

# Рациональные уравнения

*Три пути ведут к знанию:*

*Путь размышления – самый благородный,*

*Путь подражания – самый легкий*

*И путь опыта – это путь самый горький...*

*Конфуций*

# Древний Египет



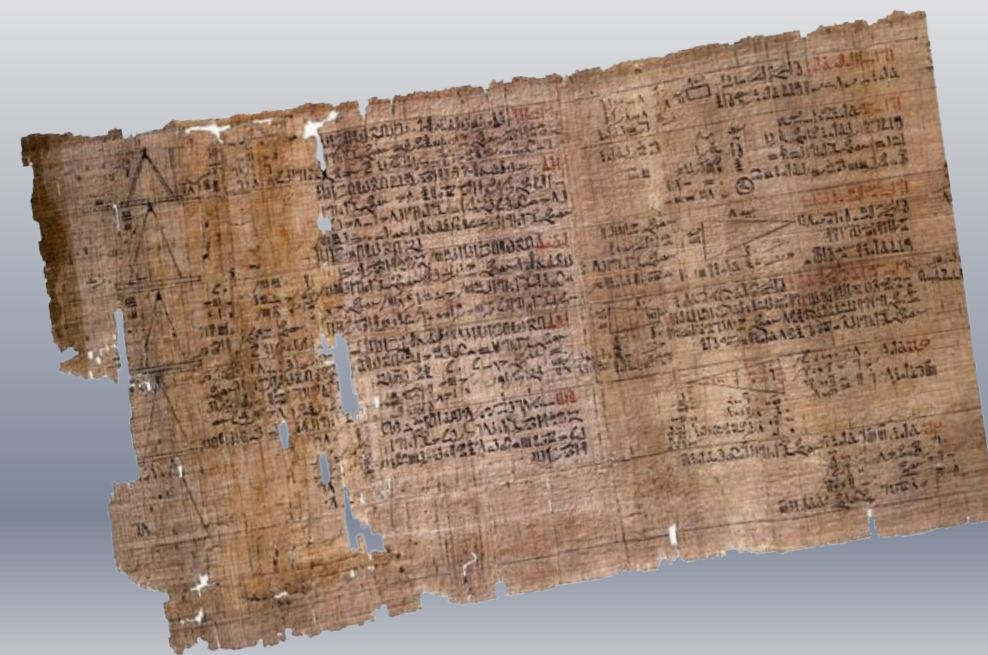
**1. Папирус Ринда, который содержит 84 задачи.**

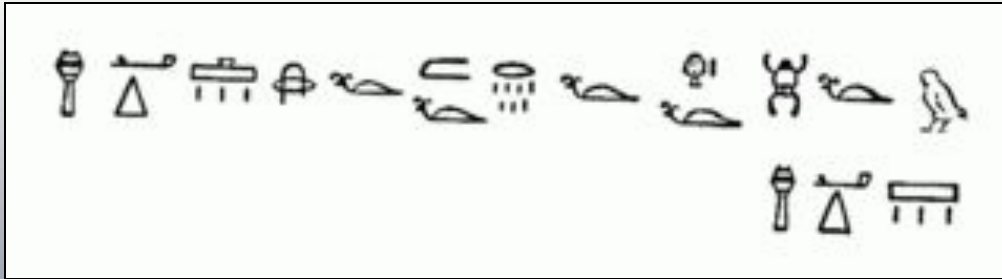
**2. Куаханские папирусы.**

**3. Берлинский папирус.**

**4. Московский папирус, который содержит 25 задач.**

**5. Математические надписи на стенах храма Гора в Эдфу.**





$$x \left( \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + 1 \right) = 37$$

**«Куча. Ее седьмая часть ('подразумевается: «дают в сумме») 19. Найти кучу».**

$$x + \frac{x}{7} = 19.$$

**«Отношение двух чисел 2 : 3/2. Сумма квадратов этих чисел 400 Каковы эти числа?»**

$$X : Y = 2 : 3/2$$

$$X^2 + Y^2 = 400$$

# Древний Вавилон





$$\underline{x^2} + x = \frac{3}{4}, \quad x^2 - x = 14 \frac{1}{2}.$$

**«Я вычел из площади сторону моего квадрата, это 870».**

$$x^2 - x = 870$$



# Древняя Греция



## Задача о школе Пифагора

*Тиран острова Самос Поликрат однажды спросил у Пифагора, сколько у того учеников. "Охотно скажу тебе, о Поликрат, - отвечал Пифагор, – половина моих учеников изучает прекрасную математику, четверть исследует тайны вечной природы, седьмая часть молча упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь к ним трех юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Столько учеников веду я к рождению вечной истины". Сколько учеников было у Пифагора?*



$$\frac{1}{2} X + \frac{1}{4} X + \frac{1}{7} X + 3 = X$$



# Диофант



*Здесь погребен Диофант, в камень могильный  
При счете искусном расскажет нам,  
Сколь долог был его век.*

*Велением бога он мальчиком был шестую часть своей жизни,  
В двенадцатой части прошла его юность.  
Седьмую часть жизни прибавим – пред нами очаг Гименея,  
Пять лет протекло и прислал Гименей ему сына  
Но горе ребенку! Едва половину он прожил  
Тех лет, что отец, скончался несчастный.  
Четыре года страдал Диофант от утраты той тяжелой  
И умер, прожив для науки. Скажи мне,  
Скольких лет достигнув, смерть восприял Диофант?*

$$1/6 X + 1/12X + 1/7X + 5 + 1/2X + 4 = X$$

# DIOPHANTI ALEXANDRINI ARITHMETICORVM

LIBRI SEX.

ET DE NVMERIS MVLTANGVLIS  
LIBER VNVS.

*Nunc primum Græcè et Latinè editi, atque absolutissimis  
Commentariis illustrati.*

AUCTORE CLAVDIO GASPARE BACHETO  
MEZIRIACO SEBVSIANO, V.C.



LVTETIAE PARISIORVM,  
Sumptibus SEBASTIANI CRAMOISY, via  
Iacobæ, sub Ciconiis.

M. DC. XXI.  
CVM PRIVILEGIO REGIS

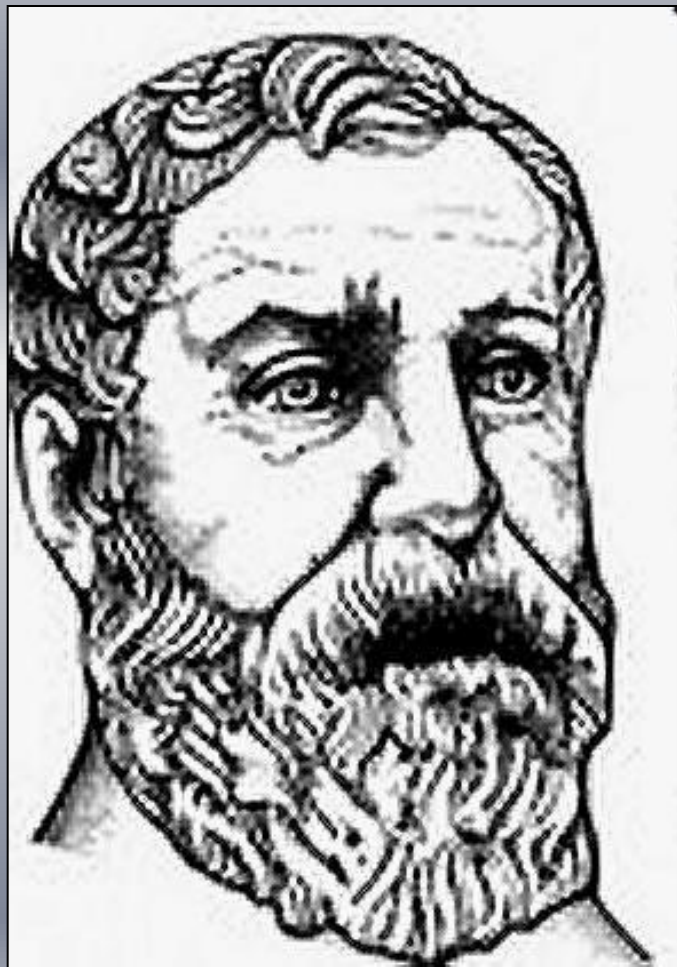
$K^T \eta \wedge \Delta^T \bar{\epsilon} \bar{\iota} \sigma K^T \bar{a}.$

Καθεστῆναι, ὁ μὲν ὄν. δύναμις, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον. ὁ δὲ ἐπίσημον ἔχον τ. Δϛ. ὁ δὲ κύβος, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον κ̄ ἐπίσημον ἔχον τ. κϛ. ὁ δὲ ἐκ τετραγώνων ἐφρατῆς πολλαπλασιασθέντος, διωμοδύναμις, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον δέλιον δύο ἰδίσημον ἔχον τ. ΔΔϛ. ὅθεν ὄν ἢ τὸν ἀπὸ τῆς αὐτῆς αἰτίας πλεονασθῆναι κύβον πολλαπλασιασθέντος, διωμοκύβος καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον ὁ δὲ ἐκ ἰδίσημων ἔχον τ. Δκϛ. ὁ δὲ ἐκ κύβου ἐαυτῆς πολλαπλασιασθέντος, κυβόκύβος, καὶ ἐστὶν αὐτῆς σημεῖον δύο κ̄κ̄ ἐπίσημον ἔχον τ. κκϛ.

Лист из *Арифметики* (рукопись XIV века).  
В верхней строке записано уравнение:

$$x^3 \cdot 8 - x^2 \cdot 16 = x^3$$

# Герон



$$ax^2 + bx = c,$$

$$a^2x^2 + abx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac,$$

$$\left(ax + \frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac,$$

$$ax + \frac{b}{2} = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac},$$

$$x = \frac{\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + ac} - \frac{b}{2}}{a}.$$

# Древняя Индия



# Бхаскара

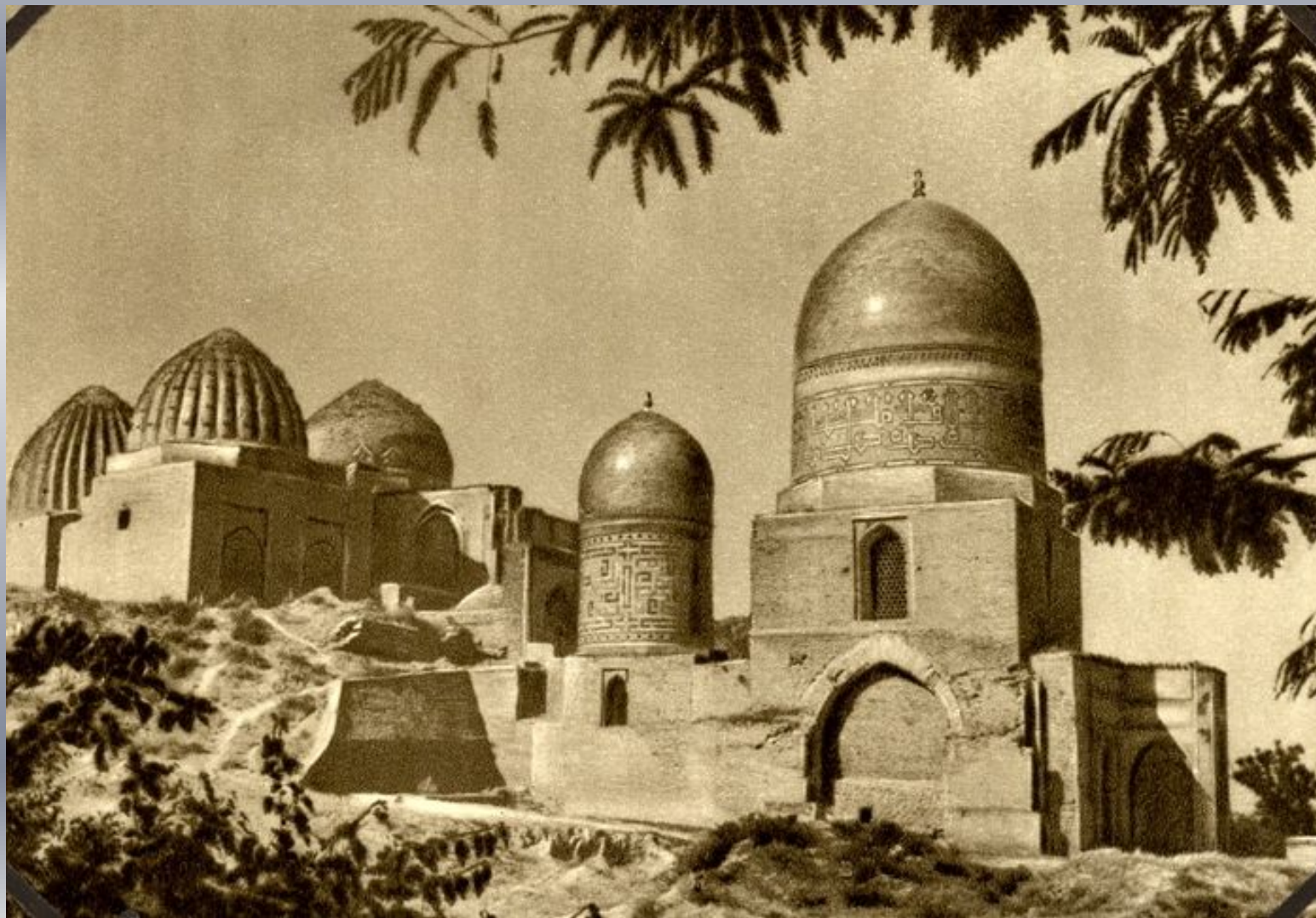


«Обезьянок резвых стая  
Всласть поевши, развлекалась.  
Их в квадрате часть восьмая  
На поляне забавлялась.  
А двенадцать по лианам...  
Стали прыгать, повисая...  
Сколько ж было обезьянок,  
Ты скажи мне, в этой стай?»

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$x^4 - 2x^2 - 400x = 9999.$$

# Средняя Азия



# аль-Хорезми

- 1) «Квадраты равны корням», т. е.  $ax^2 = bx$ .
- 2) «Квадраты равны числу», т. е.  $ax^2 = c$ .
- 3) «Корни равны числу», т. е.  $ax = c$ .
- 4) «Квадраты и числа равны корням», т. е.  $ax^2 + c = bx$ .
- 5) «Квадраты и корни равны числу», т. е.  $ax^2 + bx = c$ .
- 6) «Корни и числа равны квадратам», т. е.  $bx + c = ax^2$ .



# аль-Бируни



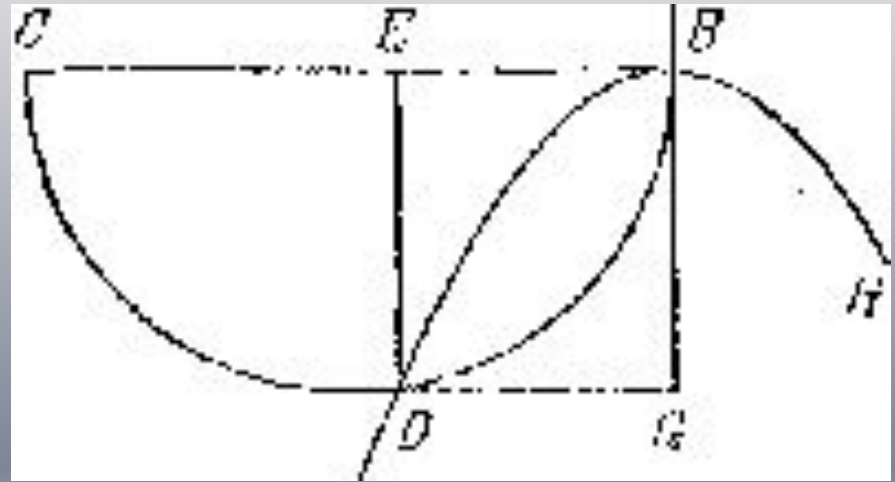
$$X^3 + 13 \frac{1}{2}X + 5 = 10X^2$$



# Омар Хайям



$$x^3 + ax = b$$
$$x^3 + p^2x = p^2q$$



# Кубические уравнения

$$x^3 + px + q = 0$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

$$9x^3 - 13x - 6 = 0$$



# Теорема Безу

**Теорема:** Остаток от деления полинома  $P_n(x)$  на двучлен  $(x - a)$  равен значению этого полинома при  $x = a$ .

**Следствие 1:** Если число  $a$  является корнем многочлена  $P(x)$ , то этот многочлен делится на  $(x - a)$  без остатка.

**Следствие 2:** Если многочлен  $P(x)$  имеет попарно различные корни  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , то он делится на произведение  $(x - a_1) \dots (x - a_n)$  без остатка.

**Следствие 3:** Многочлен степени  $n$  имеет не более  $n$  различных корней.

$$1) x^3 - 2x^2 - 9 = 0$$

$$2) 6x^3 - x^2 - 20x + 12 = 0$$

# Уравнения четвертой степени

1)  $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

2)  $x^4 + 2x^3 - x = 2$

3)  $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$

4)  $x^4 + 4x^3 - 25x^2 - 16x + 84 = 0$

5)  $x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 4x + 1 = 0$