

Деление

с

остатко

М

$$a = b \cdot c + d$$





Евклид —
первый
математик
Александрийско
й школы в 3 в.
до н. э



е

Деления с остатком
произвольного целого
числа a на целое
число b , которое
отлично от нуля..

Для $b=0$ деление с
остатком не определяют,
также как не
определяют деление
целого числа на нуль без
остатка.



е

$$a = b \cdot c + d$$

Делимое

Делитель
ь

Неполно
е
частное

Остаток



Задача

В гости к бабушке пришли 4 внука. Бабушка решила угостить внуков конфетами. В вазочке было 23 конфеты. Сколько конфет достанется каждому внуку, если бабушка предложит поделить конфеты поровну?



$$23 : 4 = 5 \text{ (остаток 3)}$$

Такая запись указывает, что в делимом содержится 4 раза по 5 и ещё 3 единицы, то есть:

$$23 = 4 \cdot 5 + 3$$

Делимое

Делитель

Неполное
частное

Остаток



Вывод:

**Остаток не может
быть больше
делителя.**

$$d < b$$



дале

е

Теорема о делимости целых чисел с остатком

$$a = |b| \cdot q_1 + r \quad |b| \cdot |q_1 - q| \geq |b|$$

$$0 \leq r < |b| \quad |r - r_1| < |b| \quad |b| \cdot |q_1 - q| \geq |b|$$

$$0 \leq r_1 < |b| \quad |r - r_1| = |b| \cdot |q_1 - q|$$

$$|r - r_1| = |b| \cdot (q_1 - q)$$

$$|r - r_1| = |b| \cdot |q_1 - q|$$

$$0 \leq r < |b| \quad 0 \leq r_1 < |b|$$

$$|r - r_1| < |b|$$

$$|q_1 - q| \geq 1$$



дале

е

**Связи между
делимым,
делителем,
неполным
частным и
остатком**

$$a = b \cdot c + d$$



е

**Деление с
остатком
целых
положительн
ых чисел,
примеры**

$$\begin{array}{r} 14671 \mid 54 \\ - 108 \\ \hline 387 \\ - 378 \\ \hline 91 \\ - 54 \\ \hline 37 \end{array}$$



дале

е

**Правило
деления с
остатком
целого
положительного
числа на
целое
отрицательное,
примеры**

Алгоритм деления
с остатком целого
положительного
числа на целое
отрицательное.



далее

е

**Деление с
остатком
целого
отрицательног
о числа на
целое
положительно
е, примеры**

$$d = a - b \cdot c$$



далее

е

**Правило
деления с
остатком
целых
отрицательны
х чисел,
примеры**

$$\begin{array}{r} 1404 \mid 26 \\ -1300 \\ \hline 104 \\ -104 \\ \hline 0 \end{array}$$



дале

е

**Проверка
результата
деления
целых чисел с
остатком**

$$0 \leq d < |b|$$

$$a = b \cdot c + d$$



далее

е