



Муниципальное общеобразовательное бюджетное учреждение
«Красномайская средняя общеобразовательная школа».

Решение заданий ЕГЭ.

С - 5.

*Учитель первой
квалификационной категории
Лысак Ольга Викторовна*

№1. *Найдите все значения a , при каждом из которых система*

$$\begin{cases} \frac{x - ax - a}{x - 2 + 2a} \geq 0 \\ x - 8 > ax \end{cases}$$

не имеет решений.

Решение: Рассмотрим второе неравенство системы

$$x - 8 > ax \quad x - ax > 8 \quad (1 - a) \cdot x > 8$$

Произведение должно быть положительным.

1. Если $a = 1$, то неравенство, а значит и система не имеет решений. ($0 > 8$)
2. Если $a < 1$, то решение неравенства – луч $x > \frac{8}{1 - a}$
3. Если $a > 1$, то решение неравенства – луч $x < \frac{8}{1 - a}$

При $a \neq 1$ первое неравенство системы

$$\frac{x - ax - a}{x - 2 + 2a} \geq 0$$

принимает вид:

$$\frac{x(1 - a) - a}{x - 2(1 - a)} \geq 0$$

$$\frac{(1 - a)\left(x - \frac{a}{1 - a}\right)}{x - 2(1 - a)} \geq 0$$

Или при условии

$$x \neq 2(1 - a)$$

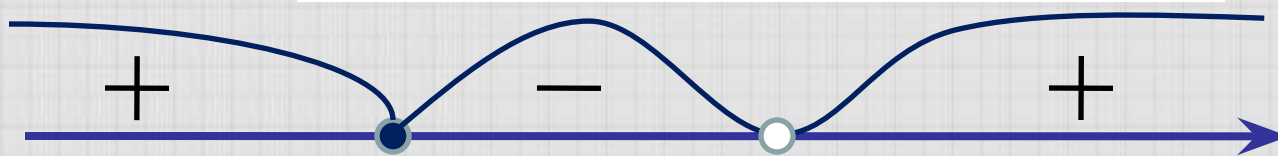
$$(1 - a) \left(x - \frac{a}{1 - a}\right) (x - 2(1 - a)) \geq 0$$

Рассмотрим решение системы в которую преобразовалось
1 неравенство.

$$\begin{cases} (1-a)\left(x - \frac{a}{1-a}\right)(x - 2(1-a)) \geq 0 \\ x \neq 2(1-a) \end{cases}$$

Если $a < 1$, то получаем: $1-a > 0$. тогда знак неравенства
зависит от знаков 2 и 3 множителей. Из которых получаем:

$$x_1 = \frac{a}{1-a} \quad x_2 = 2(1-a)$$



Решением систем $\frac{a}{1-a}$ том случае $2(1-a)$ аем:

$$x \leq \frac{a}{1-a} \quad \text{и} \quad x > 2(1-a)$$

Если $a > 1$, то получаем: $1 - a < 0$, значит произведение 2 и 3 множителей должно быть отрицательным.

$$(1 - a) \left(x - \frac{a}{1 - a} \right) (x - 2(1 - a)) \geq 0$$

$$\left(x - \frac{a}{1 - a} \right) (x - 2(1 - a)) \leq 0$$

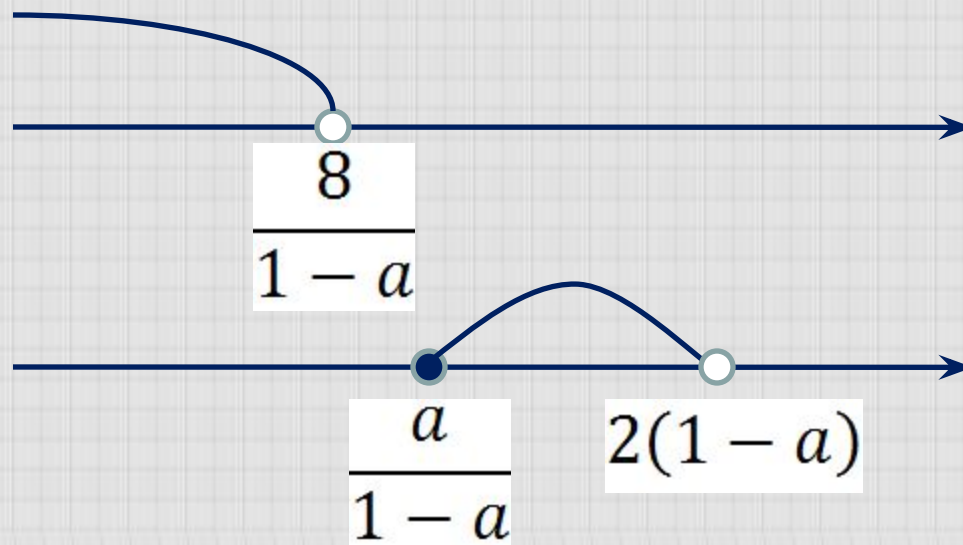
Решение в этом случае – полуинтервал :

$$\left[\frac{a}{1 - a} ; 2(1 - a) \right)$$

Отметим, что $x \neq 2(1 - a)$.

Для того, чтобы система не имела решений, при $a \neq 1$, необходимо и достаточно найти решение системы неравенств.

$$\begin{cases} a \geq 1 \\ \frac{8}{1-a} \leq \frac{a}{1-a} \\ \frac{8}{1-a} \leq 2(1-a) \end{cases}$$



$$\begin{cases} a \geq 1 \\ 8 - 8a \leq a - a^2 \\ 8 \geq 2(1-a)^2 \end{cases} \begin{cases} a \geq 1 \\ a^2 - 9a + 8 \leq 0 \\ a^2 - 2a - 3 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} 1 \leq a \leq 8 \\ (1-a)^2 \leq 4 \end{cases}$$

Ответ: $1 \leq a \leq 3$

№ 2. *Найти все значения a , при каждом из которых график функции $f(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3| - a$ пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.*

Решение.

Рассмотрим вспомогательную функцию

$$g(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3|$$

График функции $f(x)$ пересекает ось абсцисс в трёх или более точках, если уравнение $g(x) = a$ имеет более двух различных корней.

Построим график функции $g(x)$.

$$|x^2 + 2x - 3| = \begin{cases} x^2 + 2x - 3, & \text{если } x \leq -3 \text{ или } x \geq 1 \\ -(x^2 + 2x - 3), & \text{если } -3 < x < 1 \end{cases}$$

Если $x \leq -3$ или $x \geq 1$, то $g(x) = -2x + 3$

Если $-3 < x < 1$, то $g(x) = 2x^2 + 2x - 3$

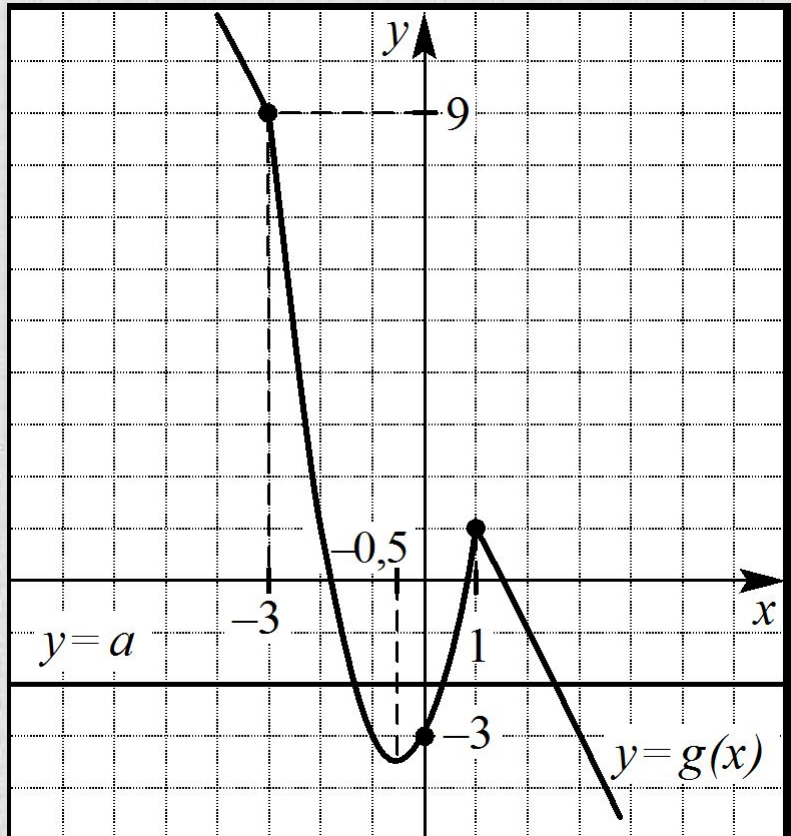


График функции $g(x)$ состоит из двух лучей и дуги параболы.

На рисунке видно, что уравнение $g(x) = a$ имеет более двух корней, только если

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) < a < g(1).$$

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = -3.5; \quad g(1) = 1$$

Ответ: $-3,5 < a < 1$.

№ 3. *Найдите все значения a , при каждом из которых решения неравенства $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ образуют отрезок длины 1.*

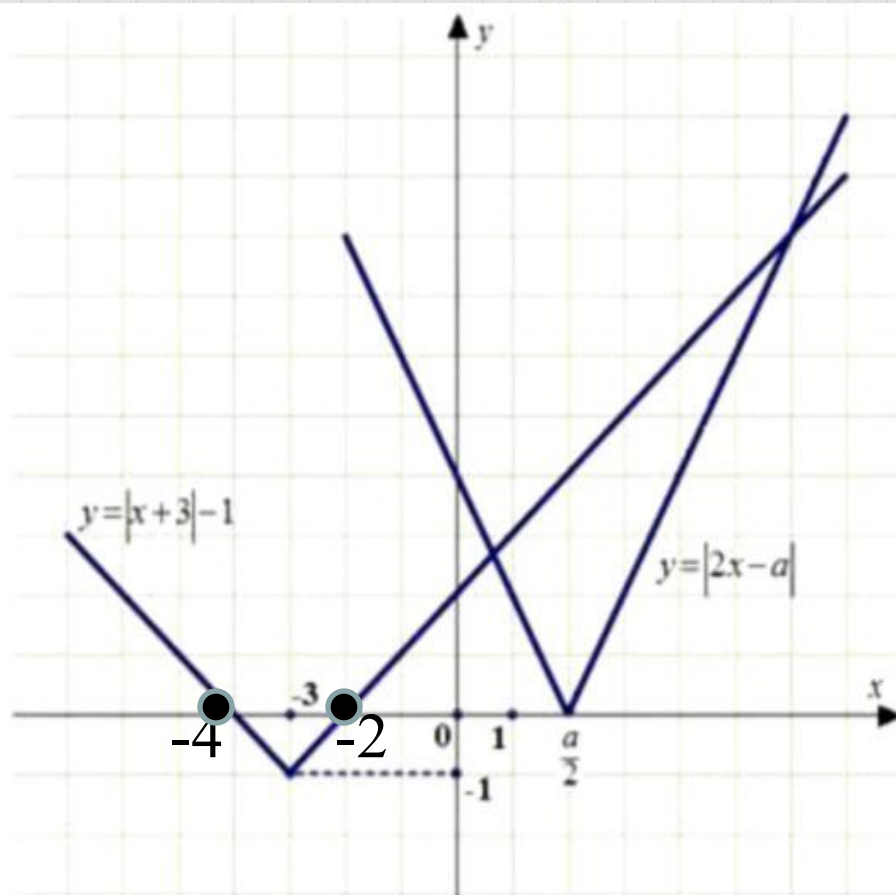
Решение.

Перенесём 1: $|2x - a| \leq |x + 3| - 1$

Построим схематично графики функций

$$y = |2x - a| \quad \text{и}$$

$$y = |x + 3| - 1$$



На рисунке видно, что неравенство $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$ имеет решения только при $\frac{a}{2} \leq -4$ или $\frac{a}{2} \geq -2$.

1 случай

$$|x + 3| = \begin{cases} x + 3, \text{ если } x \geq -3 \\ -x - 3, \text{ если } x < -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \leq -8 \\ |2x - a| \leq -x - 3 - 1 \end{cases} \begin{cases} a \leq -8 \\ 2x - a \leq -x - 4 \\ 2x - a \geq x + 4 \end{cases} \begin{cases} a \leq -8 \\ x \leq \frac{a - 4}{3} \\ x \geq a + 4 \end{cases}$$

Решения образуют отрезок длины 1, если

$$\frac{a - 4}{3} - (a + 4) = 1$$

$$a = -\frac{19}{2} = -9.5$$

2 случай $|2x - a| + 1 \leq |x + 3|$

$$\begin{cases} a \geq -4 \\ |2x - a| \leq x + 2 \end{cases} \begin{cases} a \geq -4 \\ 2x - a \leq x + 2 \\ 2x - a \geq -x - 2 \end{cases} \begin{cases} a \geq -4 \\ x \leq a + 2 \\ x \geq \frac{a - 2}{3} \end{cases}$$

$$\frac{a - 2}{3} \leq x \leq a + 2$$

Решения образуют отрезок длины 1, если

$$a + 2 - \frac{a - 2}{3} = 1$$

$$3a + 6 - a + 2 = 3$$

$$2a = -5$$

$$a = -2.5$$

Ответ: $a = -9,5$; $a = -2,5$