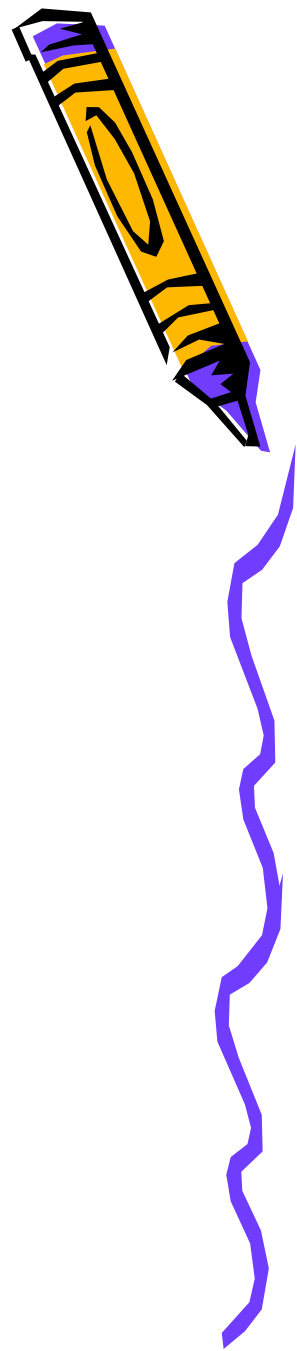
$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



$$S = \frac{1}{2} a * b$$



# Закрепление



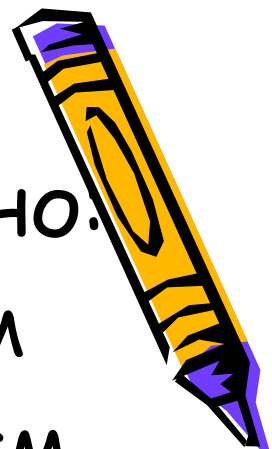
№1

Дано.

$$a=1,4\text{ см}$$

$$h=0,9\text{ см}$$

Найти:  $S_{\Delta}$  -?



№2

Дано:

$$a = 5 \text{ см}$$

$$b = 6 \text{ см}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

Найти:  $S_{\Delta}$  - ?



№3

Дано:

$$a=5$$

$$b=5$$

$$c=6$$

Найти:  $S_{\Delta}$ -?



Д/ 3:

п.124,125

№30(1), №27

