

Раздел 10.4.В

Правила сложения и умножения вероятностей



Класс: 10g.

Учитель математики

Адилгалиева
Жанлыш Салыковна



**Задачи по теории вероятностей
и комбинаторике про шары**

Ожидаемые результаты урока

СОТ 10.2. понимать и применять правила сложения и умножения вероятностей.

* $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

* $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

* $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

№ 1. В корзине содержится 6 черных и 5 белых шаров. Случайным образом вынимают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них имеется 3 белых шара.



№ 1. В корзине содержится 6 черных и 5 белых шаров. Случайным образом вынимают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них имеется 3 белых шара.

Решение. Перенумеруем все шары. Всего шаров 11. Исходом считаем выбор 5 любых шаров.

Количество всех исходов равно $C_{11}^5 = 11!/(5!6!) = 11*10*9*8*7/(2*3*4*5) = 462$.

Благоприятный исход - выбор 3 белых шаров и двух черных.

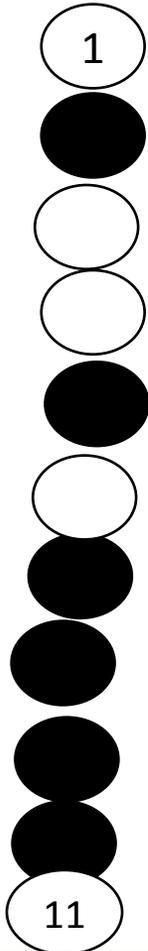
3 шара из 5 можно выбрать C_5^3 способами.

А выбрать 2 черных шара из 6 можно C_6^2 способами.

Количество благоприятных исходов равно произведению

$$C_5^3 * C_6^2 = 5!/(3!*2!) * 6!/(2!*4!) = 5*4*3*2/(3*2*2) * 6*5*4*3*2/(2*4*3*2) = 10 * 15 = 150$$

$$P = 150 / 462 \approx 0,325$$



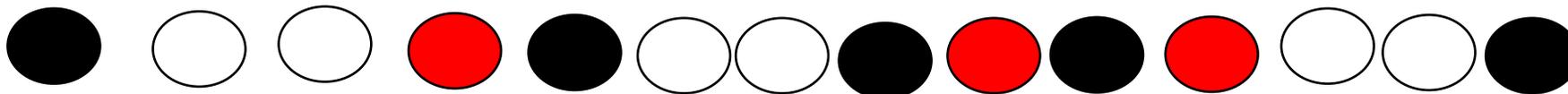
№ 2. Из корзины содержащей, 6 белых шаров, 5 черных и 3 красных, достают наугад 4 шара. Найти вероятность, что среди вынутых шаров есть хотя бы по одному шару каждого цвета.



№ 2. Из корзины содержащей, 6 белых шаров, 5 черных и 3 красных, достают наугад 4 шара. Найти вероятность, что среди вынутых шаров есть хотя бы по одному шару каждого цвета.

Решение. Задачу можно переформулировать так: найти вероятность того, что вынуты три шара разного цвета (четвертый может быть любым).

Всего шаров $6+5+3=14$. Исход - выбор трех шаров из 14.



Всего исходов: $C_{14}^3 = 14!/(3!*11!) = 14*13*12/(2*3) = 364$

Благоприятный исход - выбраны 3 разных по цвету шара, а четвертый шар - любого цвета из оставшихся 11 шаров.

Количество благоприятных исходов равно $C_6^1 * C_5^1 * C_3^1 = 6*5*3=90$

$P=90/364 = 0,247$

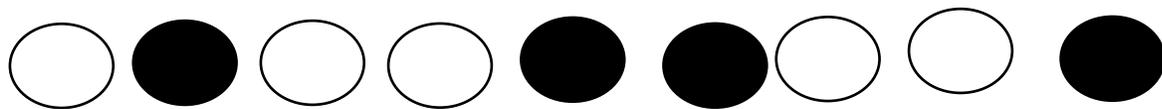
№ 3. В корзине 5 белых и 4 черных шара. Из урны наугад вынимают два шара. Какова вероятность того, что это будет:

- а) два белых шара;***
- б) два черных шара;***
- в) один черный и один белый.***



№ 3. В корзине 5 белых и 4 черных шара. Из урны наугад вынимают два шара. Какова вероятность того, что это будет:

- а) два белых шара;
- б) два черных шара;
- в) один черный и один белый.



Решение.

а) **Вероятность, что первый шар белый $P=5/9$**

Осталось 4 белых, всего 8 шаров, вероятность вытащить второй белый = $4/8=1/2$
 $P=5/9 * 1/2 = 5/18 = 0,28$

б) $P=4/9 * 3/8 = 1/6$

в) Вероятность, что первый черный, а второй белый $P=4/9 * 5/8 = 5/18$

Вероятность, что первый белый, а второй черный $P=5/9 * 4/8 = 5/18$

Окончательно, вероятность, что 1 белый и один черный $P=5/18 + 5/18 = 10/18 = 5/9$

№ 3. В корзине 2 белых и 8 черных шаров. Из урны извлекают 2 шара.

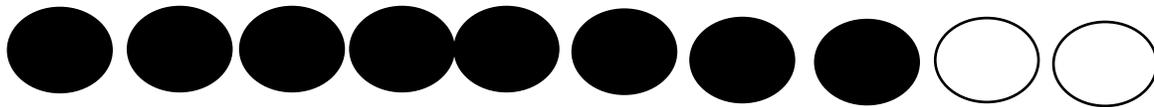
- Какова вероятность того,
а) что эти шары черного цвета?
б) одинаковые?
в) разных цветов?



№ 3. В урне 2 белых и 8 черных шаров. Из урны извлекают 2 шара.

Какова вероятность того,

- 1) что эти шары черного цвета?
- 2) одинаковые?
- 3) разных цветов?



Решение. Всего шаров в первой урне 10.

1) Вероятность извлечь первым черный шар из первой урны равна $8/10$, останется 9 шаров, из них 7 черных. Вероятность извлечь черны шар равна $7/9$.

Вероятность того, что первый черный и второй черный $P1=8/10*7/9= 28/45 = 0,6222.. \approx 0,62$

2) Аналогично находим, что оба шара белые.

$$P2 = 2/10 * 1/9 = 1/45 \approx 0,02$$

Вероятность, что оба шара одного цвета (или оба черные или оба белые) равна

$$P = P1+P2 = 28/45+1/45 = 29/45 = 0,64$$

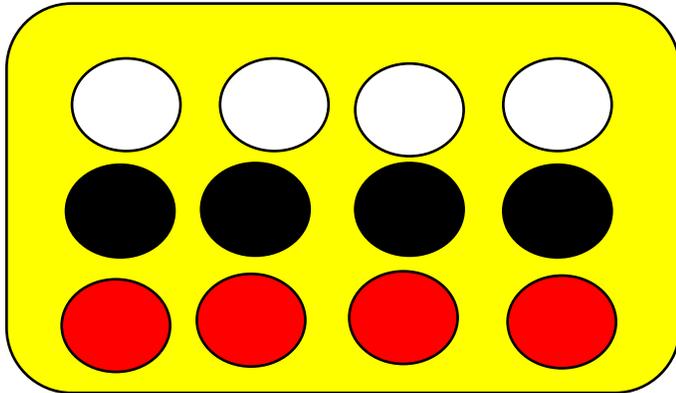
3) Вероятность, что первый белый, а второй черный $P3= 2/10 * 8/9 = 8/45$

Вероятность, что первый черный, а второй белый $P4 = 8/10 * 2/9 = 8/45$

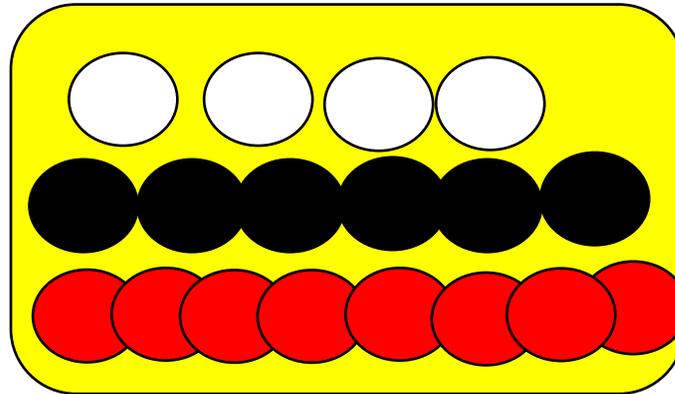
$$P = P3+P4 = 16/45 = 0,35$$

№4. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 4 белых, 4 черных и 4 красных шара, во второй – 4 белых, 6 черных и 8 красных шаров, а в третьей – 6 белых и 6 черных шаров. Наудачу выбирается урна и из нее наугад выбирается один шар. Выбранный шар оказался красным. Какова вероятность того, что этот шар вынут из второй урны?

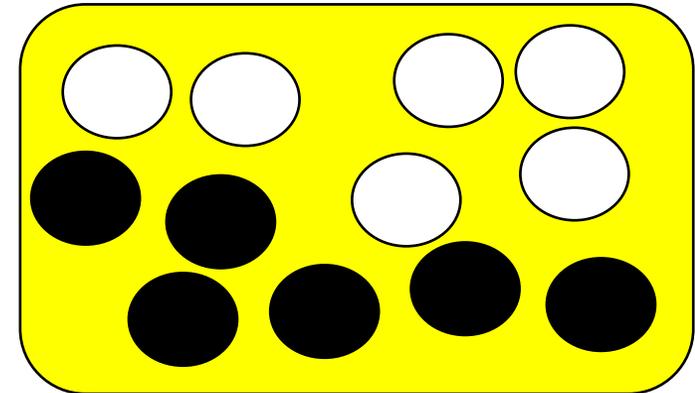
1 урна



2 урна

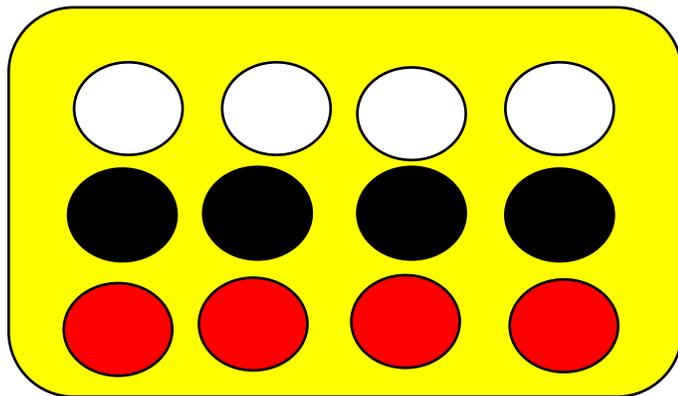


3 урна

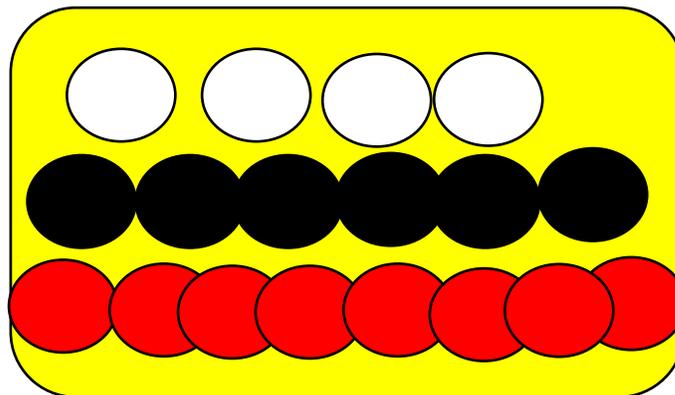


№4. Имеются три одинаковые урны. В первой урне находятся 4 белых, 4 черных и 4 красных шара, во второй – 4 белых, 6 черных и 8 красных шаров, а в третьей – 6 белых и 6 черных шаров. Наудачу выбирается урна и из нее наугад выбирается один шар. Выбранный шар оказался красным. Какова вероятность того, что этот шар вынут из второй урны?

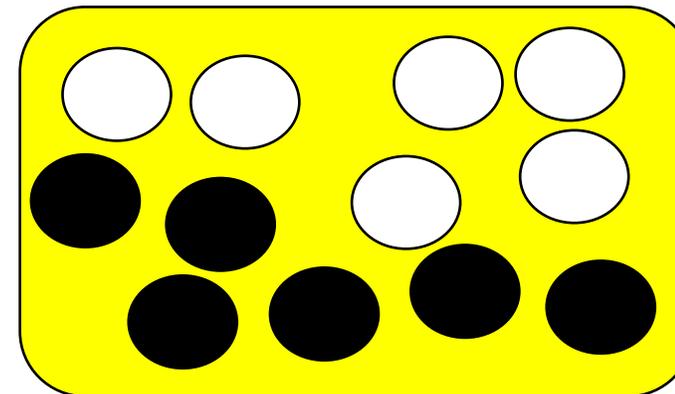
1 урна



2 урна



3 урна



Гипотезы H_1, H_2, H_3 - шар вынут, соответственно, из 1-й, 2-й, третьей урны. $P(H_1) = P(H_2) = P(H_3) = 1/3$

$$P(A|H_1) = 4/12 = 1/3$$

$$P(A|H_2) = 8/18 = 4/9$$

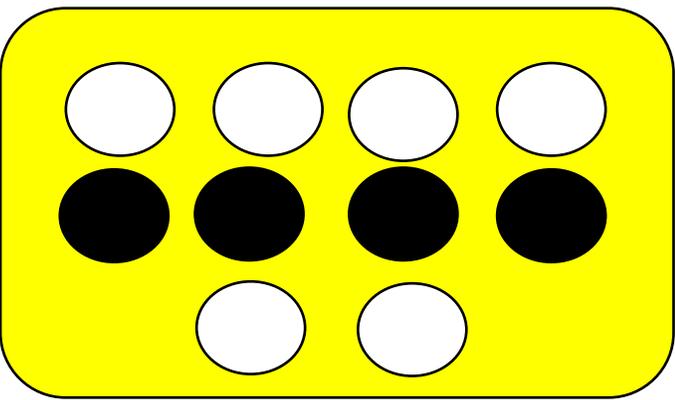
$$P(A|H_3) = 0/12 = 0$$

$$P(A) = 1/3 * (1/3 + 4/9 + 0) = 1/3 * 7/9 = 7/27$$

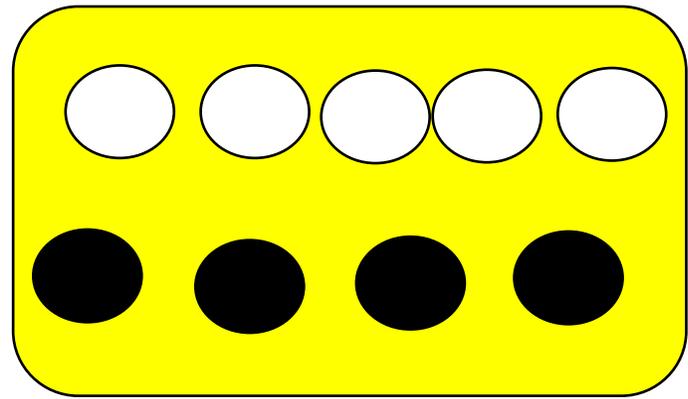
$$P(H_2|A) = P(H_2) * P(A|H_2) / P(A) = (1/3 * 4/9) / (7/27) = 4/7$$

№5. В первой урне находится 6 белых и 4 черных шаров, а во второй - 5 белых и 4 черных. Из первой урны во вторую переложили один шар, после чего из второй урны извлекли один шар, оказавшийся белым. Какова вероятность того, что из первой урны во вторую был переложен белый шар?

1 урна



2 урна



Решение.

H1 - выбран белый шар из 1-й корзины;

H2 - выбран черный шар из 1-й корзины

A - выбран белый шар из 2-й корзины



$$P(H1) = 6/10 = 0,6$$

$$P(H2) = 4/10 = 0,4$$

P(A/H1) = 6/10 = 0,6 {вероятность события A при условии, что произошло событие H1}

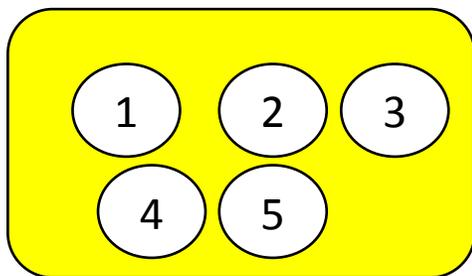
P(A/H2) = 5/10 = 0,5 {вероятность события A при условии, что произошло событие H2}

$$P(A) = P(H1) * P(A/H1) + P(H2) * P(A/H2) = 0,6 * 0,6 + 0,4 * 0,5 = 0,56$$

$$P(H1/A) = [P(A/H1) * P(A)] / P(A) = (0,6 * 0,56) / 0,56 = 0,56$$

Ответ: 0,56

№6. Из урны, содержащей 5 шаров с номерами от 1 до 5, последовательно извлекаются два шара, причем первый шар возвращается, если номер не равен единице. Определить вероятность того, что шар с номером два будет извлечен при втором извлечении.



Решение.

Событие А: извлекли первый шар с номером 1 (вероятность равна $1/5$), то его не вернут, и вероятность вынуть затем шар №2 равна $1/4$.

$$P(A) = 1/5 * 1/4 = 1/20.$$

Событие В: извлекли шар №2 с вероятностью $1/5$, осталось 4 шара, вероятность вторым вынуть шар №2 равна 0.

$$P(B) = 1/5 * 0 = 0$$

Событие С: первым извлекли шар №3 или №4 или №5. Вероятность равна $3/5$, вероятность вынуть вторым шар №2 равна $1/5$ (так первый шар вернули).

$$P(C) = 3/5 * 1/5 = 3/25$$

$$P = P(A) + P(B) + P(C) = 1/20 + 0 + 3/25 = 0,05 + 0,12 = 0,17$$