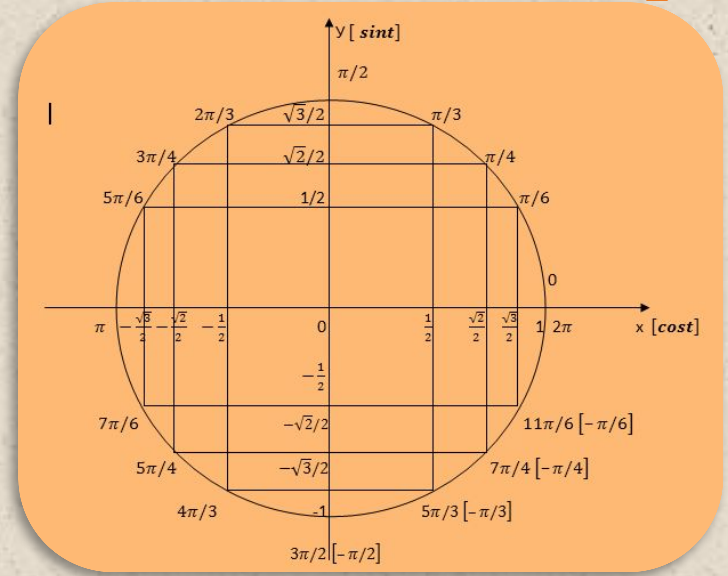
Тригонометрия

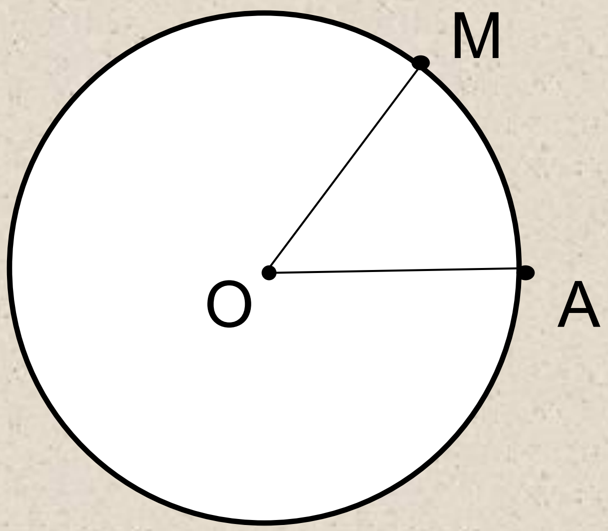
Числовая окружность. Формулы.

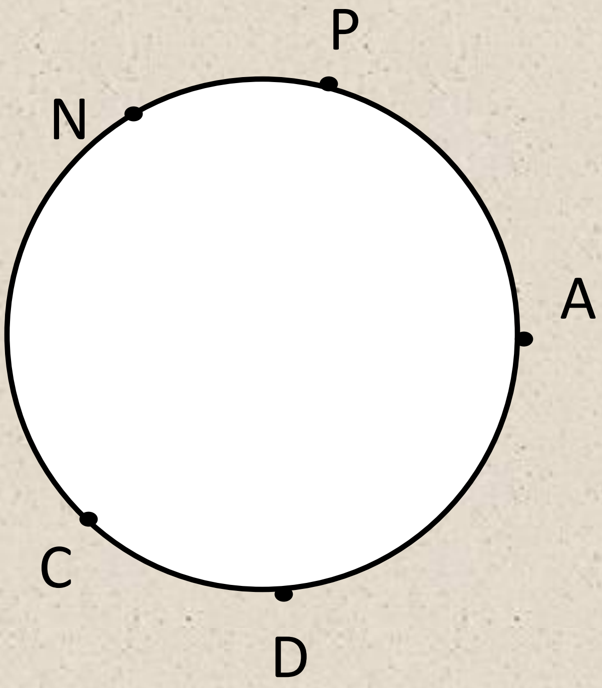


$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

Попкова Т.Г. МОУ СОШ № 2 Горячий Ключ

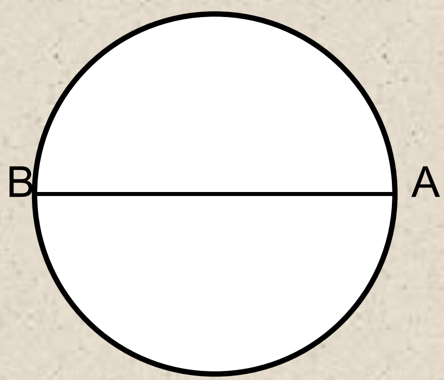
Окружность



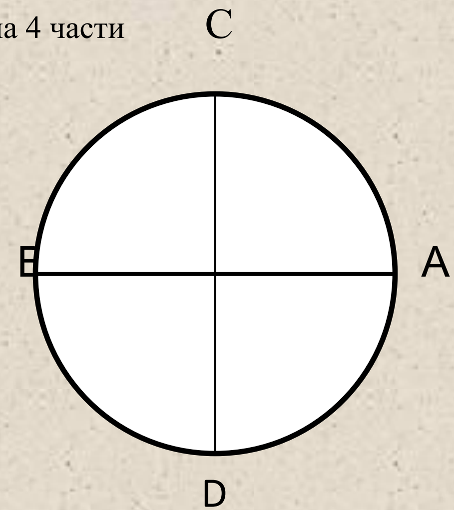


Деление на части

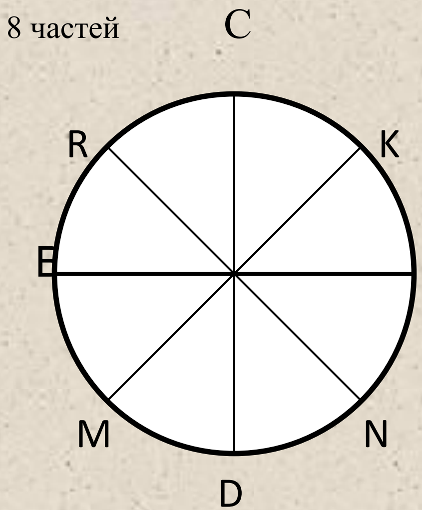
1)на 2 части



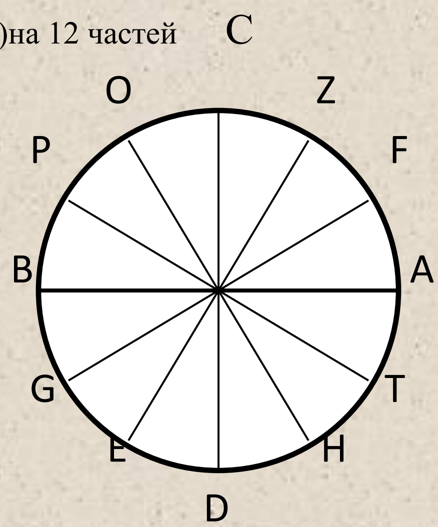
2)на 4 части



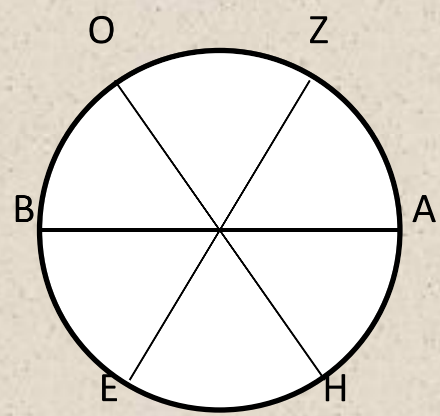
3)на 8 частей



4)на 12 частей



5)на 6 частей



Указать длины дуг: 2)AD

3)AR, KM, ND, AM, NA

4)AO, AG, CB, CE, AT, AE, PE

5)AZ, ZB, AB, ZH, OZ

Отметить на числовой окружности точки M(t) такие, что:

1) $t = 1;\ 4;\ -3$

2) $t = \pi;\ \pi/3;\ -\pi/6;\ 7\pi$

3) $t = -0{,}5\pi;\ 2{,}5\pi;\ -0{,}75\pi$

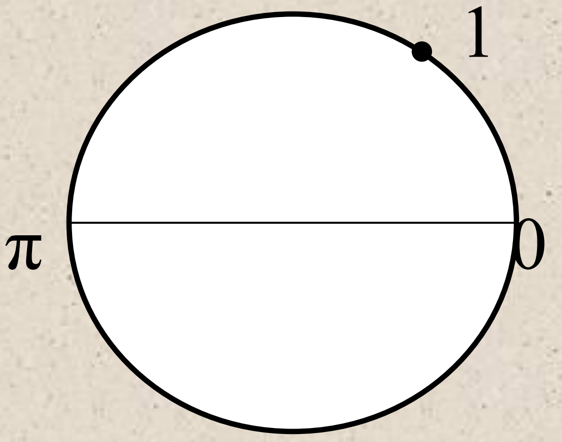
4) $t = 2\pi/3;\ -5\pi/6;\ 7\pi/4;$

5) $t = -11\pi/3;\ 25\pi/6;\ 19\pi/4$

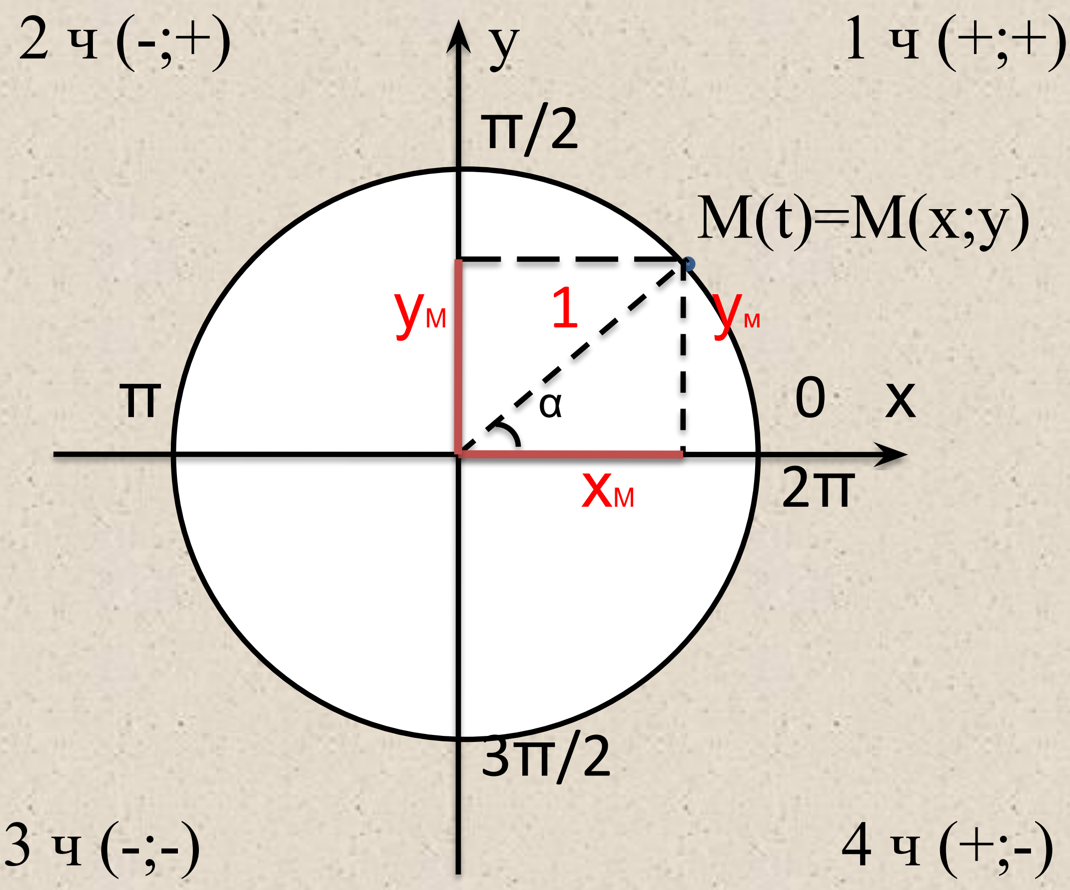
1 рад≈57°

π≈3,14

π(рад)=180°



Числовая окружность в системе координат.



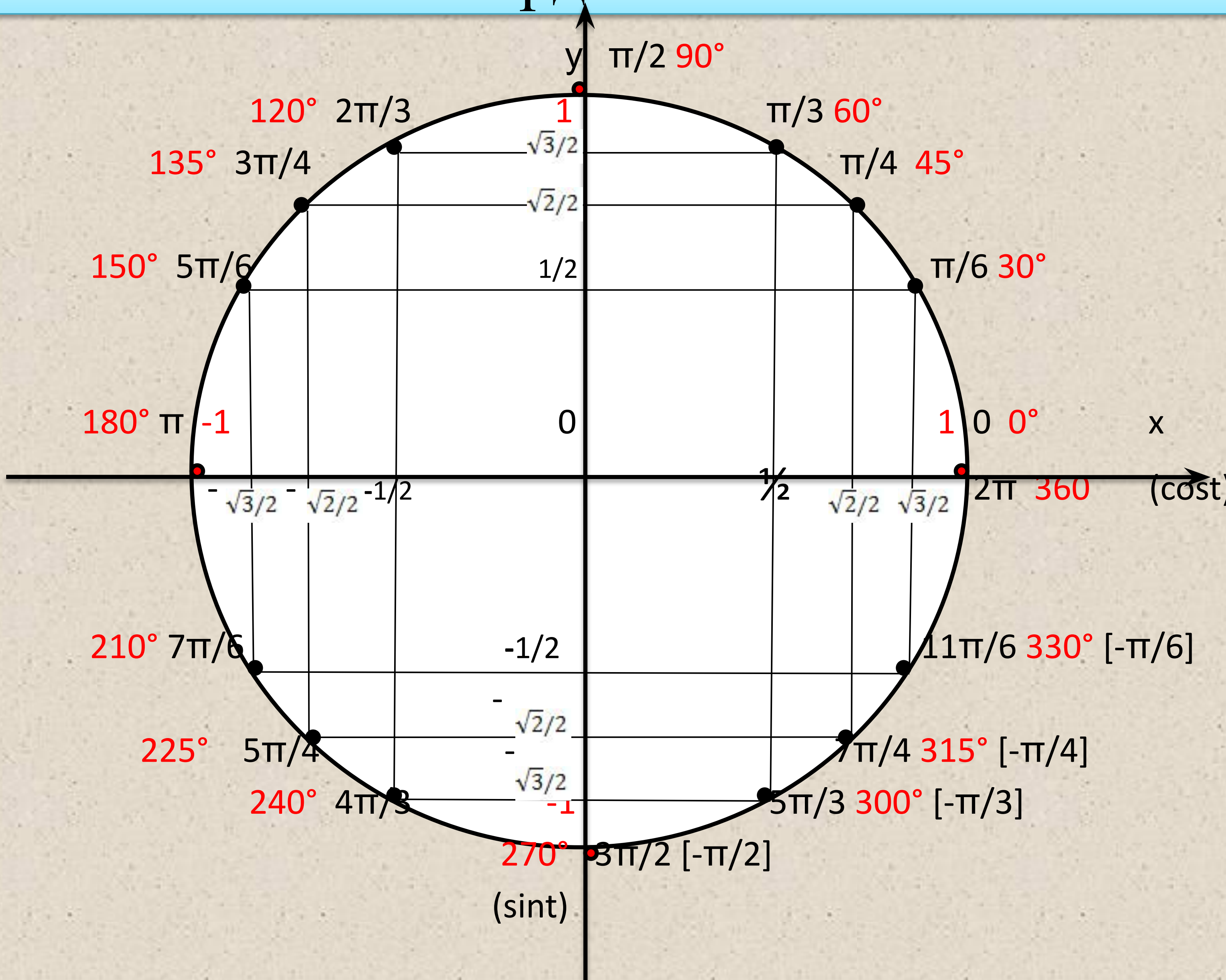
$x_м = \cos\alpha = \cos t$

$y_М = \sin\alpha = \sin t$

$y/x = \operatorname{tg} t$

$x/y = \operatorname{ctg} t$

Координаты

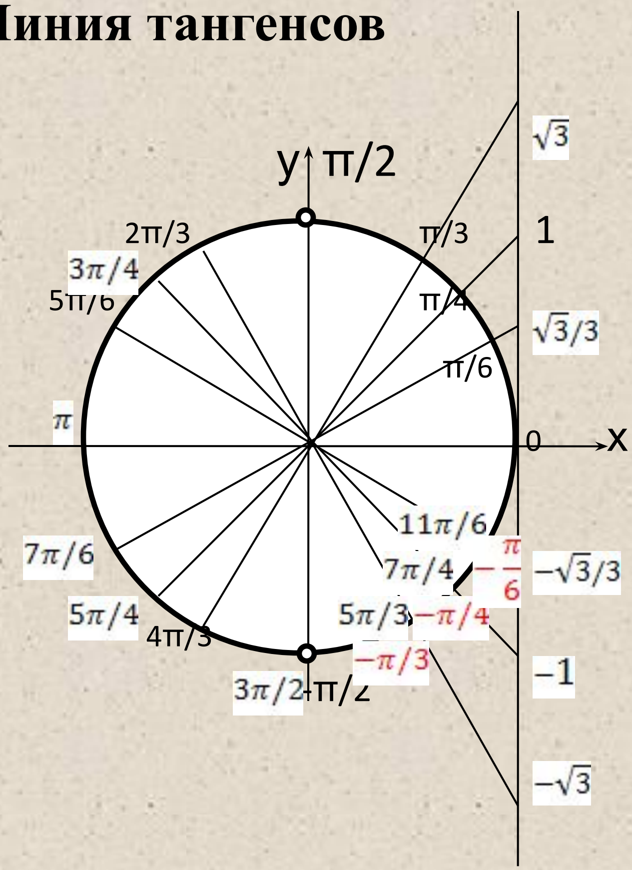


y
π/2 90°
1
120° 2π/3
π/3 60°
√3/2
135° 3π/4
π/4 45°
√2/2
150° 5π/6
π/6 30°
1/2
180° π -1
0
1 0 0°
x
- √3/2
- √2/2
-1/2
½
√2/2
√3/2
2π 360
(cost)
210° 7π/6
-1/2
11π/6 330° [-π/6]
- √2/2
225° 5π/4
7π/4 315° [-π/4]
- √3/2
240° 4π/3
-1
5π/3 300° [-π/3]
270°
3π/2 [-π/2]
(sint)

Тангенс и котангенс

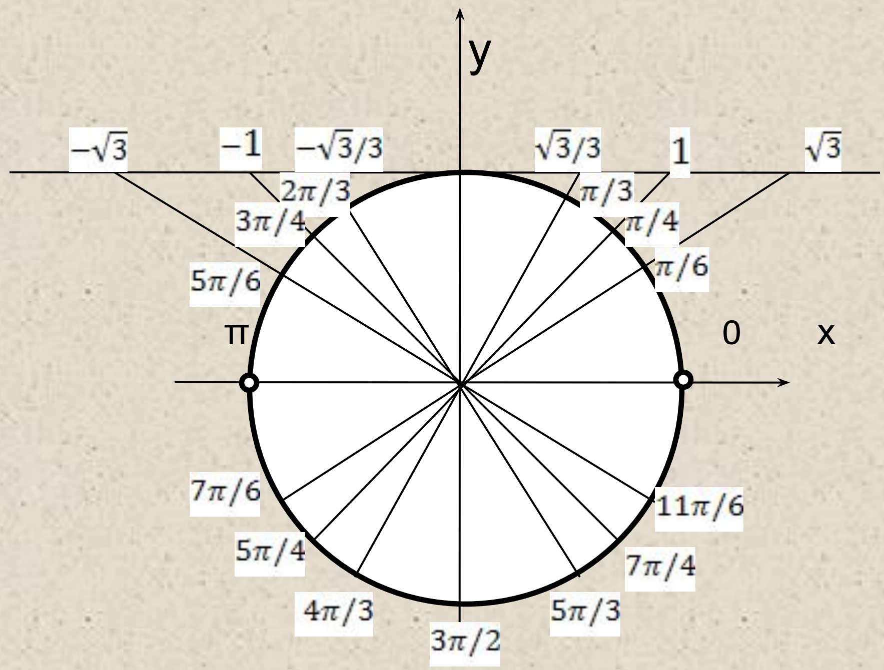
Линия тангенсов

tg t ЄR , но t ‡ $\pi/2$ + π k, kЄZ



ctg t ЄR, но t ‡ 0 + πk, kЄZ

Линия котангенсов



Знаки и значения

1.sint > 0 в 1ч и 2ч;
sint < 0 в 3ч и 4ч;
sint Є [-1;1]

2.cost > 0 в 1ч и 4ч;
cost < 0 в 2ч и 3ч;
cost Є [-1;1]

1)$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

2) $y^2 + x^2 = 1$

3. tgt > 0 в 1ч и 3ч;
tgt < 0 в 2ч и 4ч;
tgt Є R

4.ctgt > 0 в 1ч и 3ч;
ctgt < 0 в 2ч и 4ч;
ctgt Є R

3)tgt = sint/cost ; ctgt = cost/sint

4)tgt = y/x ; ctgt = x/y

5)tgt·ctgt = 1

Самостоятельная работа № 1

1 вариант | **2 вариант** | **3 вариант**

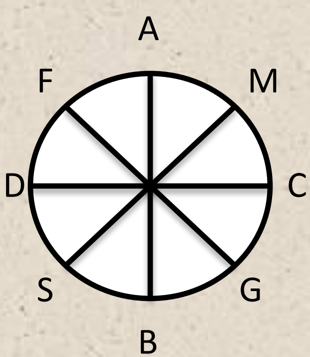
1.На числовой окружности отметить числа:

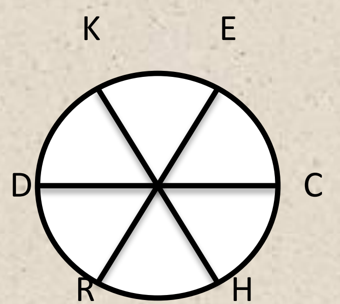
1 вариант: $13\pi/6$; -1; 10π

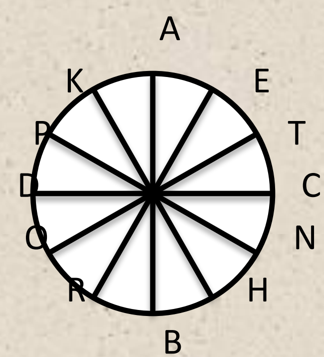
2 вариант: $9\pi/4$; 2; -8π

3 вариант: $-5\pi/3$; 3; 6π

2.Единичная окружность разбита на части:







Найдите длины следующих дуг:

1 вариант: CA, CS, CG, BD

2 вариант: CE, CR, CH, HR

3 вариант: CT, CP, CN, RD

3.Определить знак числа:

1 вариант:

1) $\cos 95°$
2) $\sin 7\pi/3$
3) $\operatorname{tg}(-\pi/6)$

2 вариант:

1) $\cos 280°$
2) $\sin 11\pi/6$
3) $\operatorname{tg}(-\pi/4)$

3 вариант:

1) $\cos 190°$
2) $\sin 13\pi/4$
3) $\operatorname{tg}(-\pi/3)$

Работа с формулами

№1. Дано: cost=0,4; 90°<t<180°

Найти: sint .

Решение:

1 способ.

1) $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$,

$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$,

$\sin^2 t = 1 - 0{,}16$,

$\sin^2 t = 0{,}84$,

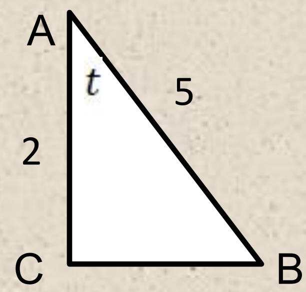
Т.К. tЄ2ч, то sint>0

sint=+ $\sqrt{0{,}84}$

sint = $\sqrt{\frac{84}{100}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

2 способ. cos t = 2/5 ; CB= $\sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$



Т.К. tЄ2ч, то sin t>0 . Значит, sin$\frac{\sqrt{21}}{5}$

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Основные тригонометрические тождества

1. $sin^2t + cos^2t = 1$ $, 1 - sin^2t = cos^2t$

$1 - cos^2t = sin^2t$

2. $tgt = \frac{sint}{cost}$

3. $ctgt = \frac{cost}{sint}$

4. $tgt \cdot ctgt = 1$

5. $tg^2t + 1 = \frac{1}{cos^2t}$

6. $ctg^2t + 1 = \frac{1}{sin^2t}$

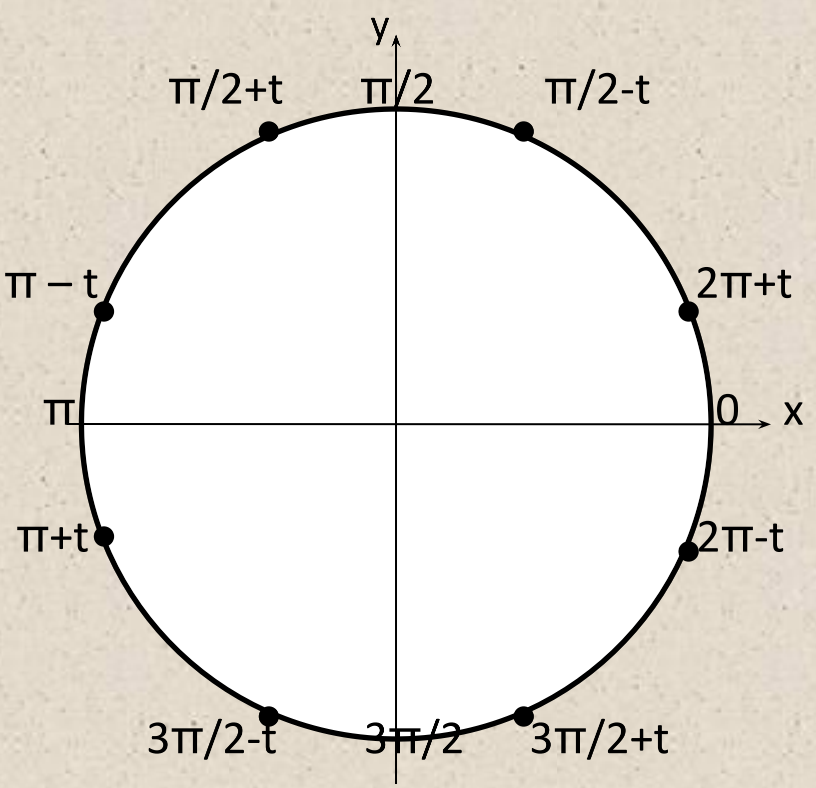
7. $\sin(-t) = -sint$

8. $tg(-t) = -tgt$

9. $ctg(-t) = -ctgt$

10. $\cos(-t) = cost$

Формулы приведения



1). Определить четверть

2).Определить знак функции в четверти

3).От ОХ – не меняем на ко функцию;

От ОУ – меняем на ко функцию.

Формулы сложения

1. $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$
2. $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$
3. $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$
4. $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

5. $$tg(x + y) = \frac{tgx + tgy}{1 - tgx \cdot tgy}$$

6. $$tgt(x - y) = \frac{tgx - tgy}{1 + tgx \cdot tgy}$$

Формулы двойного и половинного аргумента

1. $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$;

2. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$;

3. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$;

4. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$;

5. $tg2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x}$;

6. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$

7. $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$

Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

1. $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$

2. $\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cdot\cos\frac{x+y}{2}$

3. $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$

4. $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$

5. $A\cos x + B\sin x = \sqrt{A^2+B^2}\cos(x-\varphi)$, где

$\varphi = \arccos\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ - *вспомогательный угол*