УРОК ПО АЛГЕБРЕ
9 КЛАСС

ТЕМА:
СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Шибарова Г.Г.

Учитель математики

МОУ Лицей №4

Цель урока:

Ввести определение степени с целым отрицательным показателем.

Повторить свойства степени с натуральным показателем, нахождение области определения и области значения функции.

Выработать умение применять свойства степени с целым, отрицательным показателем.

I. Актуализация знаний учащихся (фронтальная работа с классом)

1.Найти область определения функции

$$y = \sqrt{6-3x};$$

А. x>2 Б. x<2 $В.x \geq \frac{1}{2}$ $Г.x \leq 2$

2. Среди заданных функций найдите возрастающую

$$1) y = -3x^2;\ 2) y = 3 - x;$$
$$3) y = 5x - 2;\ 4) y = \sqrt{x}.$$

А. 2) и 4) Б.1), 2), 4) В. 3) и 4) Г.1) и 2)

3. Среди заданных функций укажите чётные:

$1)\, y = 3x^2$;2) y=|x|; 3) y=7x; $4)\, y = \sqrt{x}.$

А. 1) и 3) Б. 1) и 2) В. 3) и 4) Г. 1) и 4)

4. Среди заданных функций укажите нечётные:

$1)\, y = 3x^2;\ 2)\, y = \frac{4}{x};$ 3) y=-7x; 4)y=|x|.

А. 1) и 3) Б. 2) и 3) В. 2) и 4) Г. 3) и 4)

5. Найти область значения функции:

$y = 9 - x^2;$

$A.(-\infty; 9); Б.(-\infty; 9];$ В. [0;9]; $Г.[9; +\infty);$

6. Возведите в степень:

$(x^3)^5; a^3 \cdot (a^5)^2; \quad \frac{(2^2)^5 \cdot 2^7}{(2^5)^3}; x^4 \cdot x^7;$

$a^8 : a^7; \quad a^3 : a^3;$

$2^3 : 2^7;$

II. Изучение нового материала:

$0,2^1 = 0,2; 3^2 = 3 \cdot 3 = 9; 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64;$

$a^n = \underbrace{aa...a}_{\text{n раз}} \quad n \in N$

$1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1; 0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0$

$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$

Если $n = 1, a \in R$ - любое число, то $a^n = a$, т.е. $a^1 = a$

Если $n = 0, a \neq 0$, то $a^0 = 1$

Свойства степени с натуральным показателем:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad a \neq 0 \quad m \geq n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0 \; n \in N$$

а и b – любые числа

Рассмотрим выражение:

$$2^3:2^7=\frac{2^3}{2^7}=\frac{2^3:2^3}{2^7:2^3}=\frac{1}{2^4} \qquad 2^3:2^7=\frac{1}{2^4}$$

$$2^3:2^7=2^{3-7}=2^{-4}$$

Выражение 2^{-4} целесообразно считать числом, обратным степени того же основания с противоположным показателем, т.е. дробью $\frac{1}{2^4}$

Определение

Если n – натуральное число и $a\neq 0$, то

$$a^{-n}=\frac{1}{a^{+n}}$$

По определению получим:

$$10^{-2}=\frac{1}{10^2}=\frac{1}{100}=0,01 \qquad (-2)^{-4}=\frac{1}{(-2)^4}=\frac{1}{16}$$

Пример 1

Вычислить $2^{-2}+(\frac{2}{3})^{-3}-16^{-1}$

1) $2^{-2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4};$

2) $(\frac{2}{3})^{-3}=(\frac{3}{2})^{3}=\frac{27}{8};$

3) $16^{-1}=\frac{1}{16};$

4) $\frac{1}{4}+\frac{27}{8}-\frac{1}{16}=\frac{1}{4}+3\frac{3}{8}-\frac{1}{16}=\frac{4}{16}+3\frac{6}{16}-\frac{1}{16}=3\frac{10}{16}-\frac{1}{16}=3\frac{9}{16};$

Пример 2

Доказать, что

$$a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-8};$$

$$\frac{1}{a^3} \cdot \frac{1}{a^5} = \frac{1}{a^3 \cdot a^5} = \frac{1}{a^8} = a^{-8};$$

$$a \neq 0$$

Вывод: $a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-3+(-5)} = a^{-8};$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются.

$$a^4 : a^{-3} = a^4 : \frac{1}{a^3} = a^4 \cdot a^3 = a^7 \cdot 1 \cdot a^4 \cdot a^{-3} = a^{4-(-3)} = a^7;$$

$$a^4 : a^{-3} = a^{4-(-3)} = a^7$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями из показателя делимого надо вычесть показатель делителя.

$$(a^{-2})^{-3} = (\frac{1}{a^2})^{-3} = (a^2)^3 = a^6;$$

$$(a^{-2})^{-3} = a^{(-2)\cdot(-3)} = a^6;$$

При возведении степени в степень показатели перемножаются.

Свойства степени с натуральными показателями сохраняются и для отрицательных целых показателей

Закрепление изученного материала

Представить выражение в виде степени, используя определение:

$$(-2)^0=1$$

$$3^{-3} \qquad 3^{-3}=\frac{1}{27}$$

$$2^{-3} \qquad 2^{-3}=\frac{1}{8}$$

$$88^{-1} \qquad 88^{-1}=\frac{1}{88}$$

$$(-3)^{-2}=\frac{1}{(-3)^2}=\frac{1}{9}$$

$$(-5)^{-3}=\frac{1}{(-5)^3}=\frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{7}{9}\right)^{-2}=\left(\frac{9}{7}\right)^2=\frac{81}{49}$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-3}=7^3=243$$

$$(0,1)^{-1}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}=10$$

$$(0,1)^{-2}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}=10^2=100$$

$$(0,1)^{-3}=\left(\frac{1}{10}\right)^{-3}=1000$$

$$(0,1)^{-22}=10^{22}$$

Записать выражение в виде степени

1. $\frac{a^{-3}\cdot(a^4)^5}{a^{17}}=\frac{a^{-3}\cdot a^{20}}{a^{17}}=a^0=1$

2. $\frac{a^3(a^4\cdot b^2)^5}{a^{17}\cdot b^{16}}=\frac{a^3\cdot a^{20}\cdot b^{10}}{a^{17}\cdot b^{16}}=\frac{a^{23}\cdot b^{10}}{a^{17}\cdot b^{16}}=\frac{a^6}{b^6}=\left(\frac{a}{b}\right)^6$

3. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+4^{-3}:4^{-5}+2007=2039$

4. $\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}+7^{-3}:7^{-4}+\left(\frac{1}{7}\right)^0=57$

5. $\frac{2^{-2}\cdot 5^4\cdot 10^{-5}}{2^{-3}\cdot 5^3\cdot 10^{-4}}=2\cdot 5\cdot 10^{-1}=1$

Найдите ошибку:

$$\frac{2^{-3}\cdot 4^{-3}}{8^{-8}}=\frac{2^{-3}\cdot 2^{-7}}{2^{-15}}=\frac{2^{-10}}{2^{-15}}=2^5$$

$$4^{-3}=(2^2)^{-3}=2^{-6}$$

$$8^{-8}=(2^3)^{-8}=2^{-24}$$

$$\frac{2^{-3}\cdot 2^{-6}}{2^{-24}}=\frac{2^{-9}}{2^{-24}}=2^{15}$$

Самостоятельная работа

Вариант 1

$7^{-1} - 5 \cdot 2^3$ $\quad -39\frac{6}{7}$

$3^{-7} \cdot 3^{12}$ $\quad 3^5$

$(y^{-8})^{-2}$ $\quad y^{16}$

$x^{-5} \cdot x^{-9}$ $\quad x^{-14}$

$(b^{-5})^4 \cdot b^{11}$ $\quad b^{-9}$

$\frac{p^{-7} \cdot p^2}{p^{-10}}$ $\quad p^5$

Вариант 2

$4,2^0 - 5^3 \cdot 5^{-2}$ $\quad -4$

$2^{-10} \cdot 2^8$ $\quad \frac{1}{4}$

$(b^7)^{-4}$ $\quad b^{-28}$

$a^{-12} : a^{-10}$ $\quad a^{-2}$

$(5^{-4})^2 \cdot 5^7$ $\quad \frac{1}{5}$

$\frac{x^{-3} \cdot x}{x^{-4}}$ $\quad x^2$

Применение понятия степени с целым показателем.

Для вычислений используют числа в стандартном виде.

Число a_1=274,35 можно записать так:

$$2,7435 \cdot 10^2$$

Число a_2=5434 можно записать так:

$$5,434 \cdot 10^3$$

Число a_3=0,273 можно записать так:

$$2,73 \cdot 0,1 = 2,73 \cdot 10^{-1}$$

Число a_4 =0,0013 можно записать так:

$1,3 \cdot 0,001 = 1,3 \cdot 10^{-3}$

Число, стоящее перед запятой, однозначное, умноженное на 10 в целой степени.

Определение

Стандартным видом положительного числа а называют его представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где

$1 \le a_0 < 10$, где m – целое число.

Число m называют порядком числа.

Укажите число, равное 0,00056

А. $5,6 \cdot 10^{-3}$ Б. $5,6 \cdot 10^{-4}$ В. $5,6 \cdot 10^{-5}$ Г. $5,6 \cdot 10^{-6}$

Представьте число в стандартном виде:

1) 1800000

А. $18 \cdot 10^{5}$ Б. $0,18 \cdot 10^{7}$ В. $180 \cdot 10^{4}$ Г. $1,8 \cdot 16^{6}$

2) $19 \cdot 10^{-3}$

А. $0,19 \cdot 10^{-4}$ Б. $0,19 \cdot 10^{-1}$ В. $1,9 \cdot 10^{-4}$ Г. $1,9 \cdot 10^{-2}$

Пример: вычислить

$$2734\cdot 0,007=(2,734\cdot 10^{3})\cdot(7\cdot 10^{-3})=(2,734\cdot 7)\cdot(10^{3}\cdot 10^{-3})=19,138\cdot 10^{0}=19,138$$

$$(0,0043)^{2}=(4,3\cdot 10^{-3})^{2}=4,3^{2}\cdot(10^{-3})^{2}=18,49\cdot 10^{-6}=1,849\cdot 10^{1}\cdot 10^{-6}=1,849\cdot 10^{-5}=0,00001849$$

Найти значение выражения

$$(1,6\cdot 10^{-5})\cdot(4\cdot 10^{2})$$

А. 6400
Б. 0,064
В. 0,0064
Г. 0,00064

Для биологической лаборатории купили оптический микроскоп, который дает возможность различать объекты размером до $2,5 \cdot 10^{-5} см$

Выразите эту величину в миллиметрах:

А. 0,0000025 мм В. 0,00025 мм

Б. 0,000025 мм Г. 0,0025 мм

Готовимся к итоговой аттестации

Часть А. Вычислите:

а) $$\frac{12\cdot 3^{-3}+\left(\frac{5}{3}\right)^{2}\cdot(5)^{-1}}{(-3)^{-2}}$$

1) 9 2) -9 3) 17 4) $\frac{17}{81}$

б) $$\frac{25\cdot 5^{-2}-4\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{2}}{3^{-1}}$$

1) $-1\frac{4}{9}$ 2) 3) $-4\frac{1}{3}$ 4) $-2\frac{1}{3}$ $2\frac{1}{3}$

$$(1+\sqrt{2})^{-1}-\sqrt{(0,5)^{-1}}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}=\frac{1-\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2}-\sqrt{2}=\frac{1-\sqrt{2}}{1-2}-\sqrt{2}=\frac{1-\sqrt{2}}{-1}-\sqrt{2}=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}=-1$$

$$239,7=2,397\cdot 10^2$$

$$0,0987=9,87\cdot 10^{-2}$$

Найти область существования выражения: $(x^2-4)^{-2}$

$$\frac{1}{(x^2-4)^2}=\frac{1}{(x-2)^2\cdot(x+2)^2}$$

$$x\neq -2$$

$$x\neq 2$$

Сколько целых чисел содержит промежуток $\left[\frac{1}{3^2};\frac{1}{4^{-1}}\right]$?

А. 5

Б. 4

В. 3

Г. 2

Представьте выражение $\dfrac{x^2 \cdot x^5}{(x^3)^2}$

в виде степени с целым показателем:

А. x^2 Б. x^{-2} В. х Г. x^{-1}

IV Итоги урока

Домашнее задание:

изучить по учебнику материал на стр. 127-131;

решить: № 18.02(б); 18.04(аб); 18.09(б); 18.29(б); 18.30(а)