

Построение графиков функций, содержащих знак модуля

Научно-исследовательский проект.

Автор проекта:
Гребень Юлия Алексеевна
учащаяся 10 «А» класса
МОУ гимназии №40
Г. Краснодара

Научный руководитель –
учитель математики,
МОУ гимназии №40
г. Краснодара
Шмитько Ирина Анатольевна



2007-08 г.г.

Содержание.

I. Введение.

II. Основная часть.

1) Понятия и определения.

2) Теоремы, следствия.

3) Построение графиков.

III. Заключение.

IV. Список используемой литературы.

I. Введение.

- ◆ Объект исследования – математика.
- ◆ Предмет исследования – функции, содержащие знак модуля.
- ◆ Проблема исследования: построение графиков функций, содержащих модуль.
- ◆ Цель исследования: получение более широких знаний о модуле числа, различных способах решения уравнений, содержащих знак абсолютной величины.
- ◆ Задача исследования: использование различных методов исследования (теоретический, практический, исследовательский), расширение познавательного интереса к изучению алгебры, углубление знаний по теории модуля и решение задач, выходящих за страницы школьных учебников.

- ◆ Слово «модуль» произошло от латинского слова «modulus», что в переводе означает «мера». Это многозначное слово, которое имеет множество значений и применяется не только в математике, но и в архитектуре, физике, технике, программировании и других точных науках.
- ◆ В архитектуре - это исходная единица измерения, устанавливаемая для данного архитектурного сооружения и служащая для выражения кратных соотношений его составных элементов.
- ◆ В технике - это термин, применяемый в различных областях техники, не имеющий универсального значения и служащий для обозначения различных коэффициентов и величин, например модуль зацепления, модуль упругости и т.п.
- ◆ Модуль объемного сжатия (в физике) - отношение нормального напряжения в материале к относительному удлинению.

II. Основная часть.

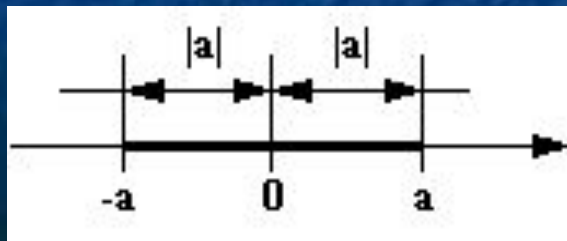
Понятия и определения.

- Чтобы глубоко изучать данную тему, необходимо познакомиться с простейшими определениями, которые мне будут необходимы:
- Уравнение - это равенство, содержащее переменные.
- Уравнение с модулем - это уравнение, содержащее переменную под знаком абсолютной величины (под знаком модуля). Например: $|x|=1$
- Решить уравнение - это значит, найти все его корни, или доказать, что корней нет.
- В математике модуль имеет несколько значений, но в моей исследовательской работе я возьму лишь одно из них.
- Модулем или иначе абсолютной величиной отрицательного числа называется противоположное ему положительное число, модулем положительного числа и числа ноль называется само это число.

Теоремы

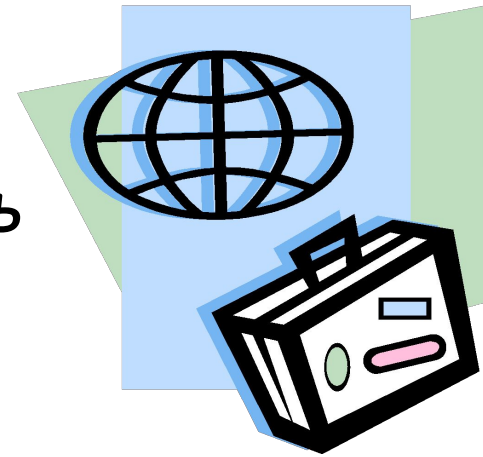
- **Теорема 1.** Абсолютная величина действительного числа $a \neq 0$ равна большему из двух чисел a или $-a$.
- **Следствие 1.** Из теоремы следует, что
$$|-a| = |a|.$$
- **Следствие 2.** Для любого действительного числа a справедливы неравенства $a \leq |a|$,
 $-a \leq |a|$
- Объединяя последние два неравенства в одно, получаем: $-|a| \leq a \leq |a|$

- **Теорема 2. Абсолютная величина любого действительного числа a равна арифметическому квадратному корню из a^2 :**
 $|a| = \sqrt{a^2}$
- Эта теорема дает возможность при решении некоторых задач заменять $|a|$ на $\sqrt{a^2}$
- Геометрически $|a|$ означает расстояние на координатной прямой от точки, изображающей число a , до начала отсчета.
- Если $a \neq 0$ то на координатной прямой существует две точки a и $-a$, равноудаленной от нуля, модули которых равны.
- Если $a = 0$, то на координатной прямой $|a|$ изображается точкой 0 .

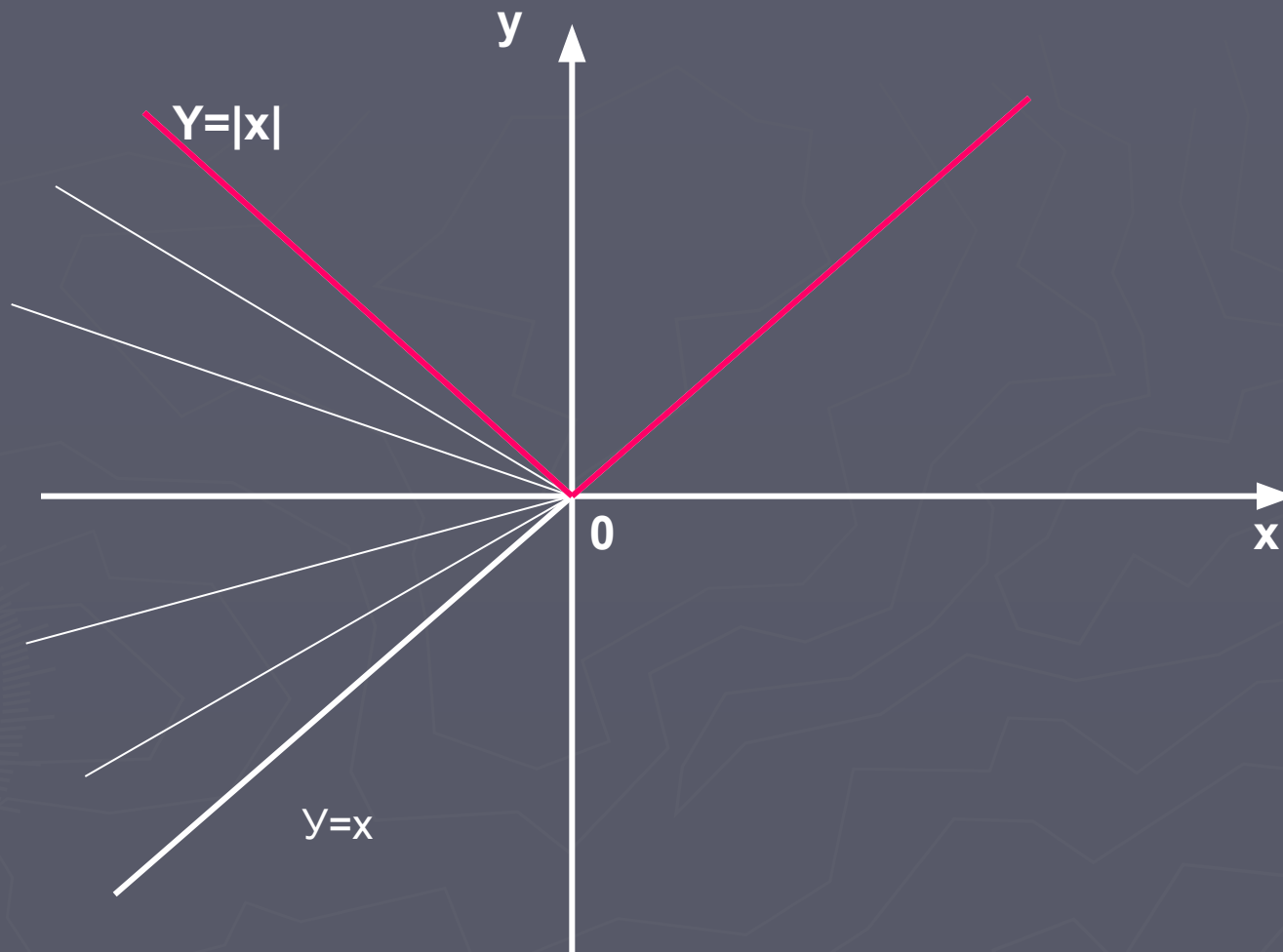


Функция $y = |x|$

- График функции $y = |x|$ получается из графика $y = x$ следующим образом: часть графика $y = x$, лежащая над осью x , сохраняется, часть его, лежащая ниже оси x , отображается симметрично относительно оси x .

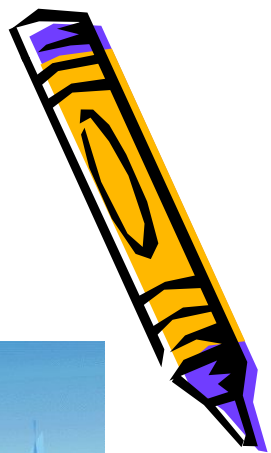
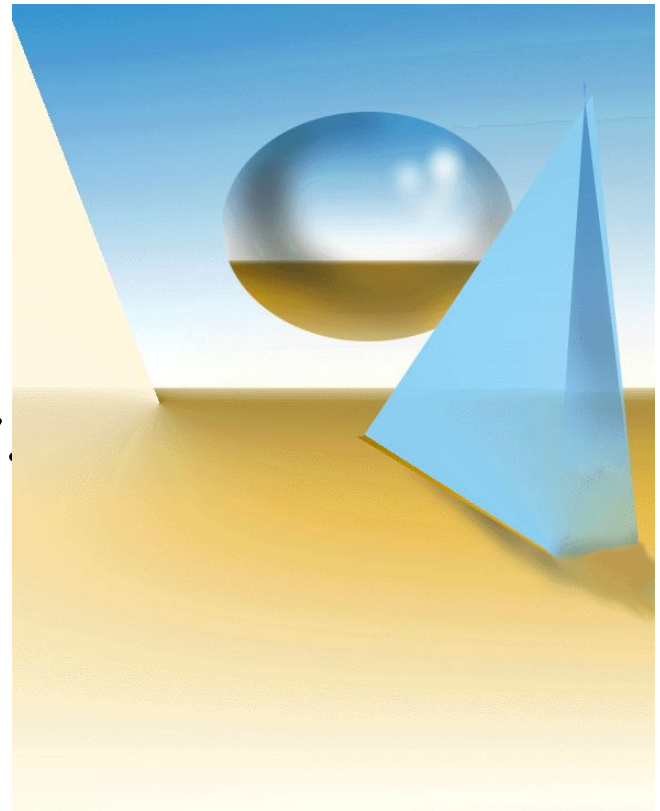


Функция $y = |x|$

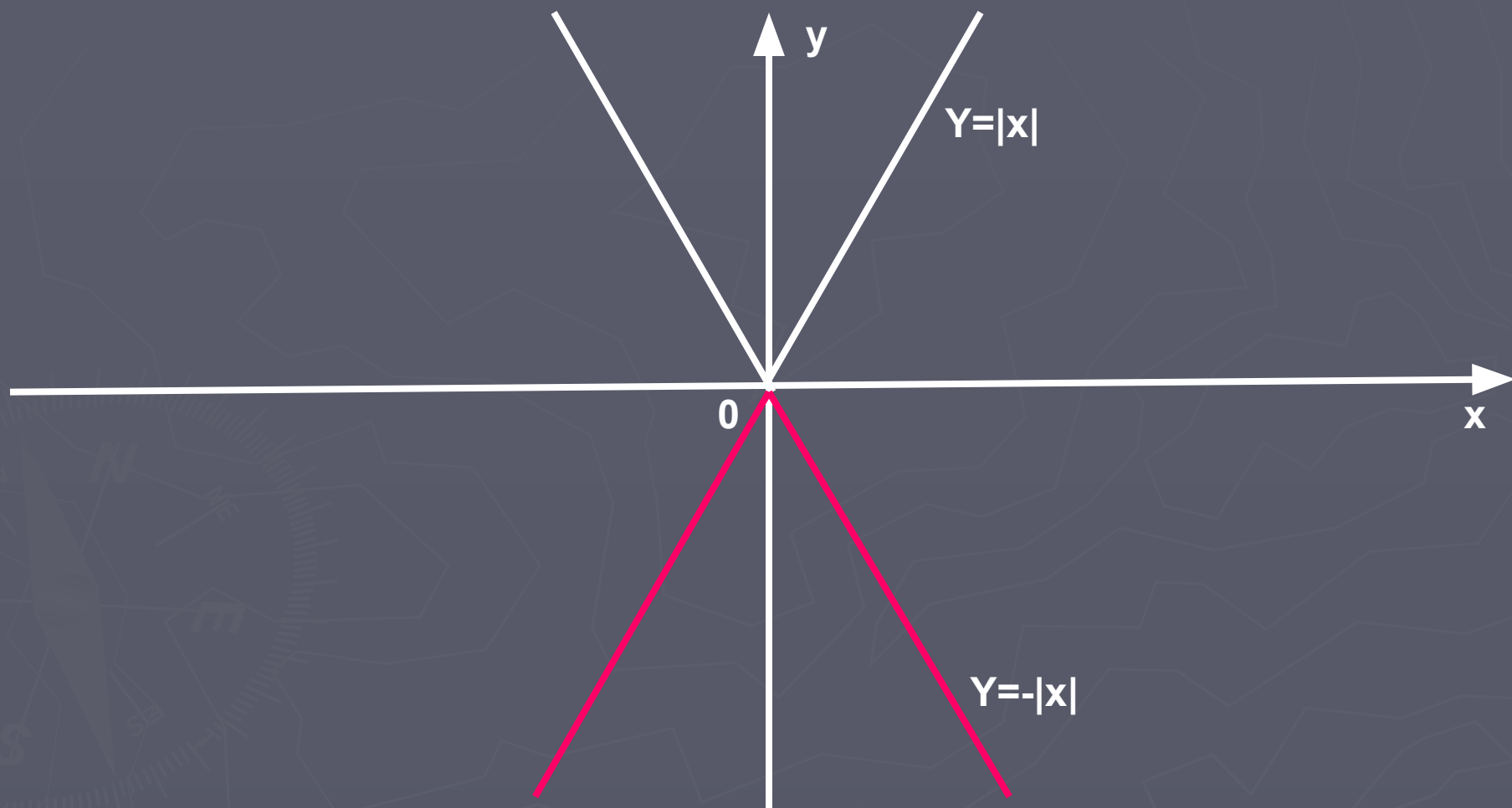


Функция $y = -|x|$

- График функции $y = -|x|$ получается симметричным отображением графика $y = |x|$ относительно оси x .



Функция $y = -|x|$



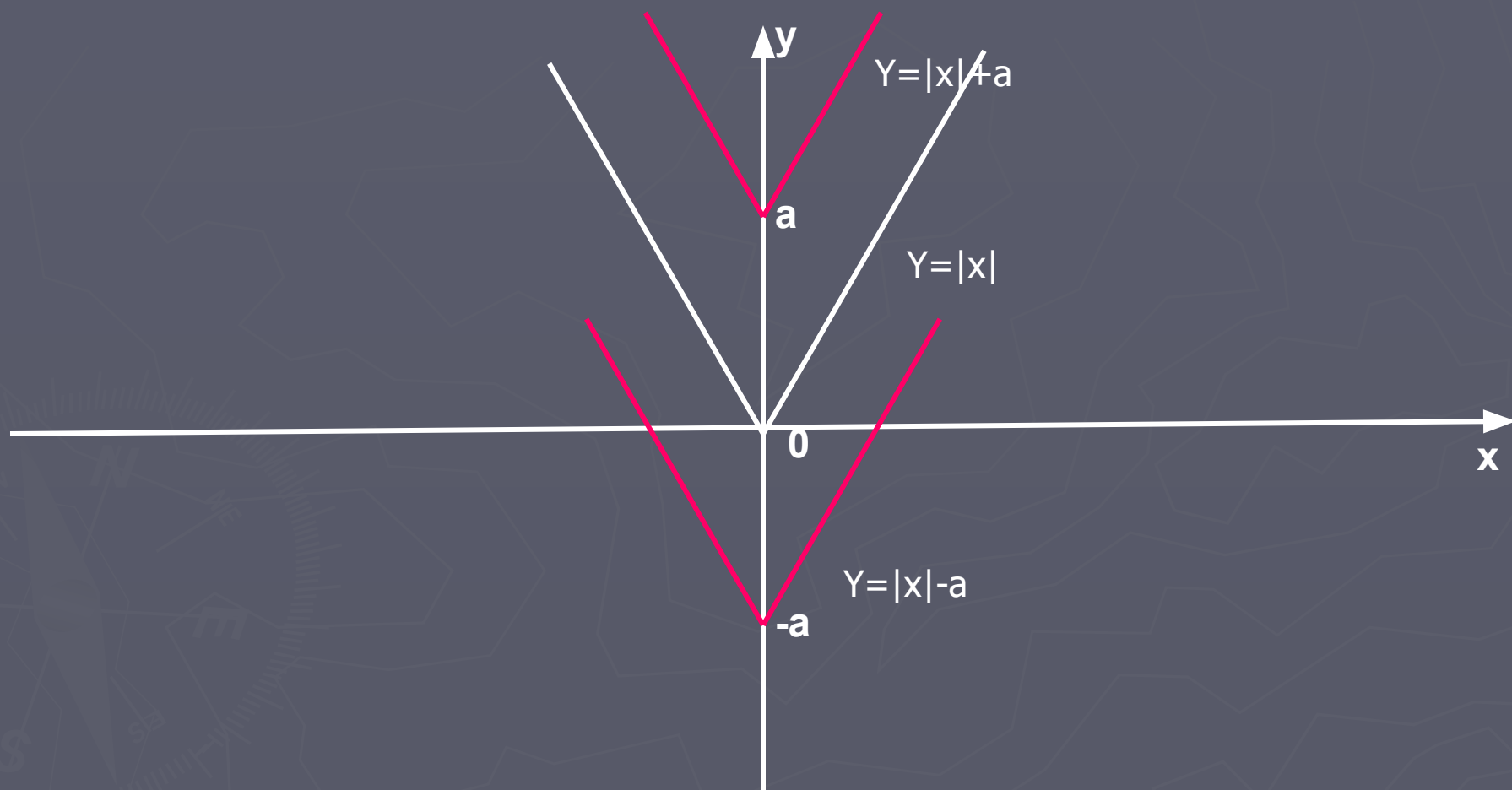
Функция $y=|x|+a$



- График функции $y=|x|+a$ получается параллельным переносом графика $y=|x|$ в положительном направлении оси y на a единицу отрезка при $a>0$ и в отрицательном направлении на $|a|$ при $a<0$.

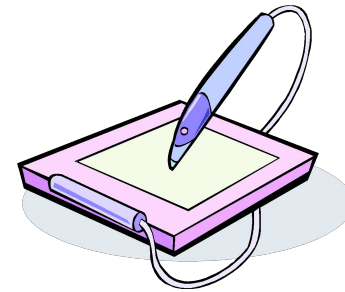


Функция $y = |x| + a$

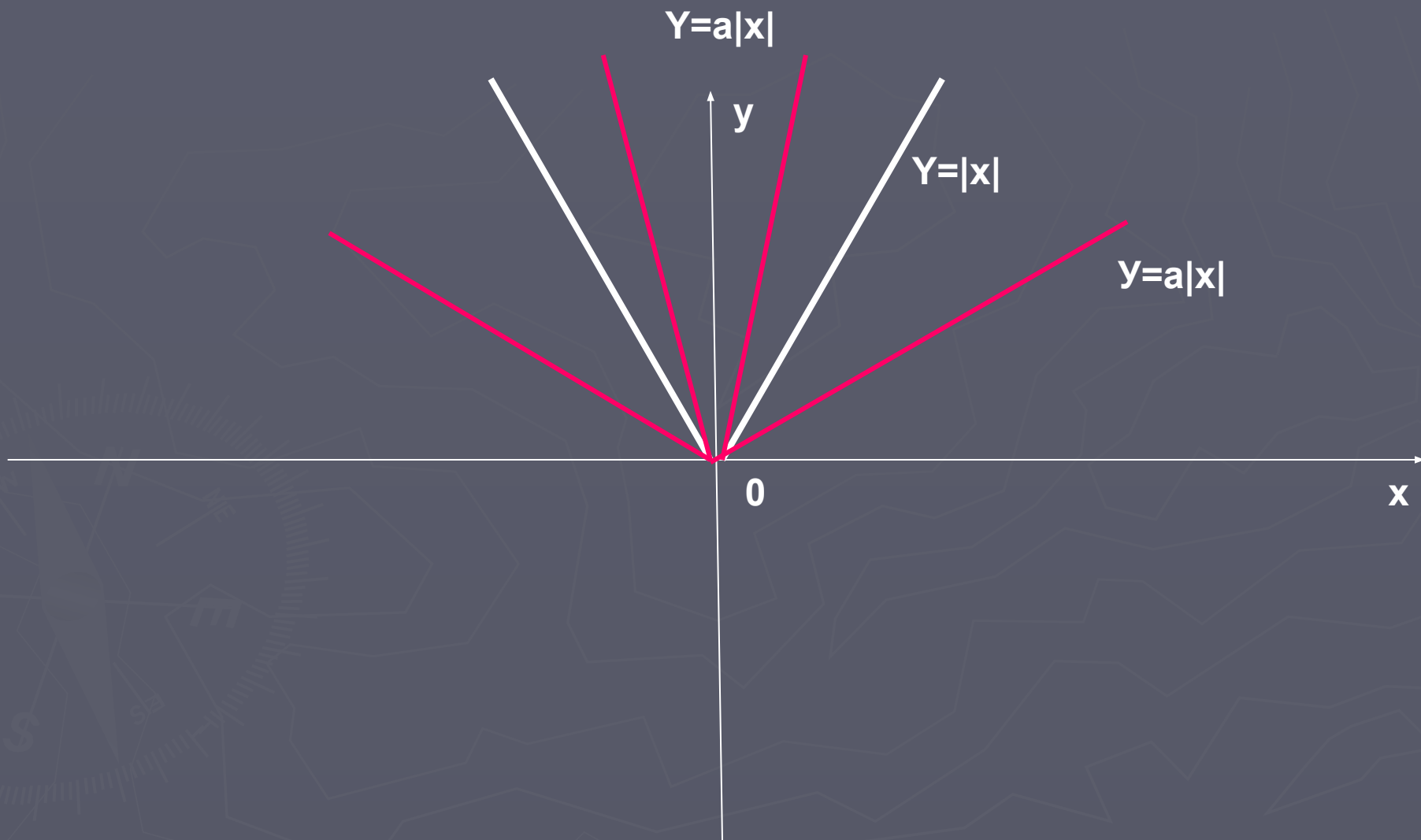


Функция $y=a|x|$

- График функции $y=a|x|$ получается растяжением графика $y=|x|$ вдоль оси y в a раз при $a>1$ и сжатием вдоль этой оси в $1/a$ раз при $0<a<1$.

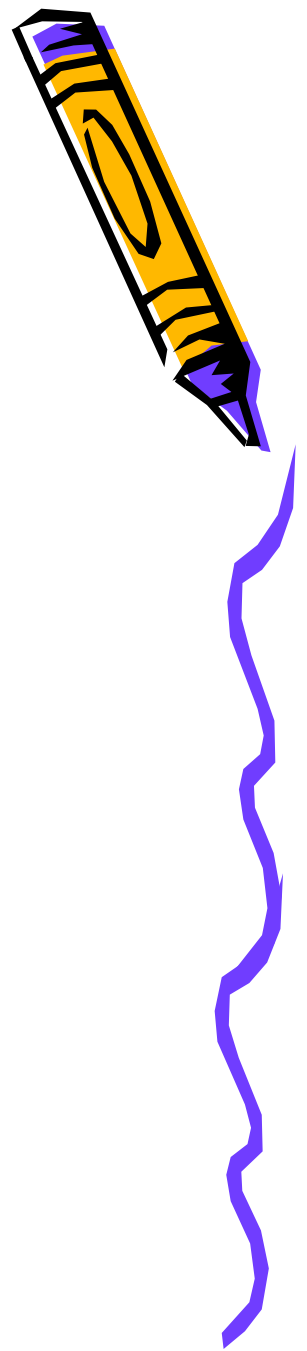


Функция $y=a|x|$

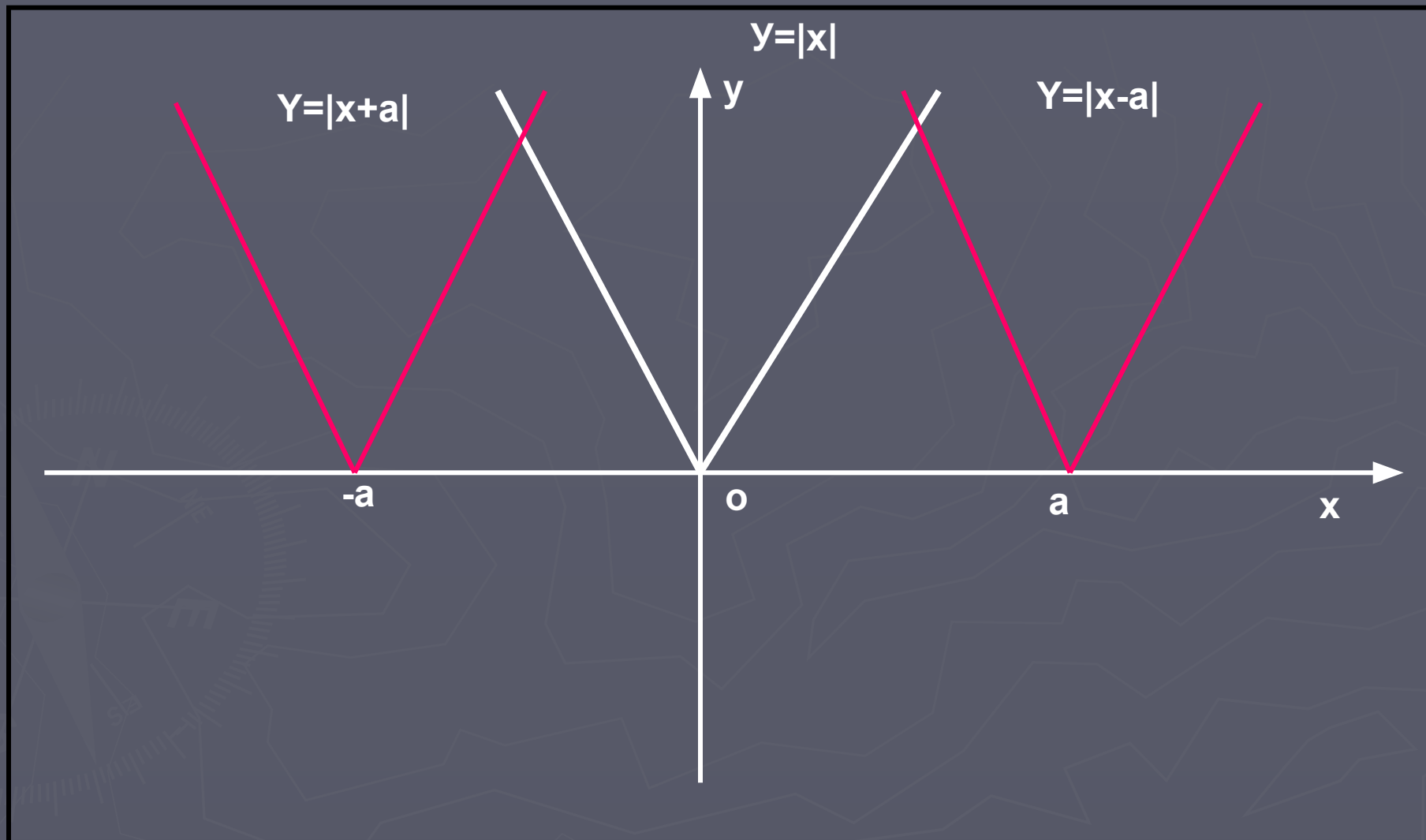


Функция $y = |x+a|$

- График функции $y = |x+a|$ получается параллельным переносом графика $y = |x|$ в отрицательном направлении от оси x на $|a|$ при $a > 0$ и в положительном направлении на $|a|$ при $a < 0$.



Функция $y = |x+a|$

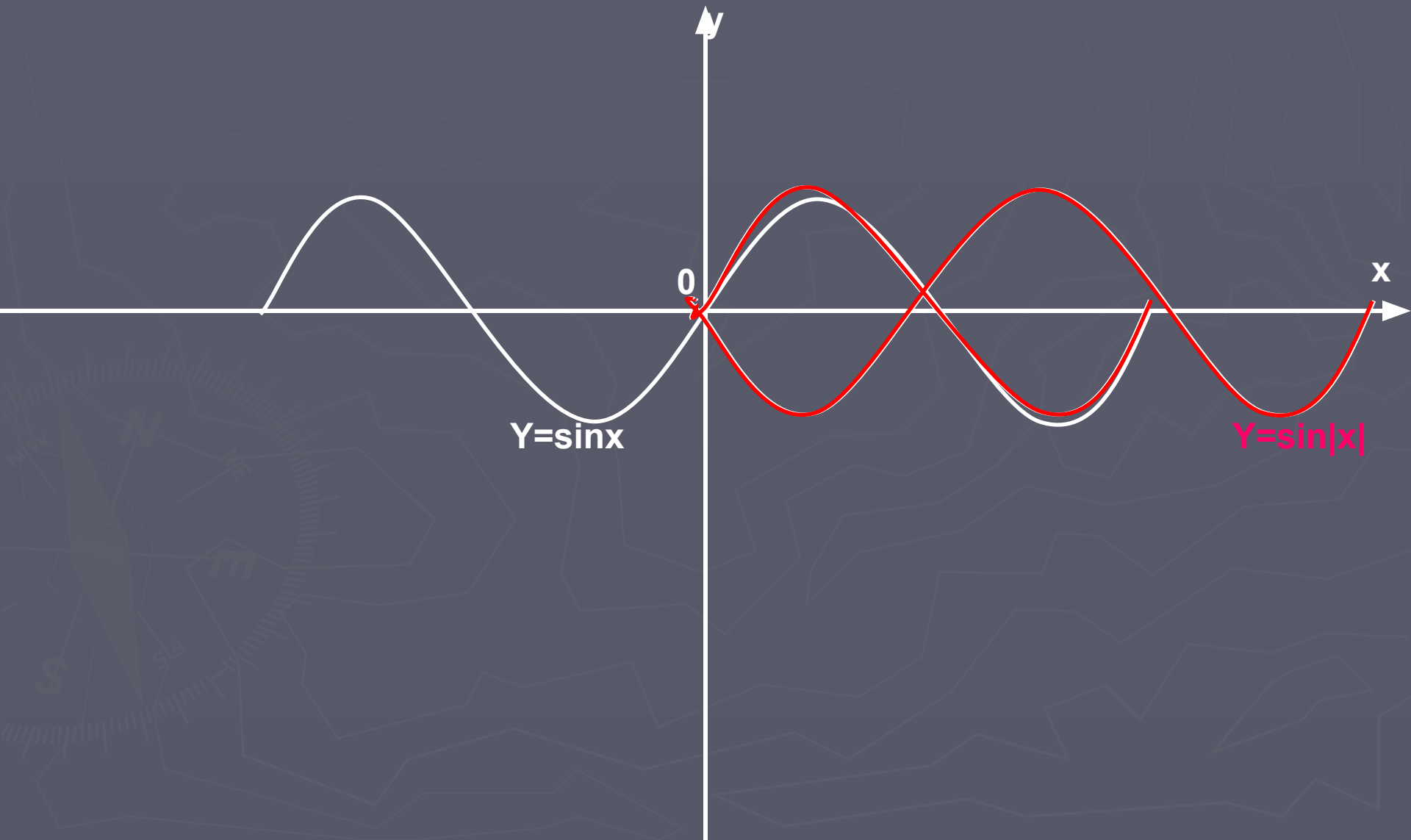


Функция $y=f(|x|)$

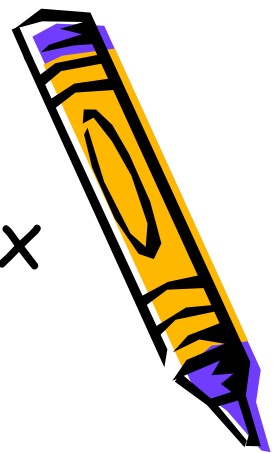
- График функции $y=f(|x|)$ получается из графика $y=f(x)$ следующим образом: 1) при $x>0$ график $f(x)$ сохраняется, 2) при $x<0$, полученная часть графика отображается симметрично относительно оси y .



Функция $y=f(|x|)$



От теории к практике



- Рассмотрим построение более сложных графиков.

- Построить график функции $y = ||x| + 2|$.
- Построение.

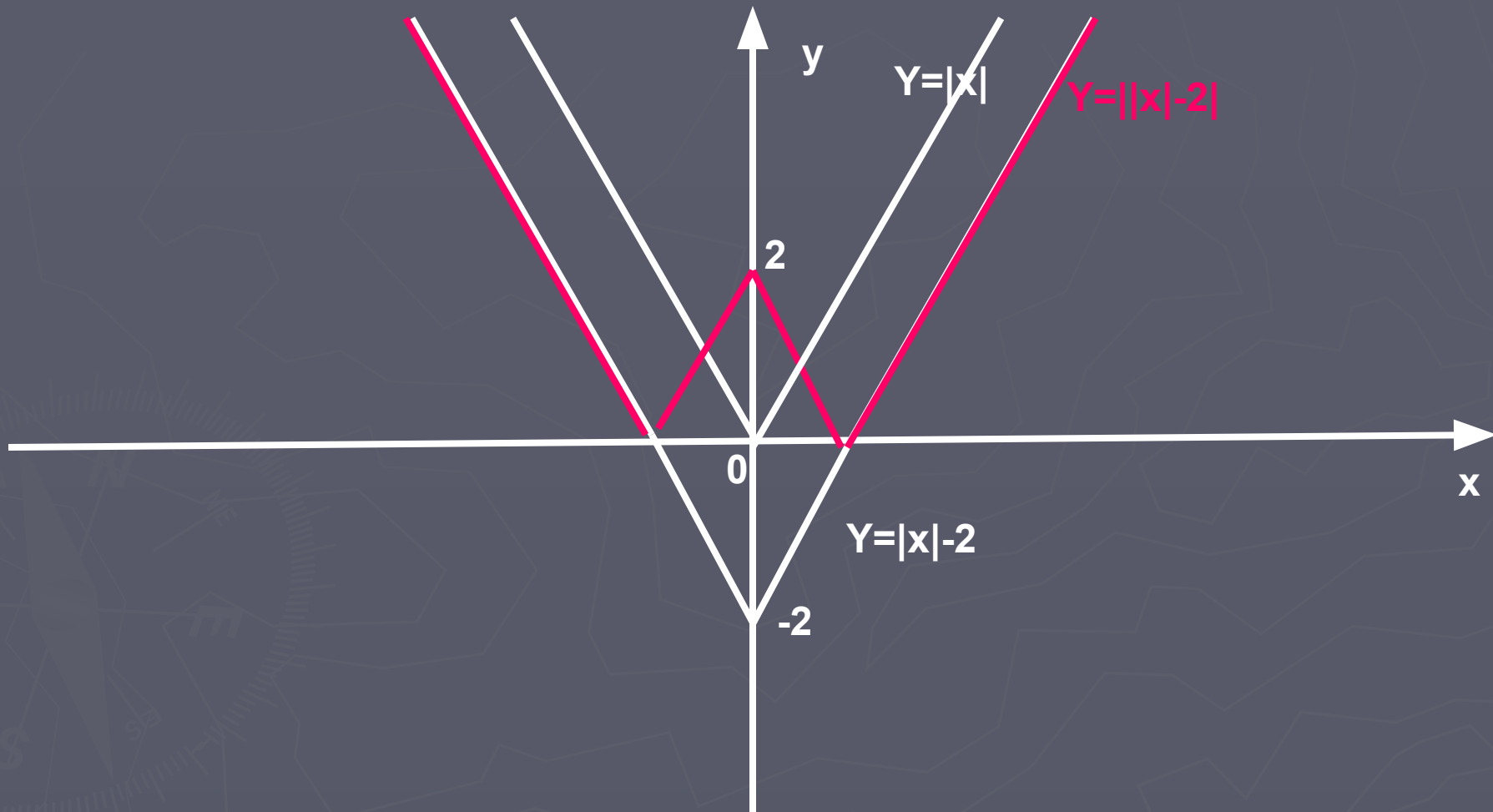
1) Строим график $y = |x|$

2) Смещаем его по оси y вниз на 2 ед. отр.

3) Отображаем часть графика, расположенного под осью x , симметрично этой оси, в верхнюю полуплоскость.



Функция $y = ||x| - 2|$



Функция $y = ||x-1|-2|$



• Построение.

1) Строим график функции $y = |x|$.

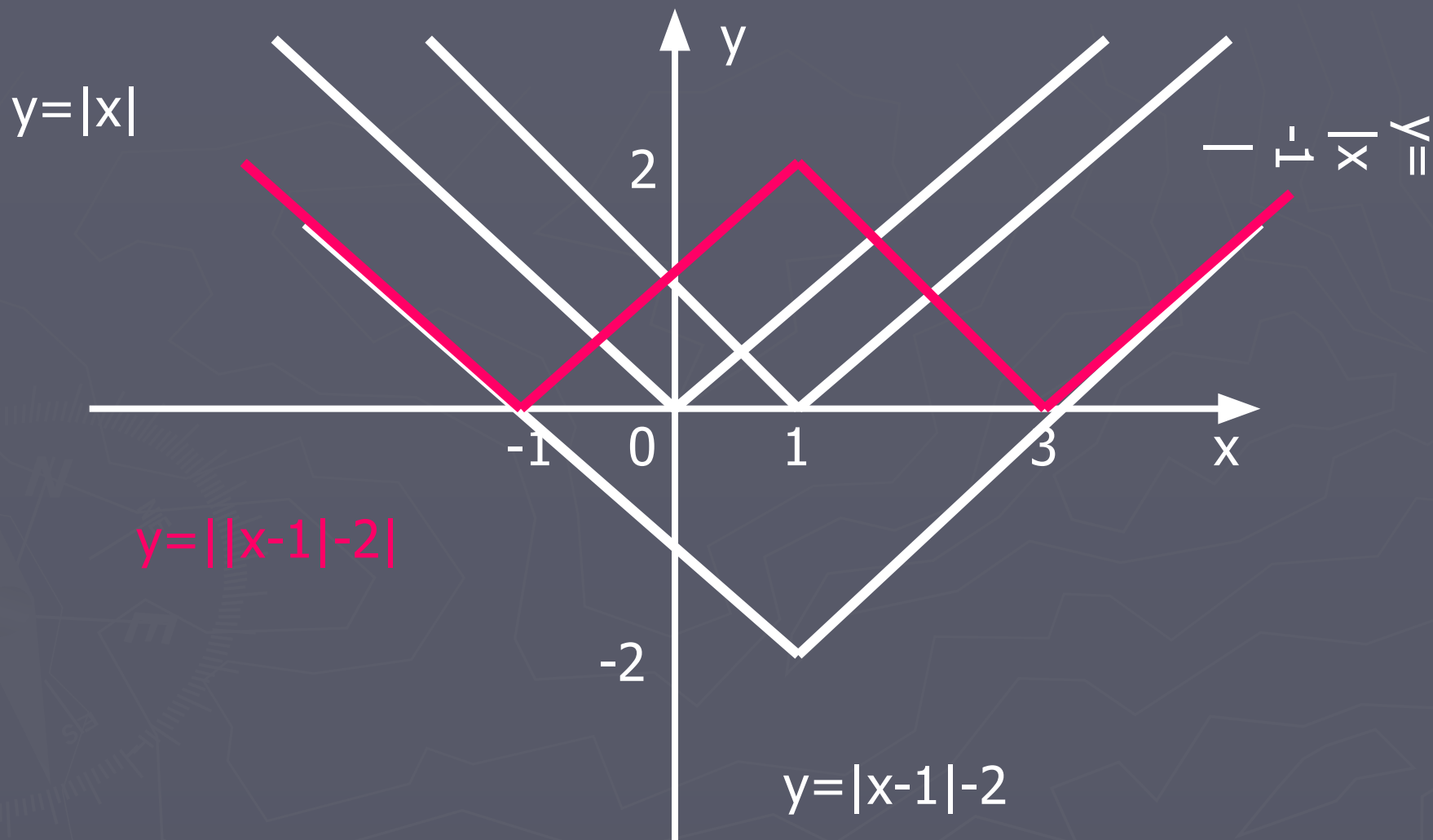
2) Строим график функции $y = |x-1|$.

3) Строим график функции $y = |x-1|-2$.

4) Применяем к графику $y = |x-1|-2$ операцию "модуль".



Функция $y=||x-1|-2|$



Функция $y = |x^2 - 4|x| - 3|$

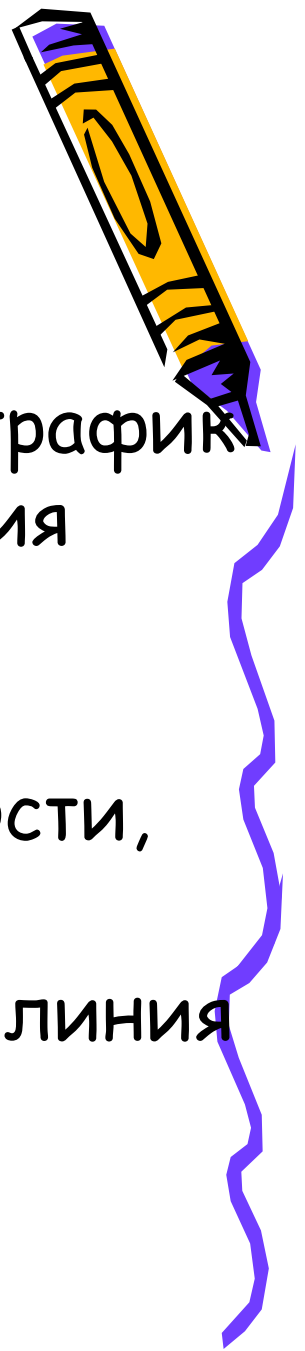
• Построение.

1) Строим график $y = x^2 - 4x + 3$

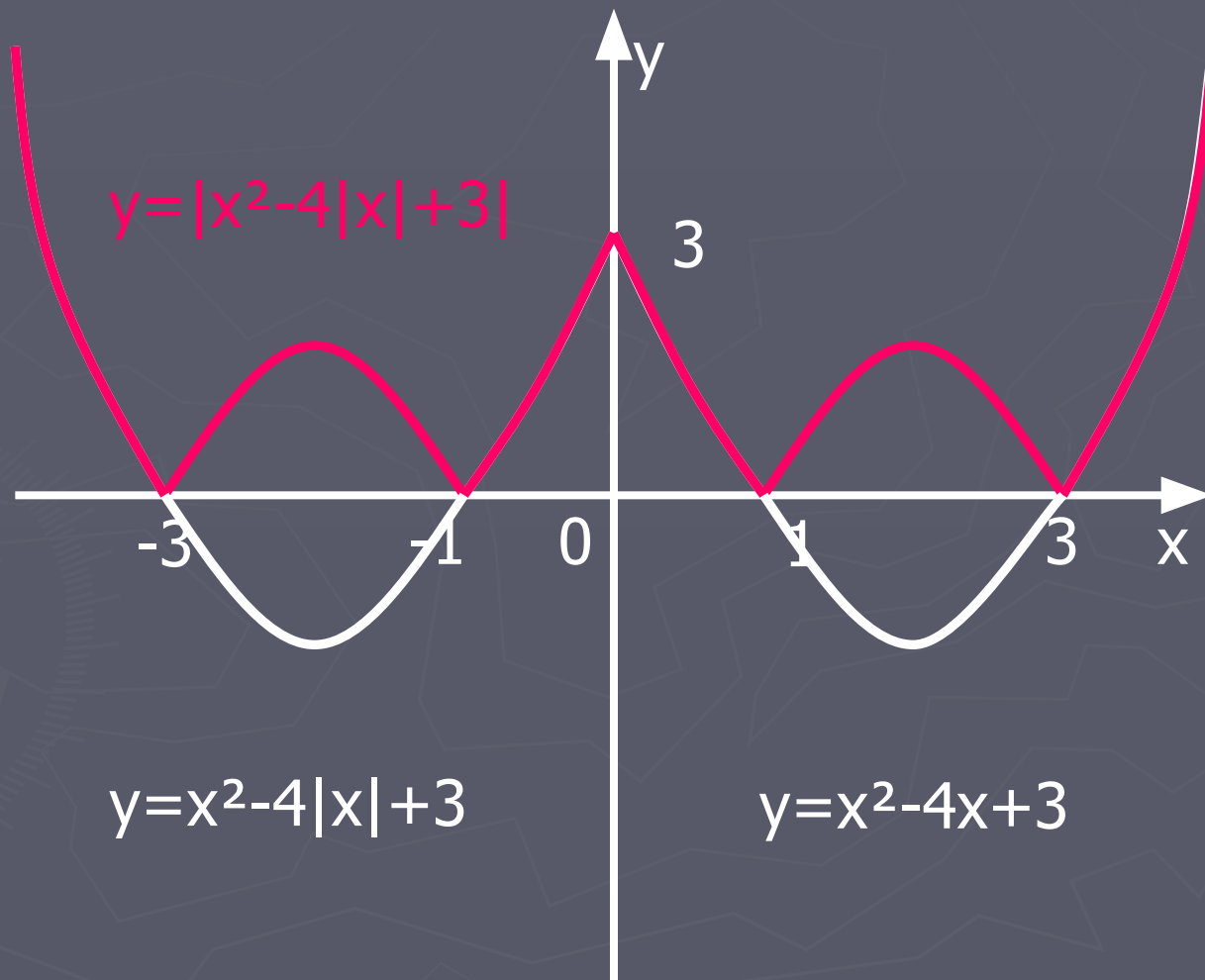
2) $y = x^2 - 4|x| + 3$ — отражаем полученный график в п.1 относительно оси ординат. Функция чётная.

3) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$ — часть графика, расположенную в нижней полу плоскости, отражаем относительно оси абсцисс.

Полученная в верхней полуплоскости линия и будет графиком заданной функции.



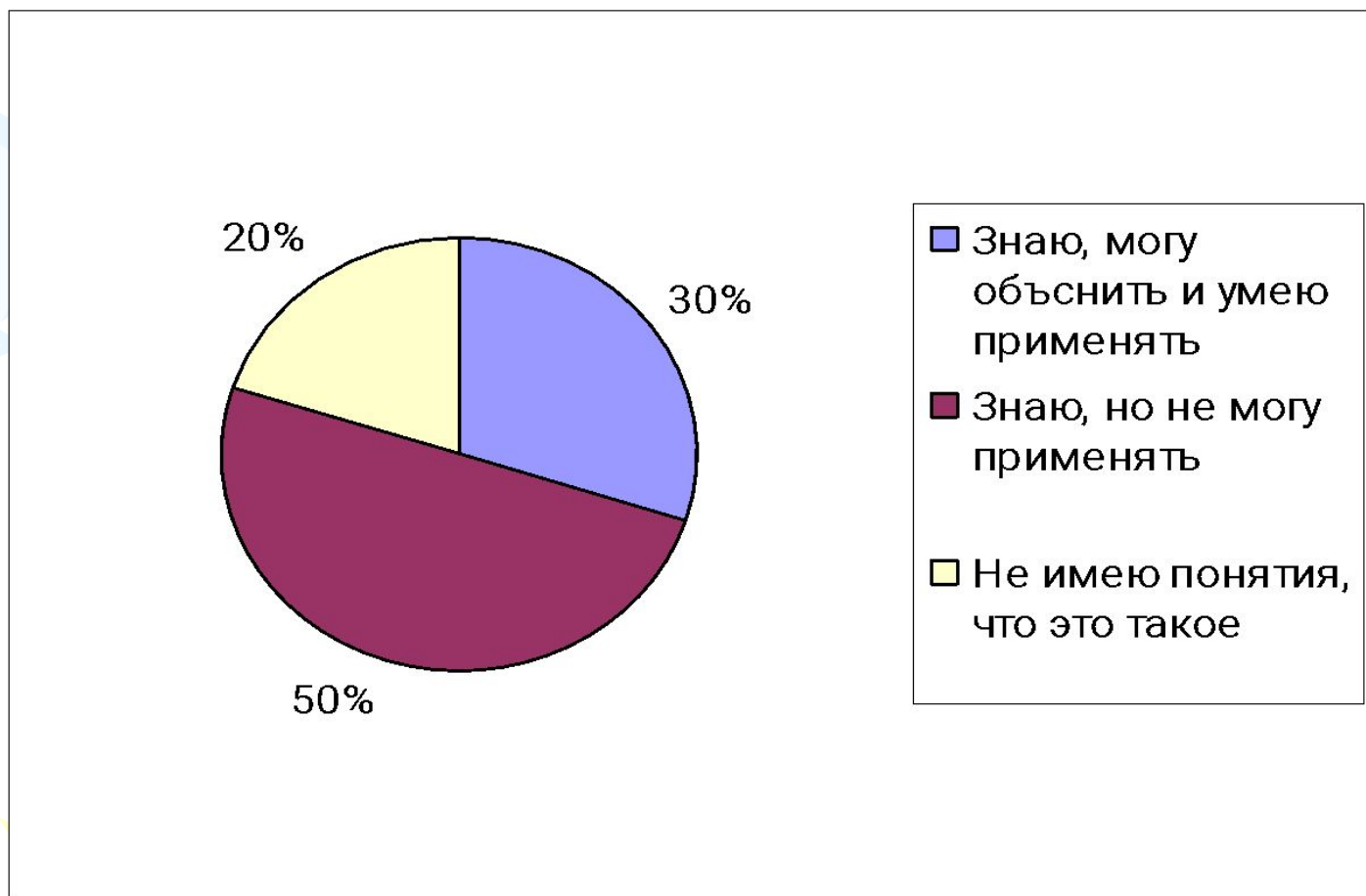
Функция $y = |x^2 - 4|x| + 3|$

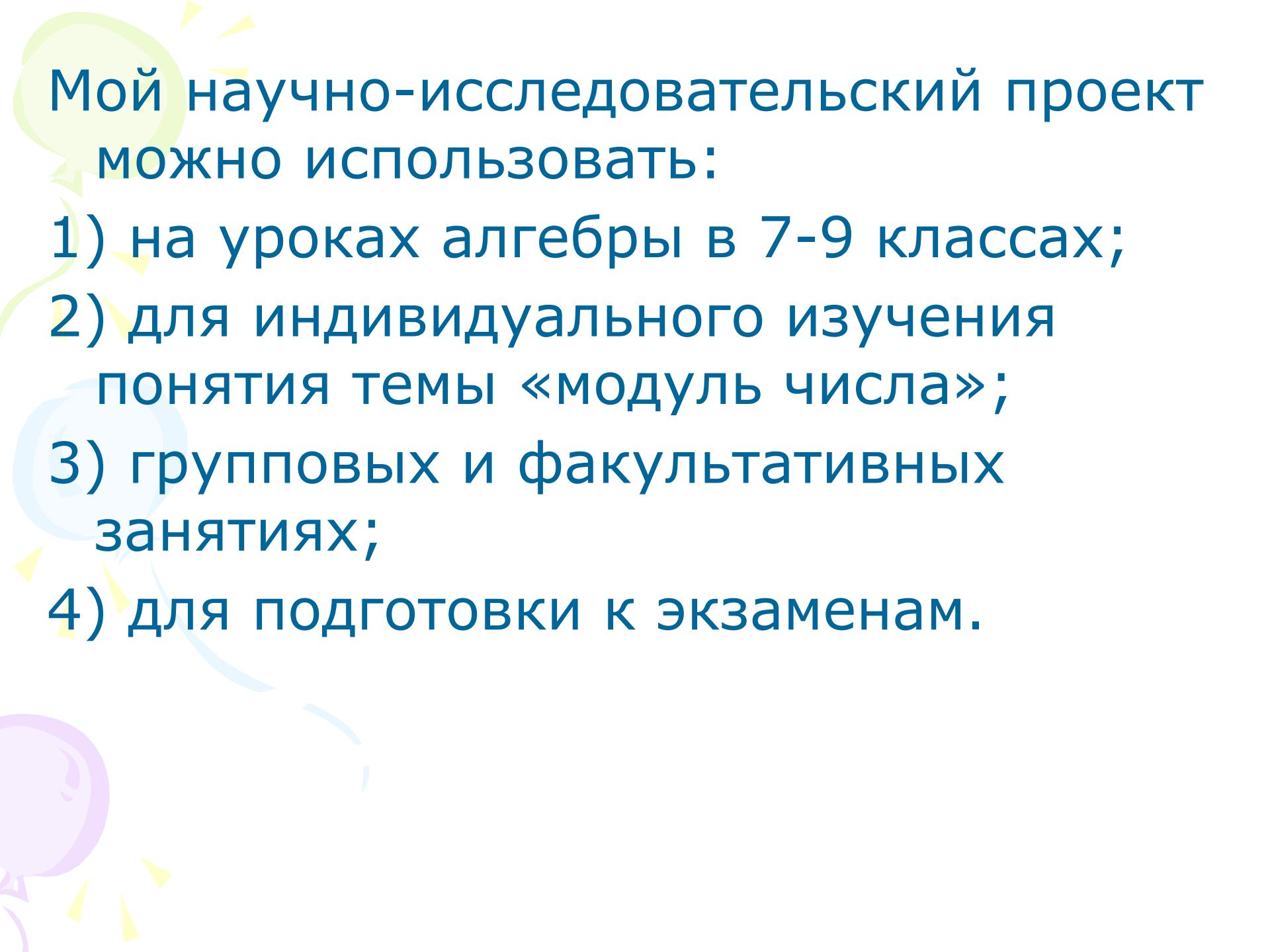


III. Заключение.

Результаты опроса учеников 6-11 классов гимназии №40.


«Знаете ли вы, что такое модуль числа?»



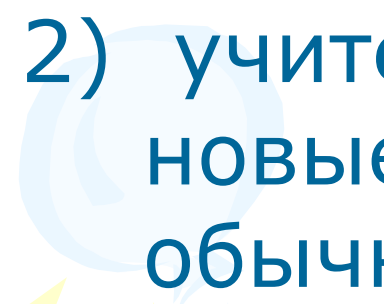



Мой научно-исследовательский проект
можно использовать:

- 1) на уроках алгебры в 7-9 классах;
- 2) для индивидуального изучения понятия темы «модуль числа»;
- 3) групповых и факультативных занятиях;
- 4) для подготовки к экзаменам.



Мой научно-исследовательский проект
будет полезен в работе:

- 1) ученикам
 - 2) учителям. Он поможет отыскать
новые пути совершенствования
обычного школьного урока.
- 
- 

Список литературы.

1. Детская энциклопедия. М., «Педагогика», 1990.
2. Глейзер Г. И. История математики в школе. М. «Просвещение», 1982.
3. Дынкин Е.Б., Молчанова С.А. Математические задачи. М., «Наука», 1993.
4. Петраков И.С. Математические кружки в 8-10 классах. М., «Просвещение», 1987.
5. Талочкин П.Б. Неравенства и уравнения. М., «Просвещение», 1989.
6. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. Издательство Московского университета, 1974.