

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ

*Хандогина Е.С.,
учитель математики ГБОУ
СОШ №1125*

ДВИЖЕНИЯ

Образуют специальный класс преобразований,

- играющих особую роль в различных науках и их приложениях
- и широко распространенных в области природных и технических явлений



ДВИЖЕНИЕ

или

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ

**- это преобразование
плоскости,
сохраняющее расстояния**

РЕПЕР-

упорядоченная тройка точек,
не лежащих на одной прямой.
Обозначается: $R=(A, B, C)$.

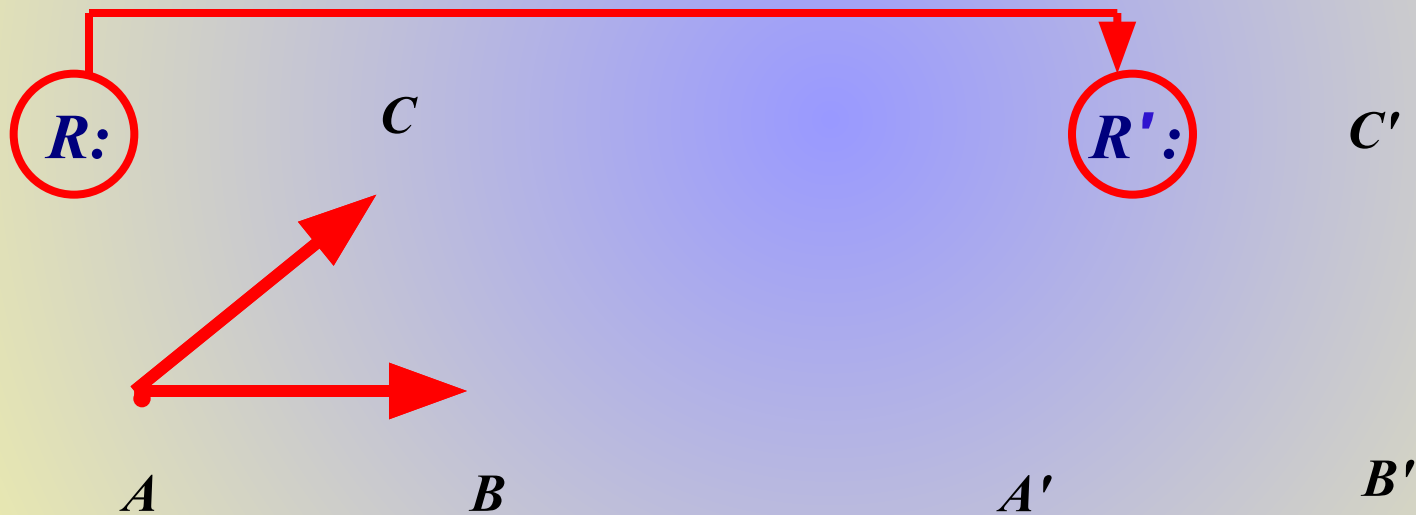
АФИННЫЙ,

если $\triangle ABC$ произвольный

ОРТОНОРМИРОВАННЫЙ.

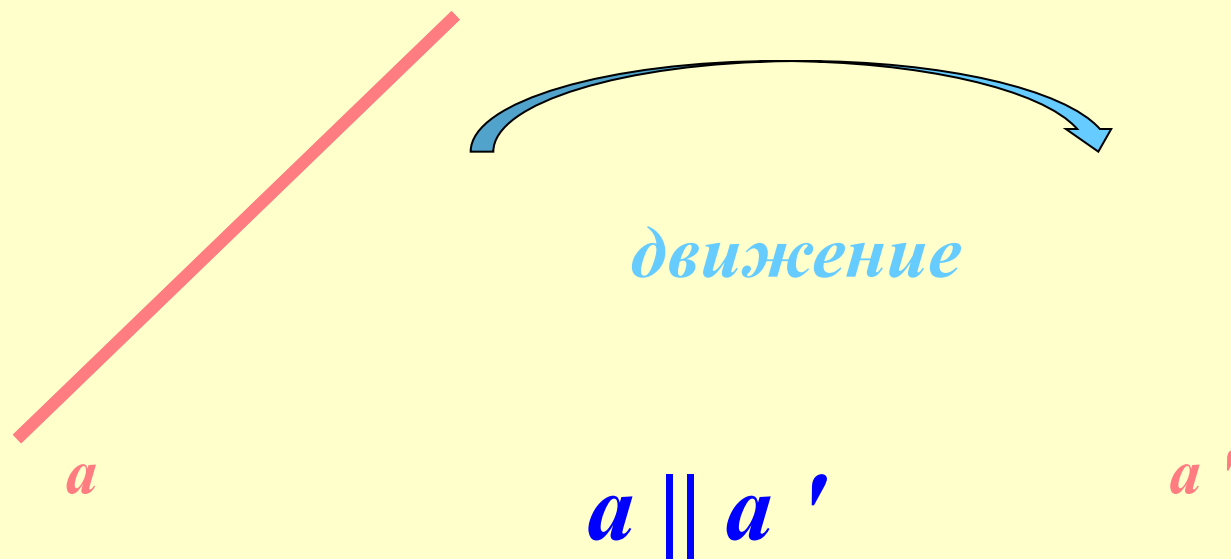
если $\triangle ABC$ – прямоугольный ,
 $A=90^\circ$, $AB=AC=1$,
A – начало репера,
B и C – вершины репера

При движении репер R , образованный точками A , B , C , переходит в репер R' , образованный точками A' , B' , C' , причем это движение единственно.



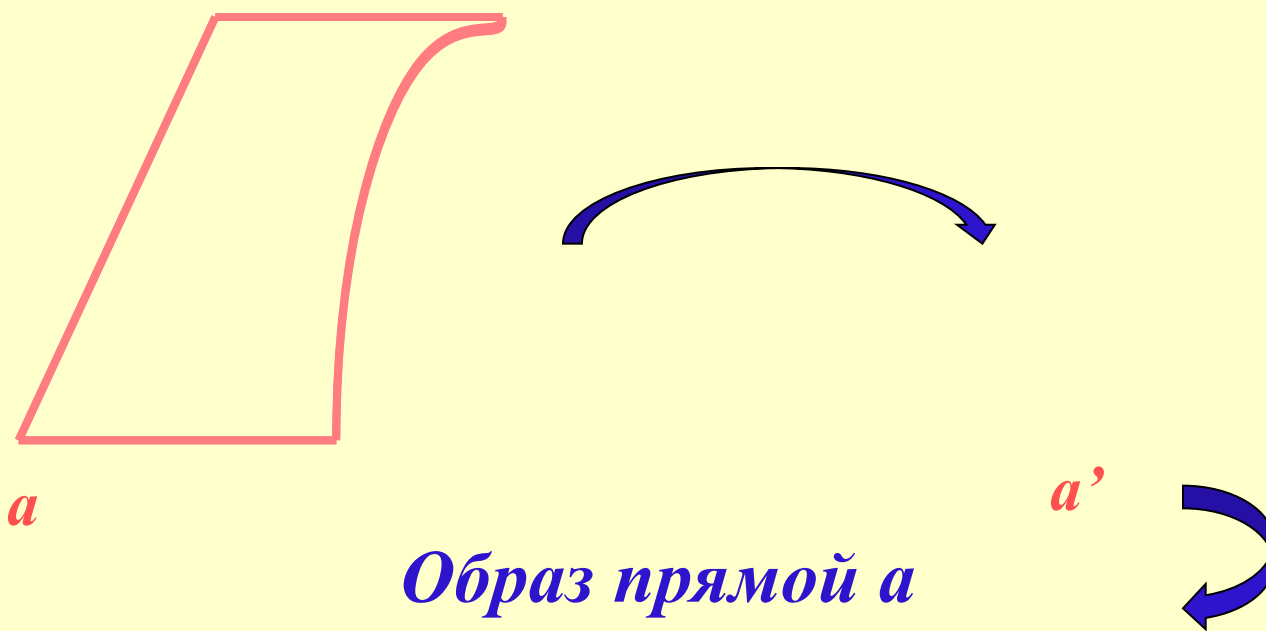
СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

1. Движение переводит прямую в прямую, параллельную прямой в параллельную ей прямую.



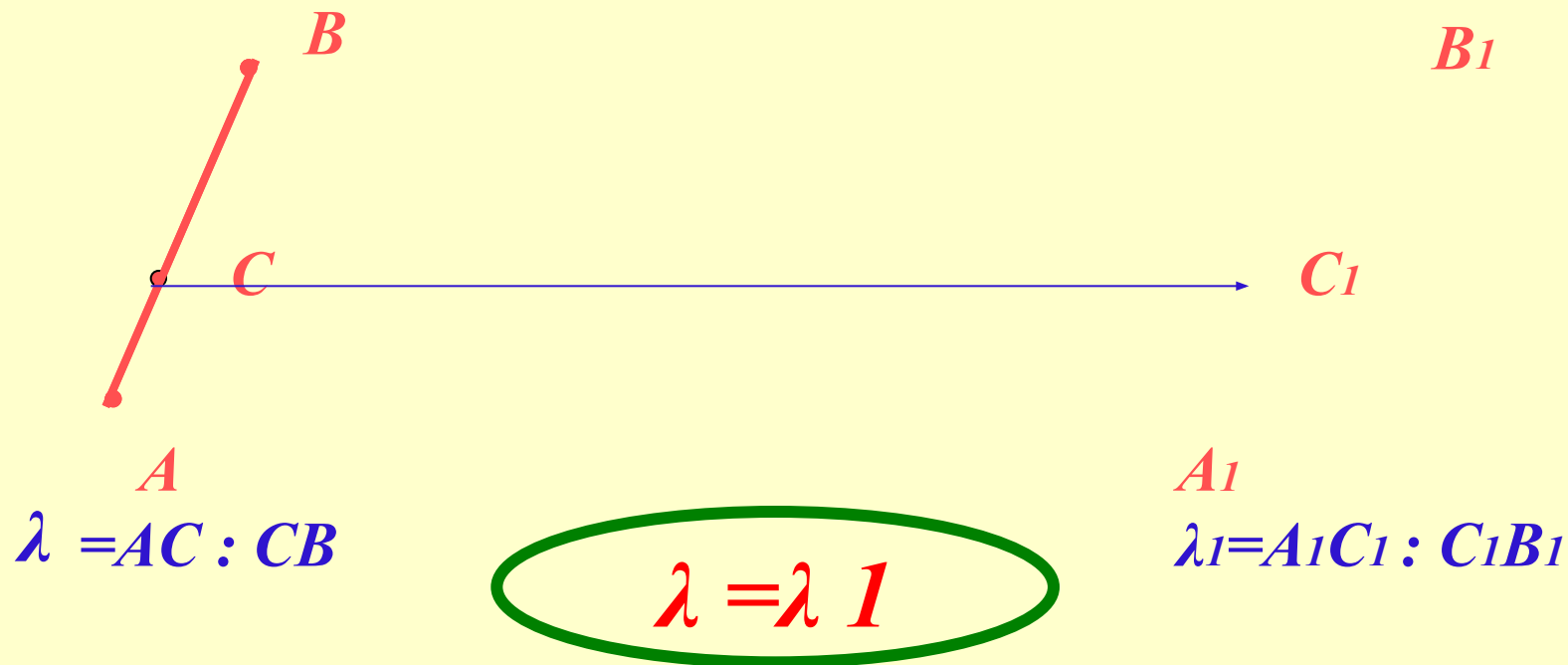
СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

2. Движение переводит полуплоскость с границей A в полуплоскость с границей A' , где A' – образ прямой a .



СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

3. Движение сохраняет простое отношение трех точек прямой.

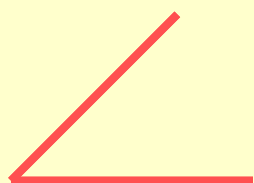


СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

- 4. Движение сохраняет отношение «лежать между».**
- 5. Движение переводит отрезок АВ в отрезок А'В'. При этом середина отрезка АВ переходит в середину отрезка А'В'.**

СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

6. Движение переводит угол в равный ему угол,

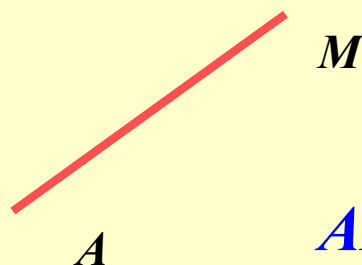


$\angle A$

$\angle A = \angle A_1$

$\angle A_1$

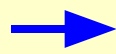
луч в луч



M

A

AM



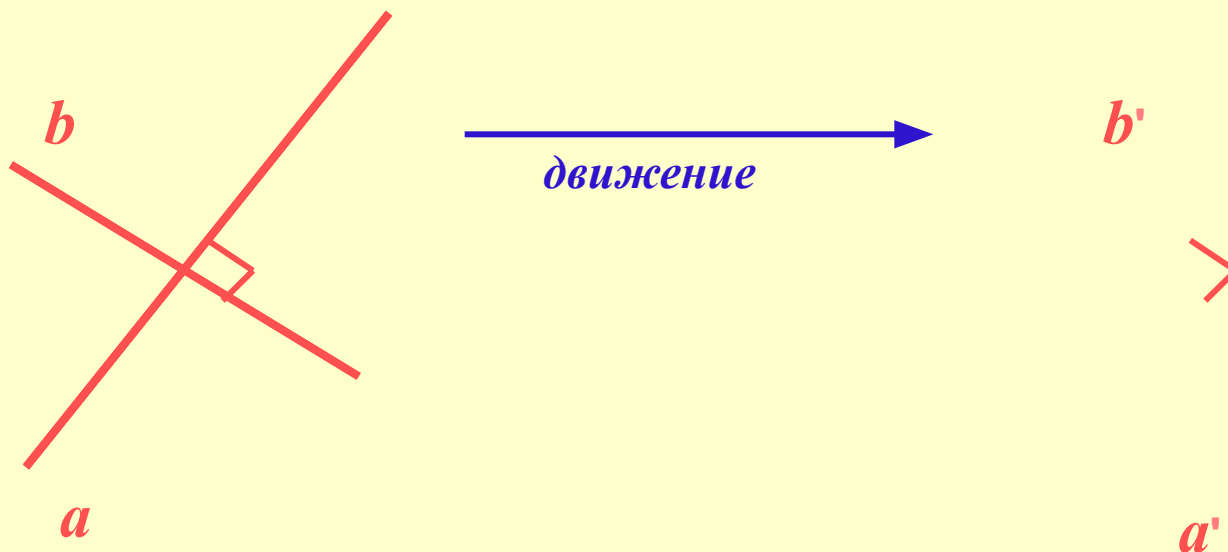
$A'M'$

A'

M'

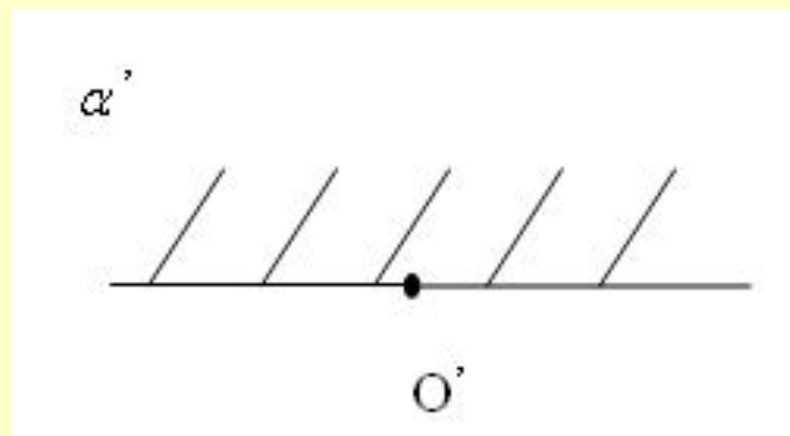
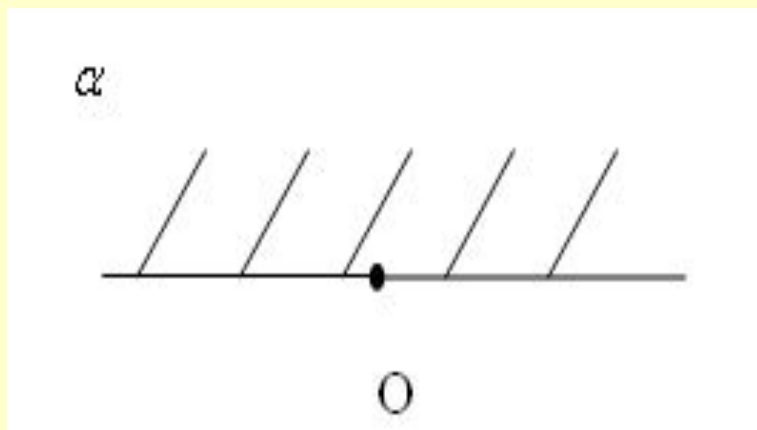
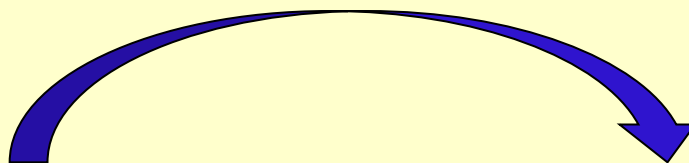
СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

7. Движение переводит взаимно перпендикулярные прямые во взаимно перпендикулярные прямые



СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЯ

8. При движении флаг переводится во флаг,



где флаг - это тройка, состоящая из точки, луча и полуплоскости

2 РЕПЕРА

$R = (O, A, B)$ и $R' = (O', A', B')$

НАЗЫВАЮТСЯ...

ОДИНАКОВО
ориентированными

если

$$\frac{R}{R'} = \frac{(\vec{OA}, \vec{OB})}{(\vec{O'A'}, \vec{O'B'})} > 0$$

ПРОТИВОПОЛОЖНО
Ориентированными

если

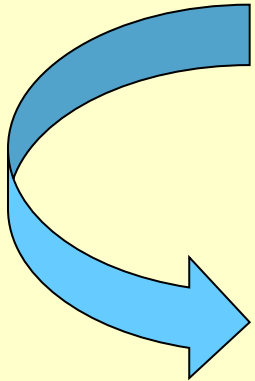
$$\frac{R}{R'} = \frac{(\vec{OA}, \vec{OB})}{(\vec{O'A'}, \vec{O'B'})} < 0$$

**Преобразование точек плоскости
сохраняет ориентацию плоскости
или меняет ориентацию
плоскости,**

если любой репер и его образ

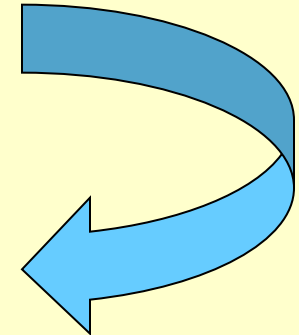
**сохраняют или меняют
ориентацию**

ВИДЫ ДВИЖЕНИЙ



**Движение, не
меняющее
ориентацию,
называется**

***ДВИЖЕНИЕМ I
РОДА***



**Движение,
меняющее ориентацию,
называется**

***ДВИЖЕНИЕМ II
РОДА***

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДВИЖЕНИЙ

$$x' = x \cdot \cos \alpha - \varepsilon \cdot y \cdot \sin \alpha + x_0,$$

$$y' = x \cdot \sin \alpha + \varepsilon \cdot y \cdot \cos \alpha + y_0$$



при $\varepsilon = 1$

ДВИЖЕНИЕ

I РОДА



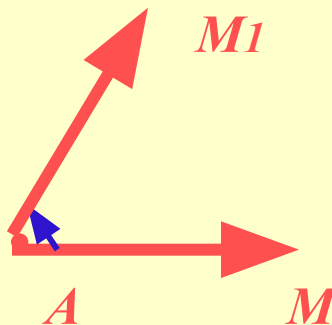
при $\varepsilon = -1$

ДВИЖЕНИЕ

II РОДА

ДВИЖЕНИЕ I РОДА

1. Поворот на угол $\alpha \neq 0, \pm\pi$



Аналитические
выражения:

$$\begin{aligned}x' &= x \cdot \cos \alpha - y \cdot \sin \alpha, \\y' &= x \cdot \sin \alpha + y \cdot \cos \alpha\end{aligned}$$

а) тождественное
преобразование,

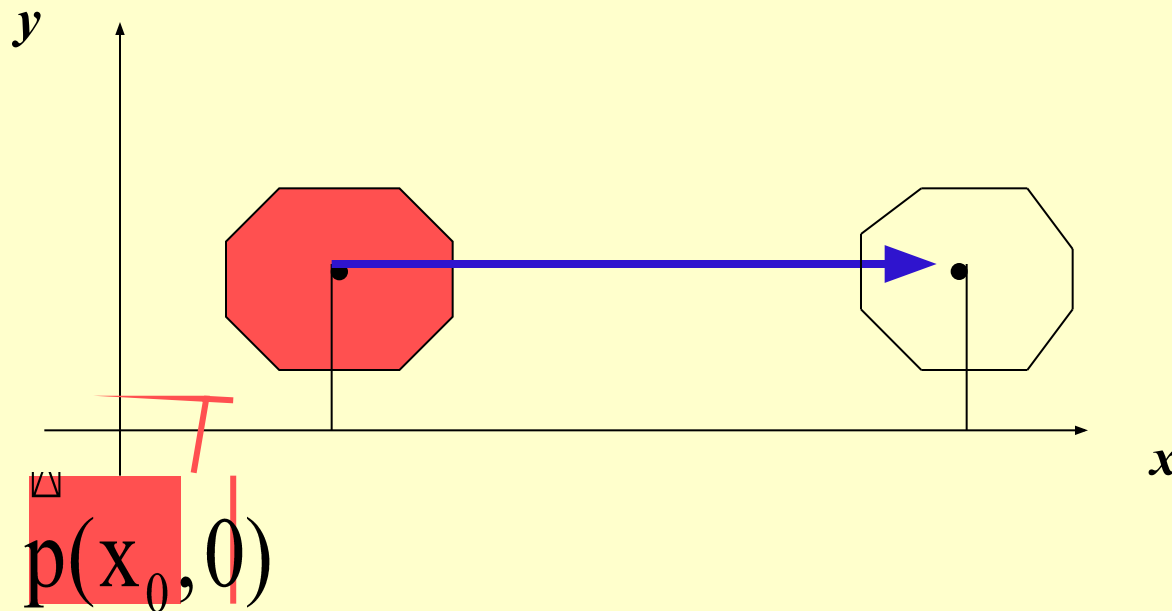
$$\alpha = 0 \longrightarrow \begin{aligned}x' &= x \\y' &= y\end{aligned}$$

б) центральная
симметрия,

$$\alpha = \pm\pi \longrightarrow \begin{aligned}x' &= -x + x_0 \\y' &= -y + y_0\end{aligned}$$

ДВИЖЕНИЕ I РОДА

2. а) Параллельный перенос на $\vec{p} \neq 0$



Аналитические
выражения:

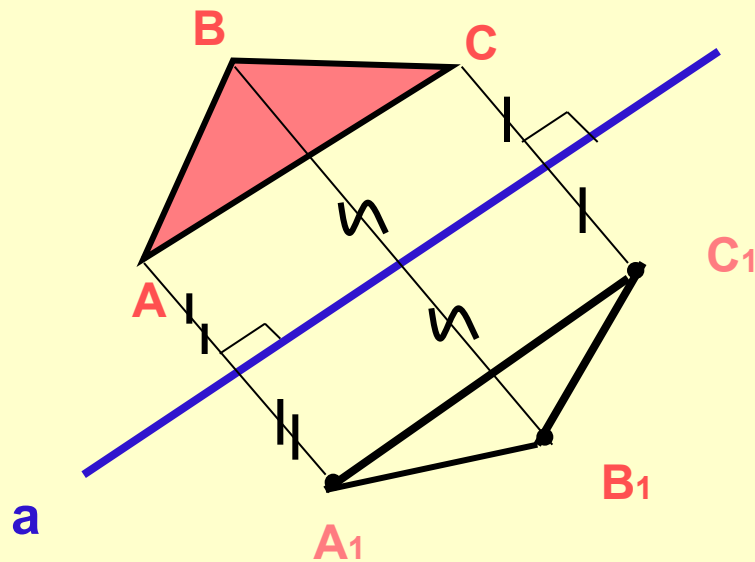
$$\begin{aligned}x' &= x + x_0 \\ y' &= y\end{aligned}$$

б) Параллельный перенос на $\vec{p} = 0$

- тождественное преобразование

ДВИЖЕНИЕ II РОДА

1. Осевая симметрия



Аналитические
выражения:

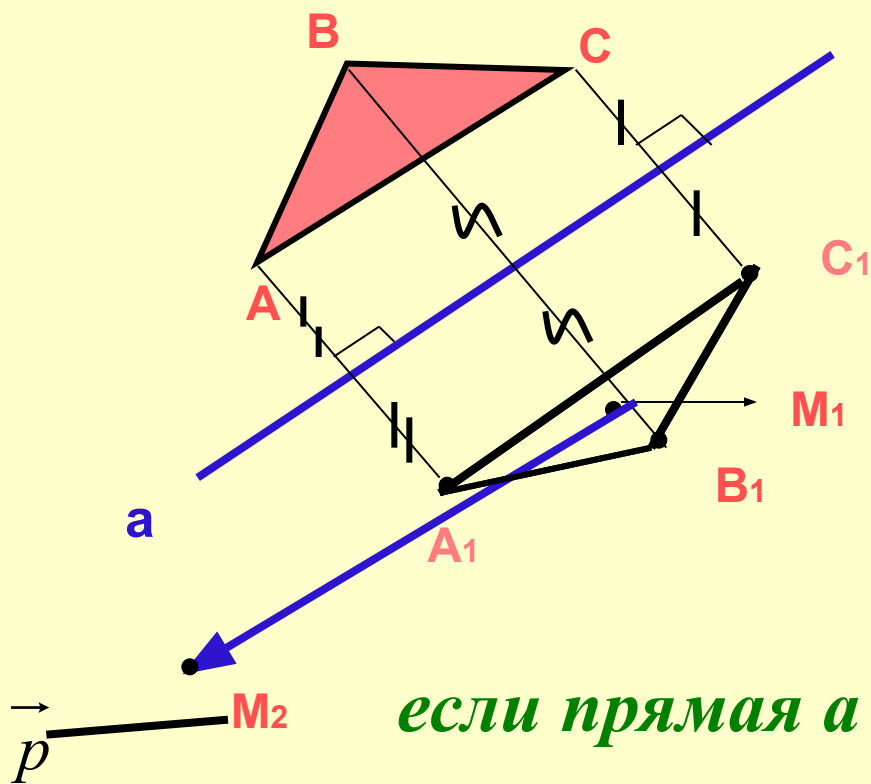
$$x' = x$$

$$y' = -y$$

если прямая a совпадает с осью OX

ДВИЖЕНИЕ II РОДА

2. Скользящая симметрия (g)



$g = s * f \rightarrow$ Параллельный перенос

Осевая симметрия

Аналитические выражения:

$$x' = x + x_0$$

$$y' = -y$$

если прямая a совпадает с осью OX и вектор переноса параллелен прямой a

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ

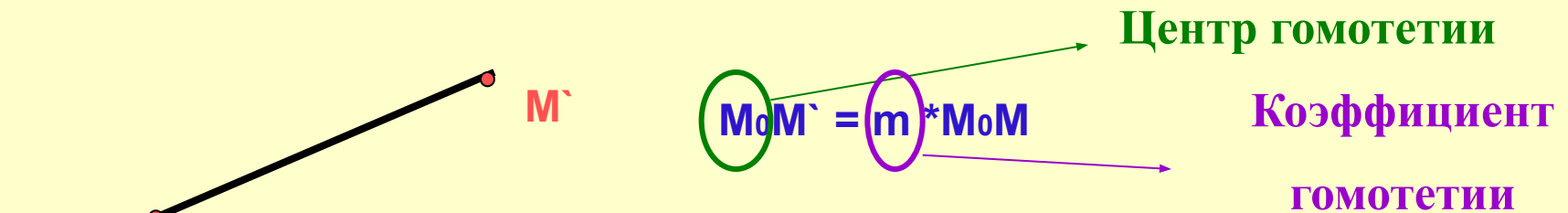
Преобразование плоскости называется *преобразованием подобия*, если существует $k > 0$, такое что для любых точек A, B, A', B' выполняется равенство:

$$A'B' = kAB$$

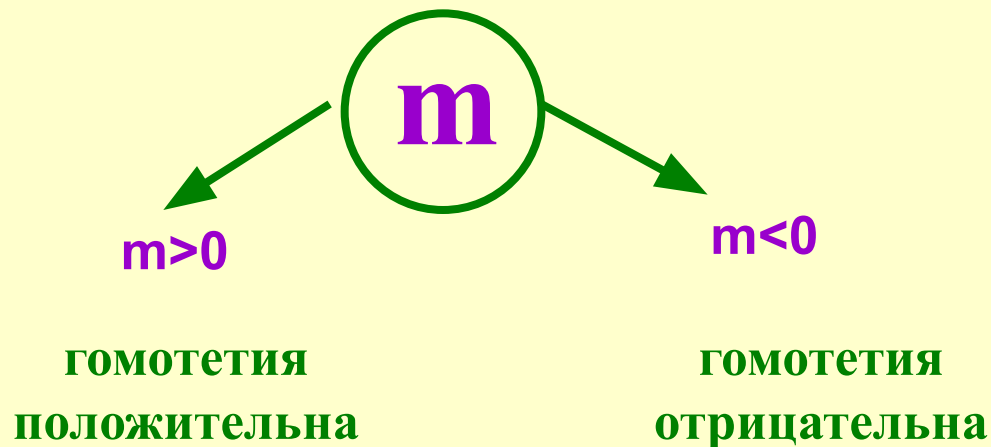
При $k = 1$ преобразование подобия является

ДВИЖЕНИЕМ

Рассмотрим на плоскости три точки M , M_0 , M' и некоторое число m , такое, что $M_0M' = m * M_0M$



Такое преобразование называется *гомотетией*.



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОДОБИЯ (f)

$$f = g \cdot h$$

ДВИЖЕНИЕ

**гомотетия с коэффициентом k и
центром в точке M_0**

g:

$$\begin{aligned}x'' &= k \cdot x' \cdot \cos \alpha - k \cdot \varepsilon \cdot y' \cdot \sin \alpha + x_0, \\y'' &= k \cdot x' \cdot \sin \alpha + k \cdot \varepsilon \cdot y' \cdot \cos \alpha + y_0\end{aligned}$$

h:

$$\begin{aligned}x' &= k \cdot x \\y' &= k \cdot y\end{aligned}$$

$$\varepsilon = 1$$

подобие 1-го рода

$$\varepsilon = -1$$

подобие 2-го рода

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ
ПОДОБИЯ**

ПОДОБИЕ I РОДА

Аналитические выражения:

$$\begin{aligned}x' &= k \cdot x \cdot \cos \alpha - k \cdot y \cdot \sin \alpha + x, \\y' &= k \cdot y \cdot \sin \alpha + k \cdot x \cdot \cos \alpha + y\end{aligned}$$

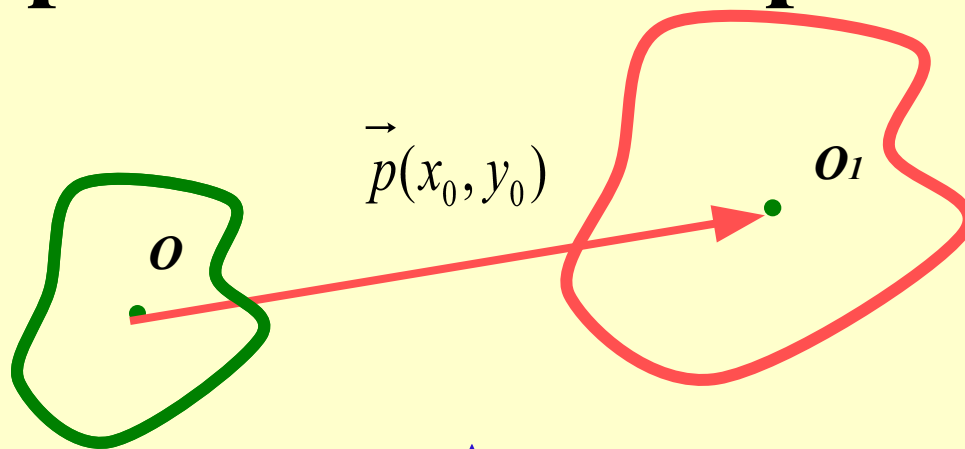
1. Поворот на угол $\alpha \neq 0, \pm\pi$

а) тождественное преобразование, если $\alpha = 0$

б) центрально-подобное вращение, если $\alpha = \pm\pi$

в) центрально-подобная симметрия

2. Параллельный перенос на $\vec{p} \neq 0$



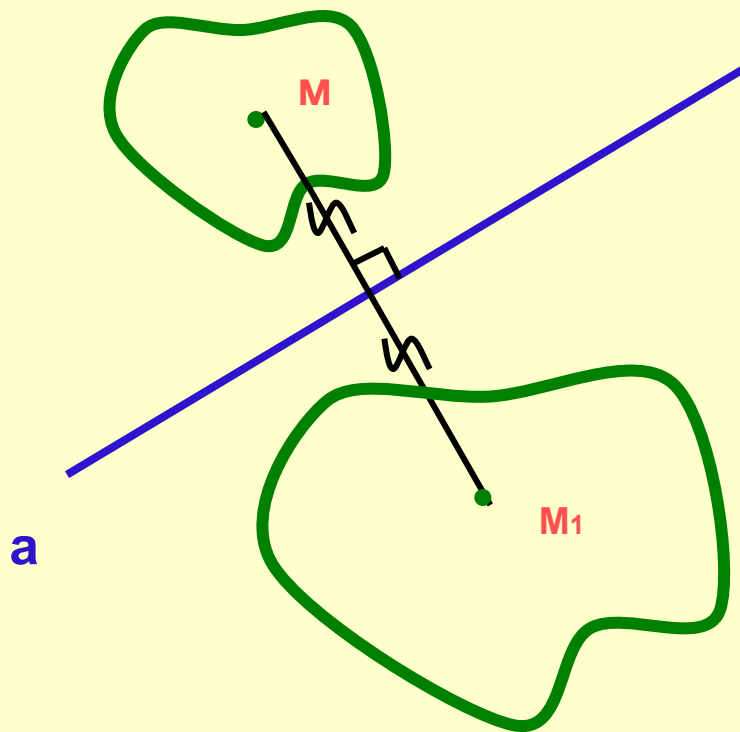
**Аналитические
выражения:**

$$x' = k \cdot x + x_0,$$

$$y' = k \cdot y + y_0$$

ПОДОБИЕ II РОДА

1. Осевая симметрия



Аналитические
выражения:

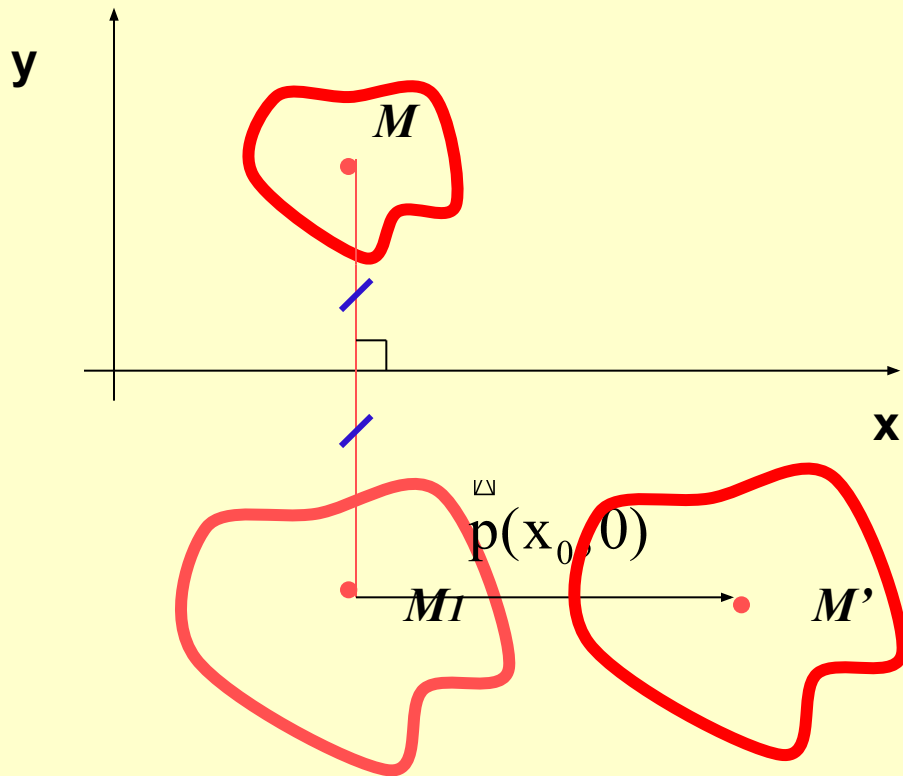
$$x' = k \cdot x,$$

$$y' = -k \cdot y$$

*Прямая a совпадает с
осью OX*

ПОДОБИЕ II РОДА

2. Скользящая симметрия



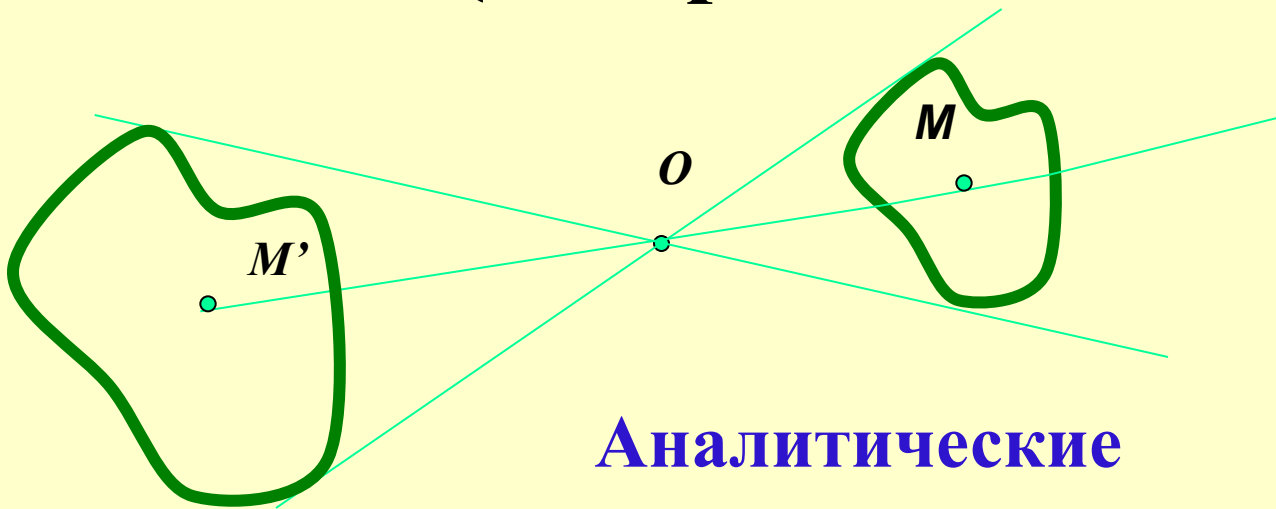
Аналитические
выражения:

$$x' = k \cdot x + x_0,$$

$$y' = -k \cdot y$$

ПОДОБИЕ II РОДА

3. Гомотетия (центральная симметрия)



Аналитические
выражения:

$$x' = k \cdot x + x_0,$$

$$y' = k \cdot y + y_0$$



Сущность понятия движения
ясна каждому из его
жизненного и учебного
опыта, ведь

ДВИЖЕНИЕ-

ЭТО ЖИЗНЬ...