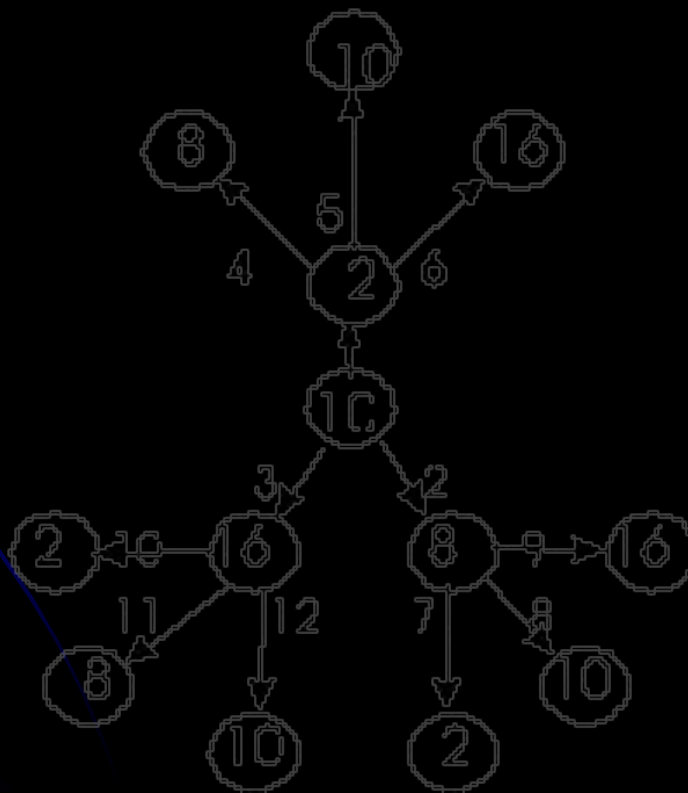



Сводная таблица переводов целых чисел из одной системы счисления в другую

- Рассмотрим только те системы счисления, которые применяются в компьютерах — десятичную, двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную. Для определенности возьмем произвольное десятичное число, например 46, и для него выполним все возможные последовательные переводы из одной системы счисления в другую. Порядок переводов определим в соответствии с рисунком:



- На этом рисунке использованы следующие обозначения:
- в кружках записаны основания систем счисления;
- стрелки указывают направление перевода;
- номер рядом со стрелкой означает порядковый номер соответствующего примера в сводной таблице 4.1.
- Например:

- означает перевод из двоичной системы в шестнадцатеричную, имеющий в таблице порядковый номер 6.

Как производятся арифметические операции в позиционных системах счисления?

- Рассмотрим основные арифметические операции: сложение, вычитание, умножение и деление. Правила выполнения этих операций в десятичной системе хорошо известны — это сложение, вычитание, умножение столбиком и деление углом. Эти правила применимы и ко всем другим позиционным системам счисления. Только таблицами сложения и умножения надо пользоваться особыми для каждой системы

Сложение

- Сложение в двоичной системе

+	0	1
0	0	1
1	1	10

- Сложение в восьмеричной системе

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

Сложение в шестнадцатеричной системе счисления

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Пример 1. Сложим числа 15 и 6 в различных системах счисления.

Десятичная: $15_{10} + 6_{10}$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 15 \\
 + 6 \\
 \hline
 21
 \end{array}$$

$5+6=11=10+1$
 $1+1=2$

Двоичная: $1111_2 + 110_2$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 1111 \\
 + 0110 \\
 \hline
 10101
 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$

Восьмеричная: $17_8 + 6_8$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 17 \\
 + 6 \\
 \hline
 25
 \end{array}$$

$7+6=13=8+5$
 $1+1=2$

Шестнадцатеричная: $F_{16} + 6_{16}$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + F \\
 + 6 \\
 \hline
 15
 \end{array}$$

$15+6=21=16+5$

Ответ: $15+6 = 21_{10} = 10101_2 = 25_8 = 15_{16}$.

Проверка. Преобразуем полученные суммы к десятичному виду:

$$10101_2 = 2^4 + 2^2 + 2^0 = 16+4+1=21,$$

$$25_8 = 2 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 16 + 5 = 21,$$

$$15_{16} = 1 \cdot 16_1 + 5 \cdot 16_0 = 16+5 = 21.$$

Пример 2. Сложим числа 141,5 и 59,75.

Десятичная: $141,5_{10} + 59,75_{10}$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 141,50 \\
 \quad 59,75 \\
 \hline
 201,25
 \end{array}$$

$0+5=5$
 $5+7=12=10+2$
 $1+9+1=11=10+1$
 $4+5+1=10=10+0$
 $1+1=2$

Двоичная: $10001101,1_2 + 111011,11_2$

$$\begin{array}{r}
 111111 \\
 + 10001101,1 \\
 \quad 111011,11 \\
 \hline
 11001001,01
 \end{array}$$

$1+0=1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1+1=3=2+1$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1=2=2+0$
 $1+1=2=2+0$

Восьмеричная: $215,4_8 + 73,6_8$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 215,4 \\
 \quad 73,6 \\
 \hline
 311,2
 \end{array}$$

$4+6=10=8+2$
 $5+3+1=9=8+1$
 $1+7+1=9=8+1$
 $2+1=3$

Шестнадцатеричная: $8D,8_{16} + 3B,C_{16}$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 + 8D,8 \\
 \quad 3B,C \\
 \hline
 C9,4
 \end{array}$$

$8+12=20=16+4$
 $13+11+1=25=16+9$
 $8+3+1=12=C_{16}$

Вычитание

- Пример 4. Вычтем единицу из чисел

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{2-1=1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 10 \\ \hline 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{8-1=7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{Заемы} \\ - 10 \\ \hline F \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{16-1=15=F_{16}} \end{array}$$

- Пример 5. Вычтем единицу из чисел

Двоичная: $100_2 - 1_2$ Восьмеричная: $100_8 - 1_8$ Шестнадцатеричная: $100_{16} - 1_{16}$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 100 \\ \hline 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{2-1=1} \\ \boxed{1-0-1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ - 100 \\ \hline 77 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{8-1=7} \\ \boxed{7-0=7} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \text{Заемы} \\ - 100 \\ \hline FF \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \boxed{16-1=15=F_{16}} \\ \boxed{1+1=2} \end{array}$$

Десятичная: $201,25_{10} - 59,75_{10}$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 - 201,25 \\
 \underline{59,75} \\
 141,50 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{5-5=0} \\
 \boxed{10+2-7-5} \\
 \boxed{10-9=1} \\
 \boxed{9-5=4} \\
 \boxed{2-1=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

Двоичная: $11001001,01_2 - 111011,11_2$

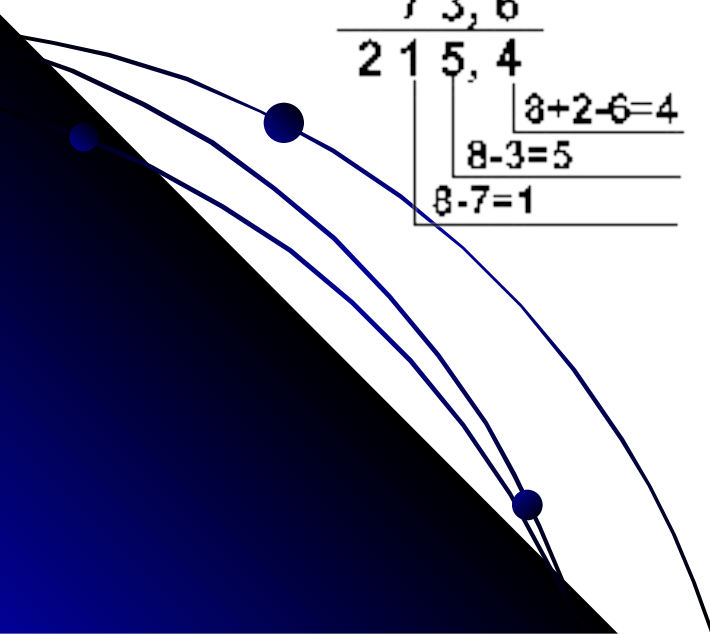
$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \quad \text{Заемы} \\
 - 11001001,01 \\
 \underline{00111011,11} \\
 10001101,10 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{1-0=1} \\
 \boxed{0-0=0} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{2-1=1} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{1-0=1} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{2-1=1} \\
 \boxed{1-1=0} \\
 \boxed{1-0=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

Восьмеричная: $311,2_8 - 73,6_8$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 - 311,2 \\
 \underline{73,6} \\
 215,4 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{3+2-6=4} \\
 \boxed{8-3=5} \\
 \boxed{8-7=1}
 \end{array}
 \end{array}$$

Шестнадцатеричная: $C9,4_{16} - 3B,C_{16}$

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 - C9,4 \\
 \underline{3B,C} \\
 8D,8 \\
 \begin{array}{l}
 \boxed{16+4-12=8} \\
 \boxed{16+8-11=13=D_{16}} \\
 \boxed{12-1-3=8}
 \end{array}
 \end{array}$$



Умножение

- **Выполняя умножение многозначных чисел в различных позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.**

- Умножение в двоичной системе

*	0	1
0	0	0
1	0	1

- Умножение в восьмеричной системе

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Пример 7. Перемножим числа 5 и 6.

Десятичная: $5_{10} \cdot 6_{10}$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline 30 \end{array}$$

Двоичная: $101_2 \cdot 110_2$

$$\begin{array}{r} 101 \\ \times 110 \\ \hline 101 \\ 101 \\ \hline 11110 \end{array}$$

Восьмеричная: $5_8 \cdot 6_8$

$$\begin{array}{r} 5 \\ \times 6 \\ \hline 36 \end{array}$$

Десятичная: $115_{10} \cdot 51_{10}$

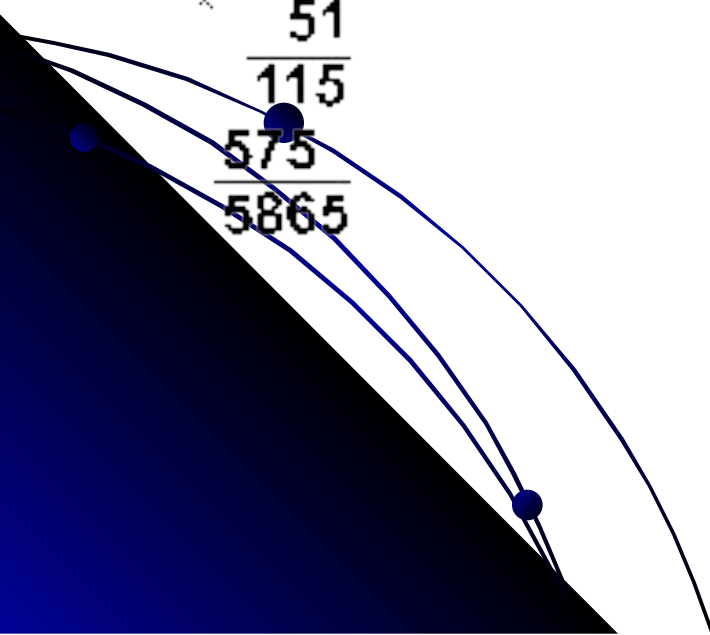
$$\begin{array}{r} 115 \\ \times 51 \\ \hline 115 \\ 575 \\ \hline 5865 \end{array}$$

Двоичная: $1110011_2 \cdot 110011_2$

$$\begin{array}{r} 1110011 \\ \times 110011 \\ \hline 1110011 \\ 1110011 \\ \hline 1110011 \\ 1110011 \\ \hline 1011011101001 \end{array}$$

Восьмеричная: $163_8 \cdot 63_8$

$$\begin{array}{r} 163 \\ \times 63 \\ \hline 531 \\ 1262 \\ \hline 13351 \end{array}$$



Деление

- Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе. В двоичной системе деление выполняется особенно просто, ведь очередная цифра частного может быть только нулем или единицей.

Пример 9. Разделим число 30 на число 6.

Десятичная: $30_{10} : 6_{10}$

$$\begin{array}{r} - \quad 30 \mid 6 \\ \quad 30 \mid 5 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

Двоичная: $11110_2 : 110_2$

$$\begin{array}{r} - \quad 11110 \mid 110 \\ \quad 110 \mid 101 \\ \hline \quad 110 \\ \quad 110 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

Восьмеричная: $36_8 : 6_8$

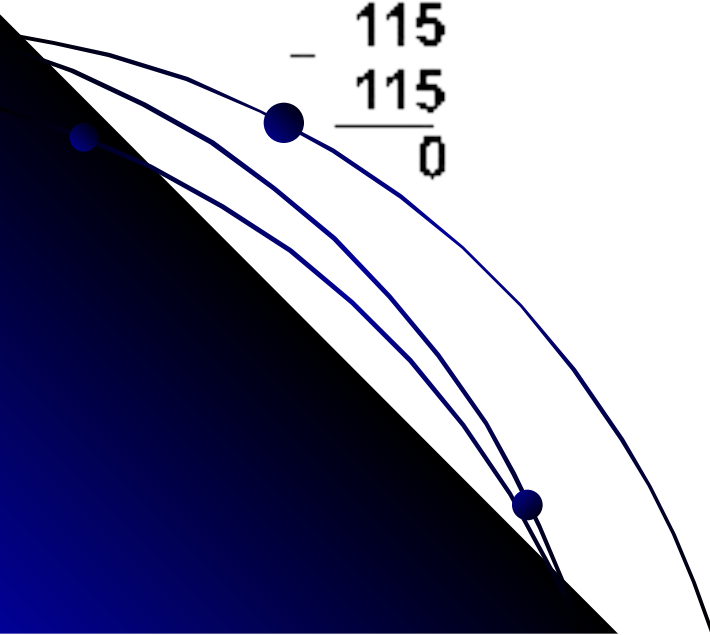
$$\begin{array}{r} - \quad 36 \mid 6 \\ \quad 36 \mid 5 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

Десятичная: $5865_{10} : 115_{10}$

$$\begin{array}{r} - \quad 5865 \mid 115 \\ \quad 575 \mid 51 \\ \hline \quad 115 \\ - \quad 115 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

Двоичная: $1011011101001_2 : 1110011_2$

$$\begin{array}{r} - \quad 1011011101001 \mid 1110011 \\ \quad 1110011 \mid 110011 \\ \hline \quad 1000100 \\ - \quad 1110011 \\ \hline \quad 10101100 \\ - \quad 1110011 \\ \hline \quad 1110011 \\ - \quad 1110011 \\ \hline \quad 0 \end{array}$$

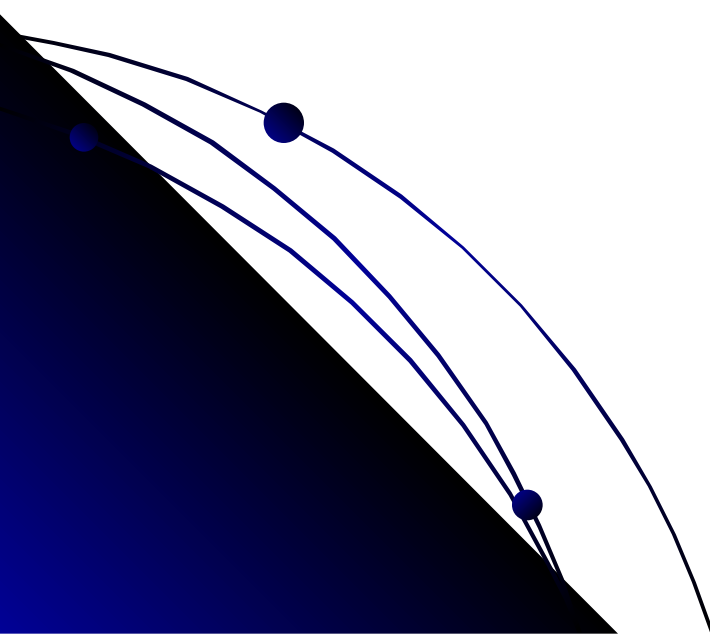


Восьмеричная: $13351_8 : 163_8$

$$\begin{array}{r} \text{—} \quad 13351 \quad | \quad 163 \\ \quad 1262 \quad | \quad 63 \\ \hline \quad 531 \\ \text{—} \quad 531 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

Восьмеричная: $43_8 : 16_8$

$$\begin{array}{r} \text{—} \quad 43 \quad | \quad 16 \\ \quad 34 \quad | \quad 2,4 \\ \hline \quad 70 \\ \text{—} \quad 70 \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

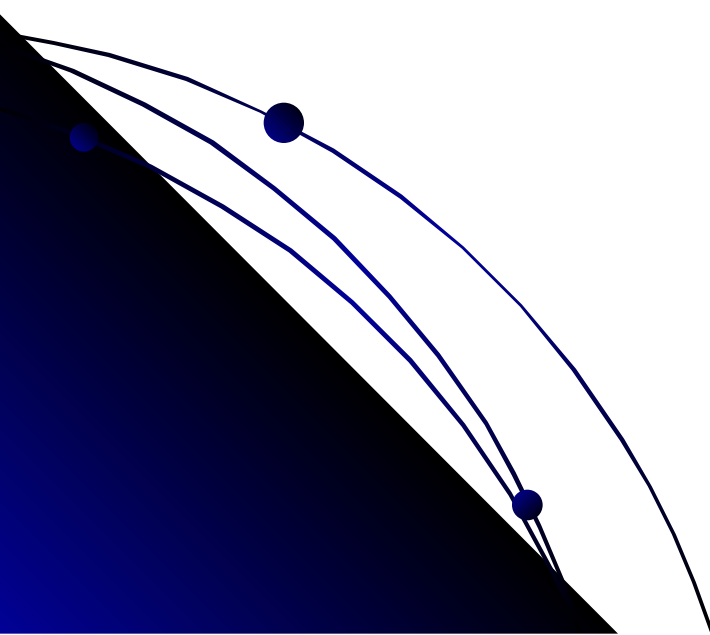


Десятичная: $35_{10} : 14_{10}$

$$\begin{array}{r|l} 35 & 14 \\ \hline 28 & 2,5 \\ \hline 70 & \\ - 70 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Двоичная: $100011_2 : 1110_2$

$$\begin{array}{r|l} 100011 & 1110 \\ \hline 1110 & 10,1 \\ \hline 1110 & \\ - 1110 & \\ \hline 0 & \end{array}$$



**Сложите числа, а затем проверьте
результаты, выполнив соответствующие
десятичные сложения:**

- а) 1011101_2 и 1110111_2 ; д) 37_8 и 75_8 ; и) A_{16} и F_{16} ; б) $1011,101_2$ и $101,011_2$; е) 165_8 и 37_8 ; к) 19_{16} и C_{16} ; в) $1011,11_2$ и $111,1_2$; ж) $7,5_8$ и $14,6_8$; л) A, B_{16} и E, F_{16} ; г) $1011,11_2$ и 111_2 ; з) $6, 17_8$ и 7_8 ; м) $E, 9_{16}$ и F_{16} .

В каких системах счисления выполнены следующие сложения? Найдите основания каждой системы:

а)
$$\begin{array}{r} 98 \\ + 89 \\ \hline 121 \end{array}$$

б)
$$\begin{array}{r} 1345 \\ + 2178 \\ \hline 3523 \end{array}$$

в)
$$\begin{array}{r} 10101 \\ + 1111 \\ \hline 1011 \\ \hline 20000 \end{array}$$

г)
$$\begin{array}{r} 765 \\ + 576 \\ \hline 677 \\ \hline 2462 \end{array}$$

д)
$$\begin{array}{r} 9E \\ + 56 \\ \hline 79 \\ \hline 167 \end{array}$$

Вычитите:

а) 111_2 из 10100_2 ;

д) 15_8 из 20_8 ;

и) $1A_{16}$ из 31_{16} ;

б) 10_2 из 100_2 ;

е) 47_8 из 102_8 ;

к) $F9E_{16}$ из $2A30_{16}$;

в) 111_2 из 10010_2 ;

ж) 56_8 из 101_8 ;

л) D_{16} из B_{16} ;

г) 10001_2 из 1110_2 ;

з) 16_8 из 30_8 ;

м) ABC_{16} из 5678_{16} .

Ответы:

а) в 16-й; б) в 10-й; в) в 3-й; г) в 8-й; д) в 16-й.

Вычислите значения выражений:

- а) $256_8 + 10110,1_2 \cdot (60_8 + 12_{10}) - 1F_{16}$;
- б) $1AD_{16} - 100101100_2 : 1010_2 + 217_8$;
- в) $1010_{10} + (106_{16} - 11011101_2) \cdot 12_8$;
- г) $1011_2 \cdot 1100_2 : 14_8 + (100000_2 - 40_8)$.

Ответы:

а) 1493_{10} ; б) 542_{10} ; в) 1420_{10} ; г) 11_{10} .

Расположите следующие числа в порядке возрастания:

- а) 74_8 , 1100102, 7010, 3816;
- б) 6E16, 1428, 11010012, 10010;
- в) 7778, 101111112, 2FF16, 50010;
- г) 10010, 11000002, 6016, 1418.

Ответы:

а) 110010_2 , 3816, 74_8 , 70_{10} ;

б) 142_8 , 100_{10} , 1101001_2 , $6E_{16}$;

в) 10111111_2 , 500_{10} , 777_8 , $2FF_{16}$;

г) 1100000_2 , 60_{16} , 141_8 , 100_{10} .