Построение графиков функций, содержащих знак модуля

Научно-исследовательский проект.

Автор проекта:
Гребень Юлия Алексеевна
учащаяся 10 «А» класса
МОУ гимназии №40
Г. Краснодара

Научный руководитель –
учитель математики,
МОУ гимназии №40
г. Краснодара
Шмитько Ирина Анатольевна

2007-08 г.г.

Содержание.

I. Введение.

II. Основная часть.

1) Понятия и определения.

2) Теоремы, следствия.

3) Построение графиков.

III. Заключение.

IV. Список используемой литературы.

I. Введение.

- Объект исследования – математика.
- Предмет исследования – функции, содержащие знак модуля.
- Проблема исследования: построение графиков функций, содержащих модуль.
- Цель исследования: получение более широких знаний о модуле числа, различных способах решения уравнений, содержащих знак абсолютной величины.
- Задача исследования: использование различных методов исследования (теоретический, практический, исследовательский), расширение познавательного интереса к изучению алгебры, углубление знаний по теории модуля и решение задач, выходящих за страницы школьных учебников.

- Слово «модуль» произошло от латинского слова «modulus», что в переводе означает «мера». Это многозначное слово, которое имеет множество значений и применяется не только в математике, но и в архитектуре, физике, технике, программировании и других точных науках.
- В архитектуре - это исходная единица измерения, устанавливаемая для данного архитектурного сооружения и служащая для выражения кратных соотношений его составных элементов.
- В технике - это термин, применяемый в различных областях техники, не имеющий универсального значения и служащий для обозначения различных коэффициентов и величин, например модуль зацепления, модуль упругости и т.п.
- Модуль объемного сжатия (в физике) - отношение нормального напряжения в материале к относительному удлинению.

II. Основная часть. Понятия и определения.

- Чтобы глубоко изучать данную тему, необходимо познакомиться с простейшими определениями, которые мне будут необходимы:
- Уравнение - это равенство, содержащее переменные.
- Уравнение с модулем - это уравнение, содержащее переменную под знаком абсолютной величины (под знаком модуля). Например: $|x|=1$
- Решить уравнение - это значит, найти все его корни, или доказать, что корней нет.
- В математике модуль имеет несколько значений, но в моей исследовательской работе я возьму лишь одно из них.
- Модулем или иначе абсолютной величиной отрицательного числа называется противоположное ему положительное число, модулем положительного числа и числа ноль называется само это число.

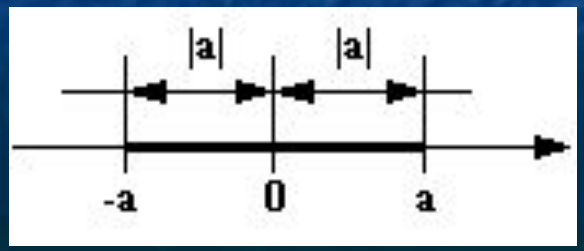
Теоремы

- **Теорема 1.** Абсолютная величина действительного числа **$a \neq 0$** равна большему из двух чисел **a** или **-a**.
- ***Следствие 1*.** Из теоремы следует, что

$$|-a| = |a|.$$

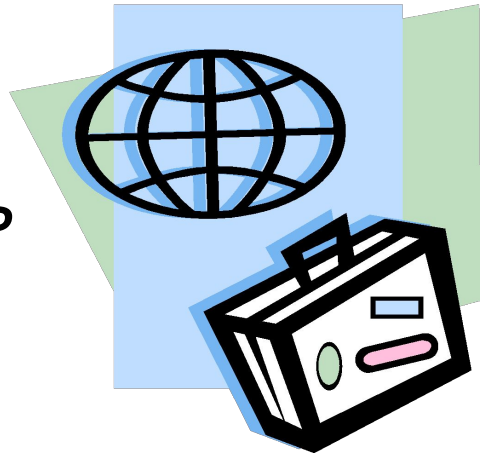
- ***Следствие 2*.** Для любого действительного числа a справедливы неравенства **$a \leq |a|$** , **$-a \leq |a|$**
- Объединяя последние два неравенства в одно, получаем: **$-|a| \leq a \leq |a|$**

- **Теорема 2. Абсолютная величина любого действительного числа а равна арифметическому квадратному корню из** a^2 : $|a|=\sqrt{a^2}$
- Эта теорема дает возможность при решении некоторых задач заменять |a| на $\sqrt{a^2}$
- Геометрически |a| означает расстояние на координатной прямой от точки, изображающей число а, до начала отсчета.
- Если $a \neq 0$ то на координатной прямой существует две точки а и -а, равноудаленной от нуля, модули которых равны.
- Если а = 0, то на координатной прямой |a| изображается точкой 0.

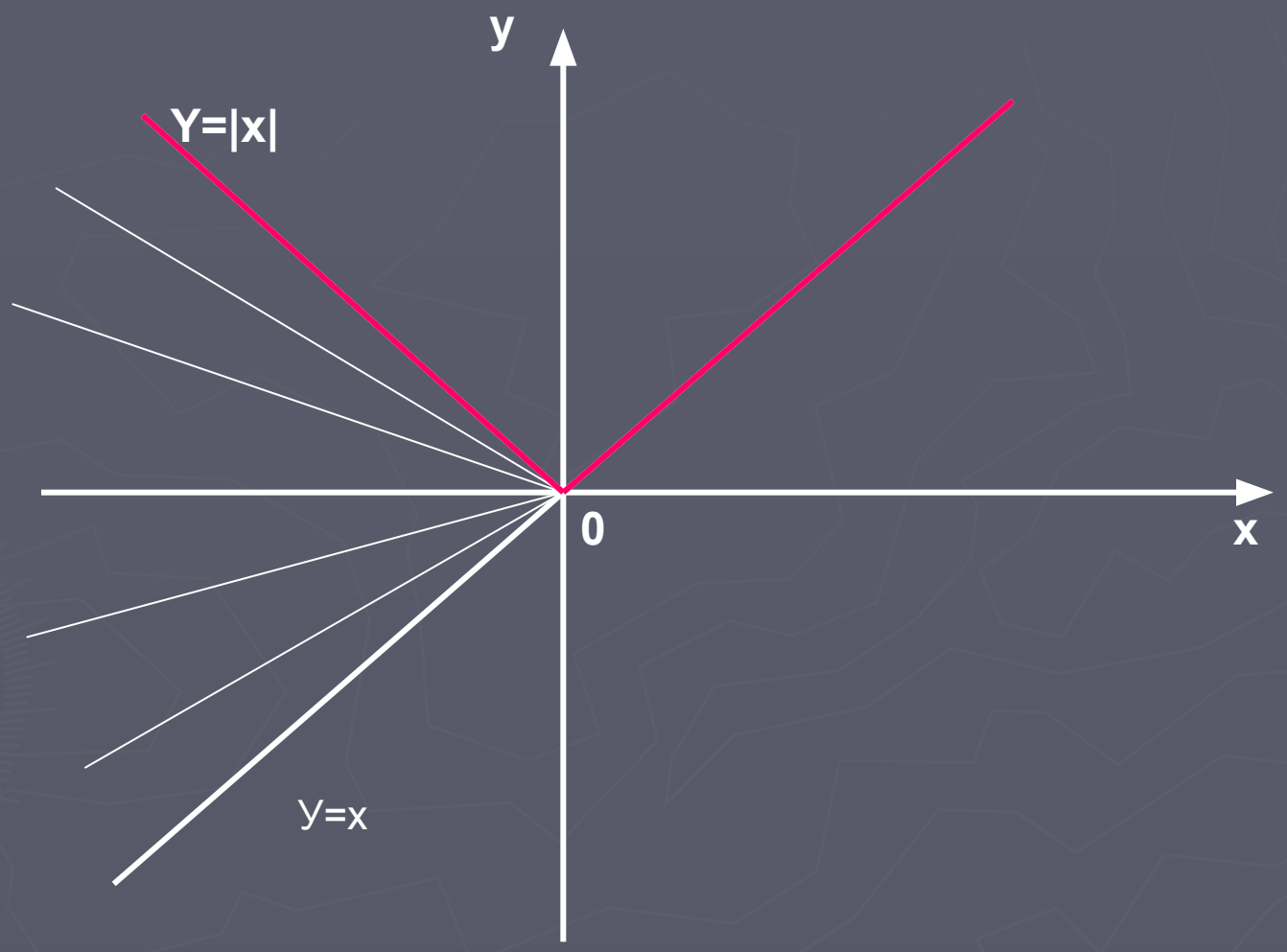


Функция $y = |x|$

- *График функции $y = |x|$ получается из графика $y=x$ следующим образом: часть графика $y=x$, лежащая над осью x, сохраняется, часть его, лежащая ниже оси x, отображается симметрично относительно оси x.*

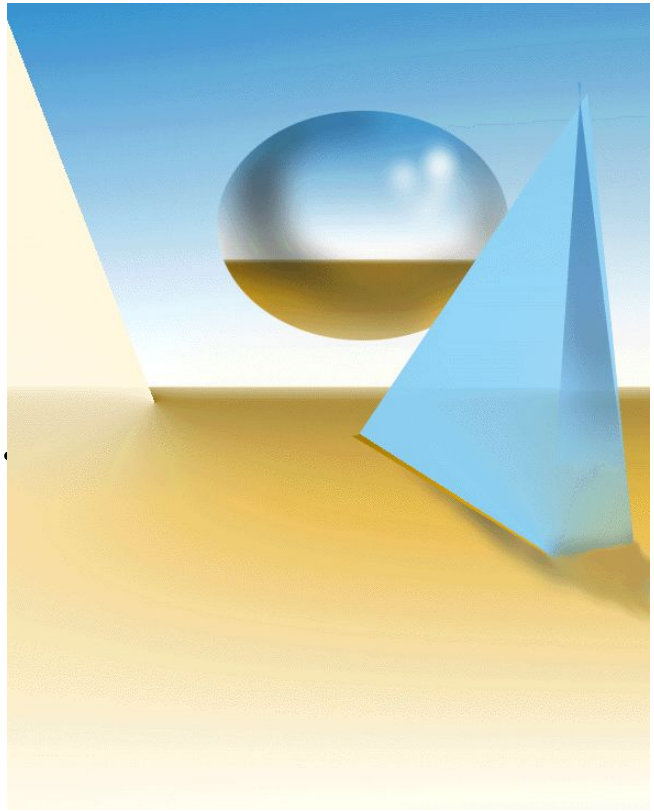


Функция y=|x|

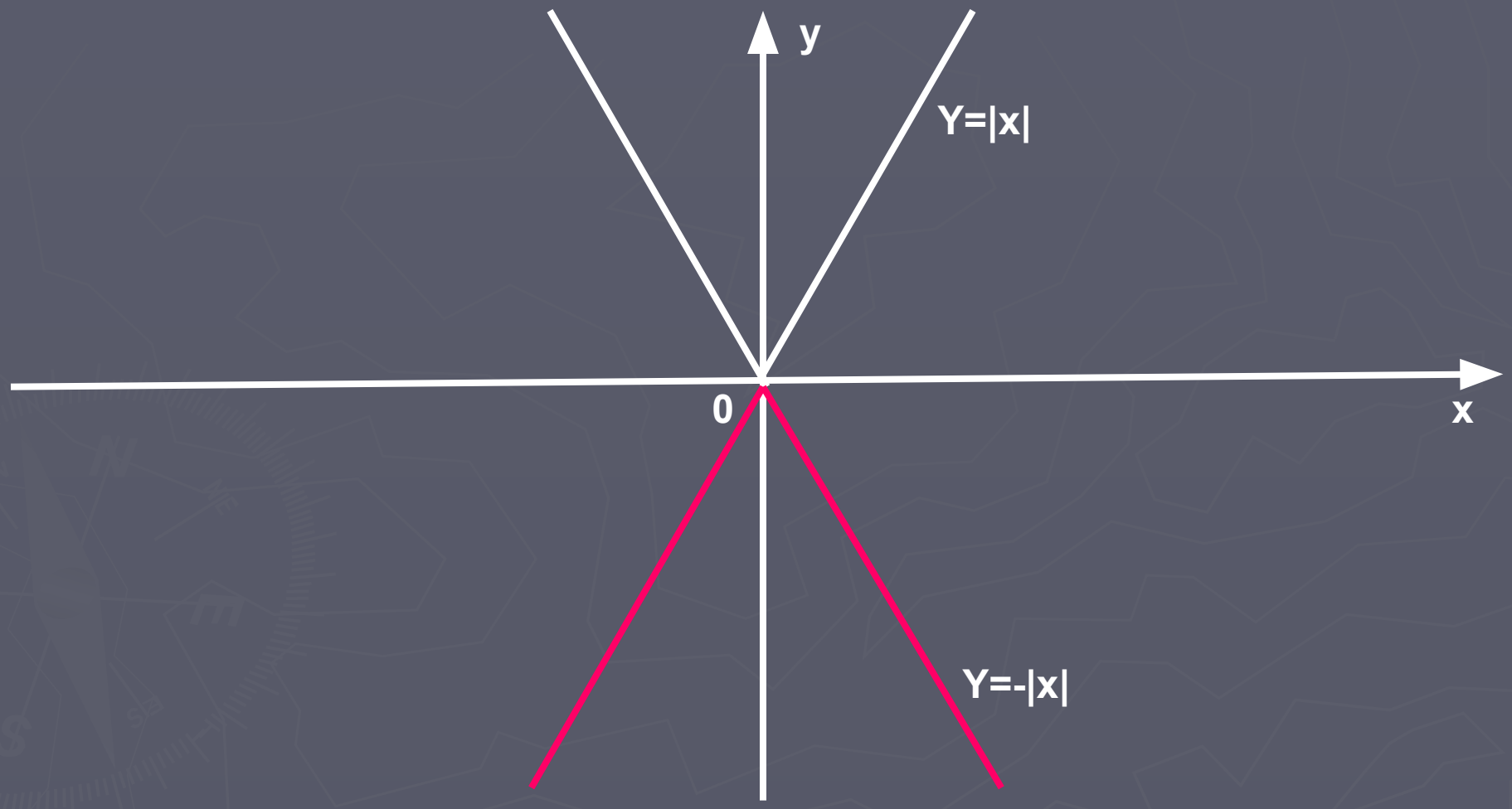


Функция y=-|x|

- График функции y=-|x| получается симметричным отображением графика y=|x| относительно оси x.



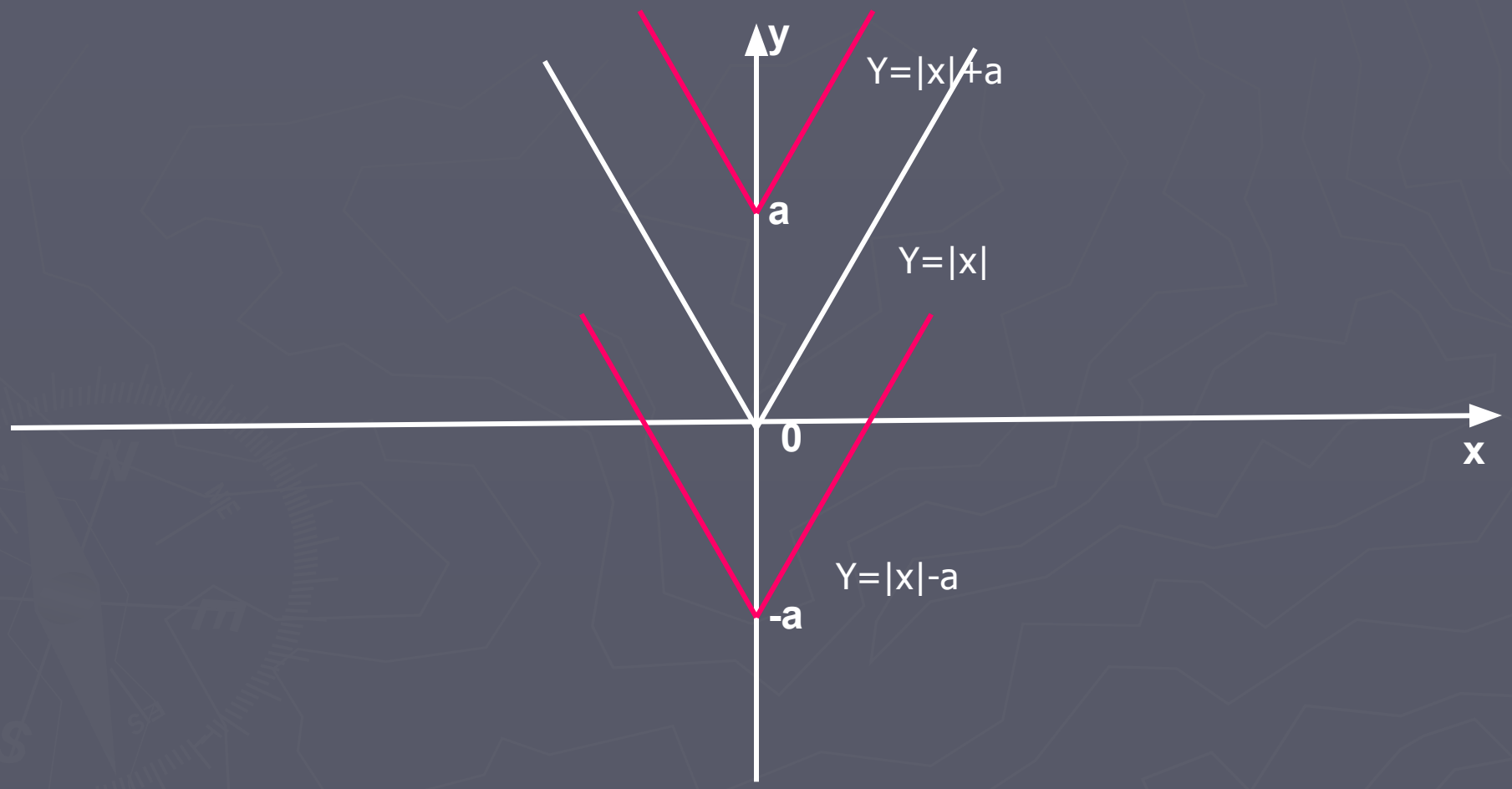
Функция y=-|x|



Функция y=|x|+a

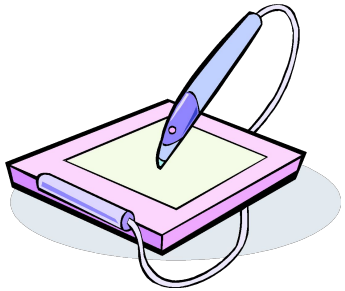
- *График функции y=|x|+a получается параллельным переносом графика y=|x| в положительном направлении оси y на a единицу отрезка при a>0 и в отрицательном направлении на |a| при a<0.*

Функция y=|x|+a

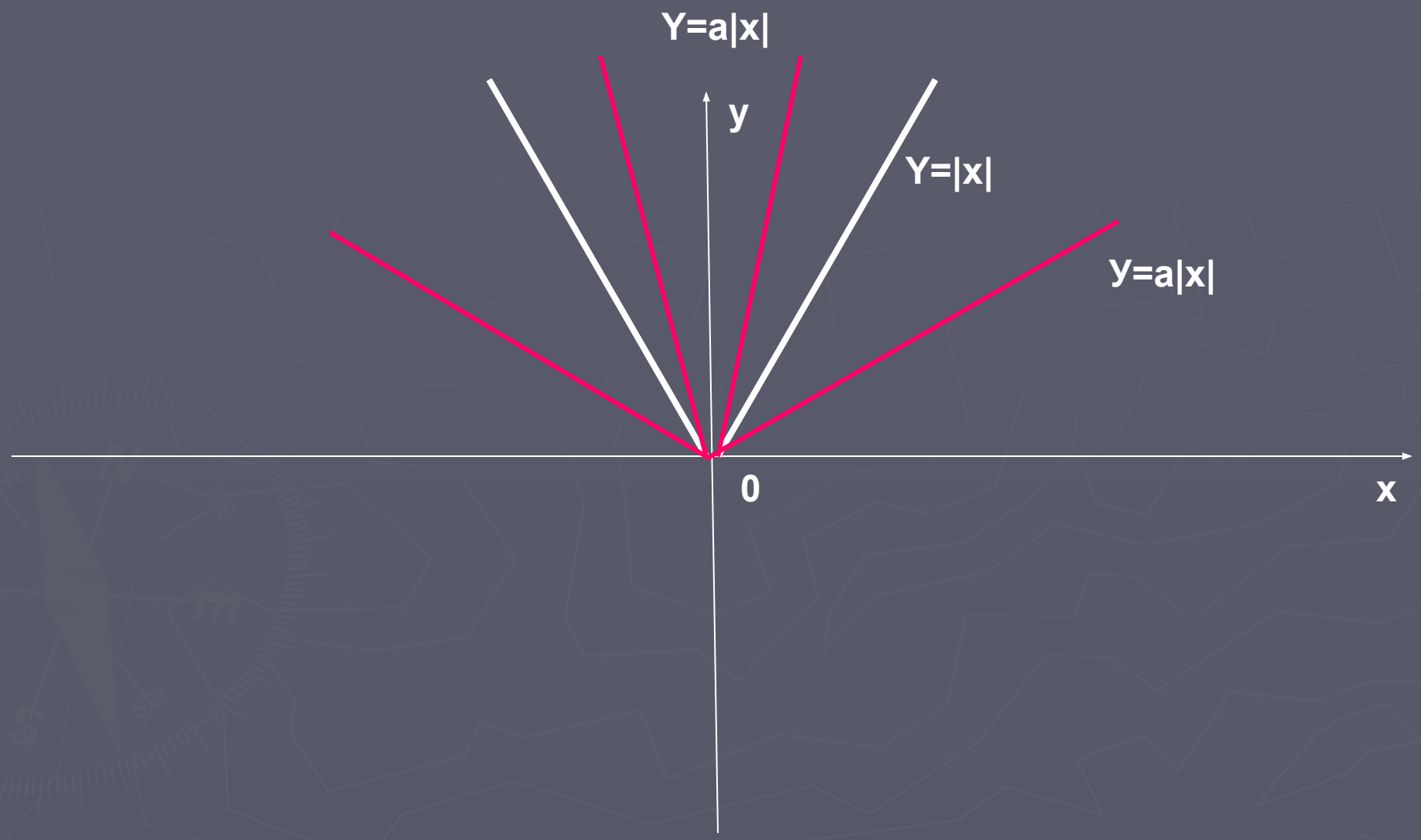


Функция y=a|x|

- График функции y=a|x| получается растяжением графика y=|x| вдоль оси y в a раз при a>1 и сжатием вдоль этой оси в 1\a раз при 0<a<1.



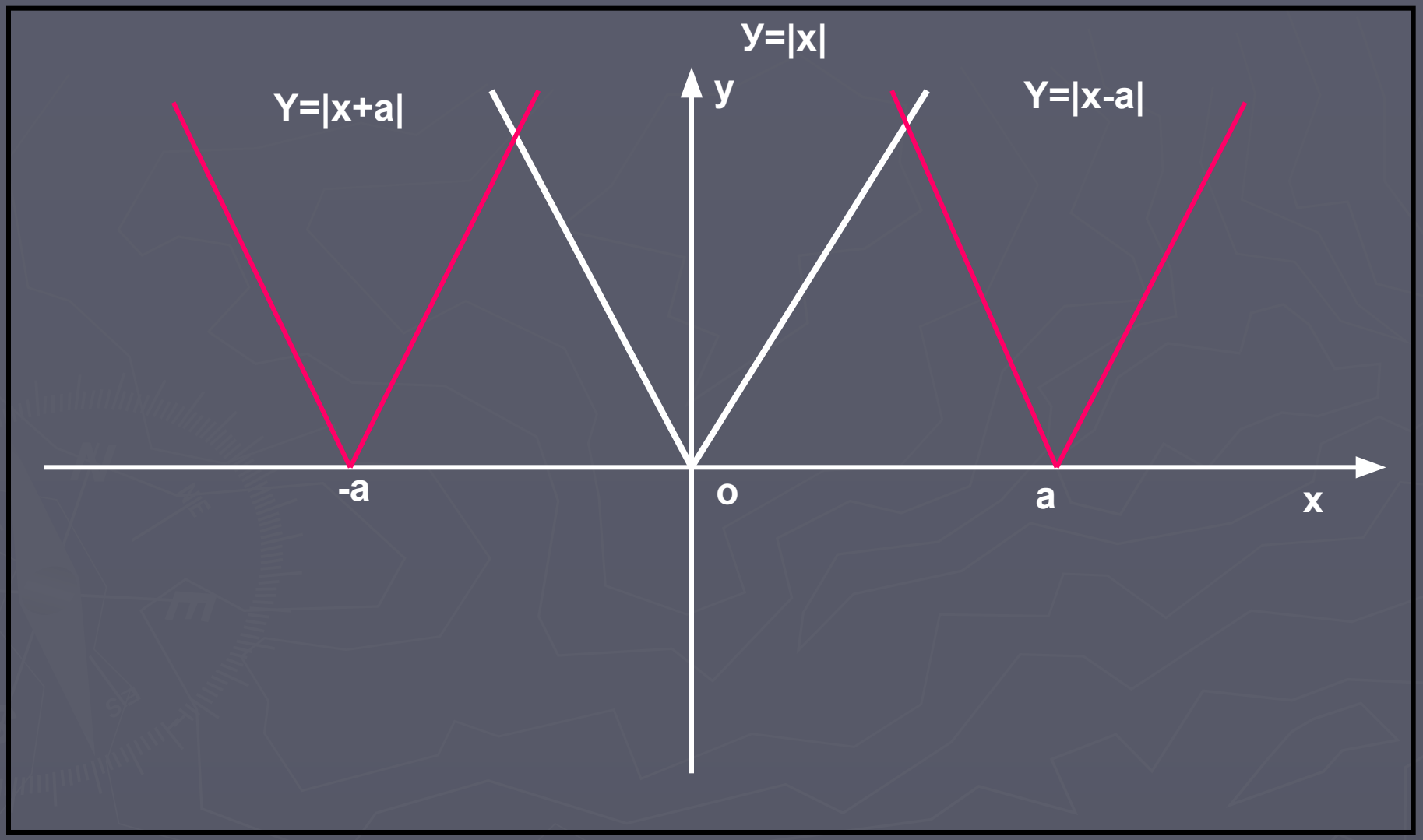
Функция y=a|x|



Функция $y=|x+a|$

- График функции $y=|x+a|$ получается параллельным переносом графика $y=|x|$ в отрицательном направлении от оси x на $|x|$ при $a>0$ и в положительном направлении на $|a|$ при $a<0$.

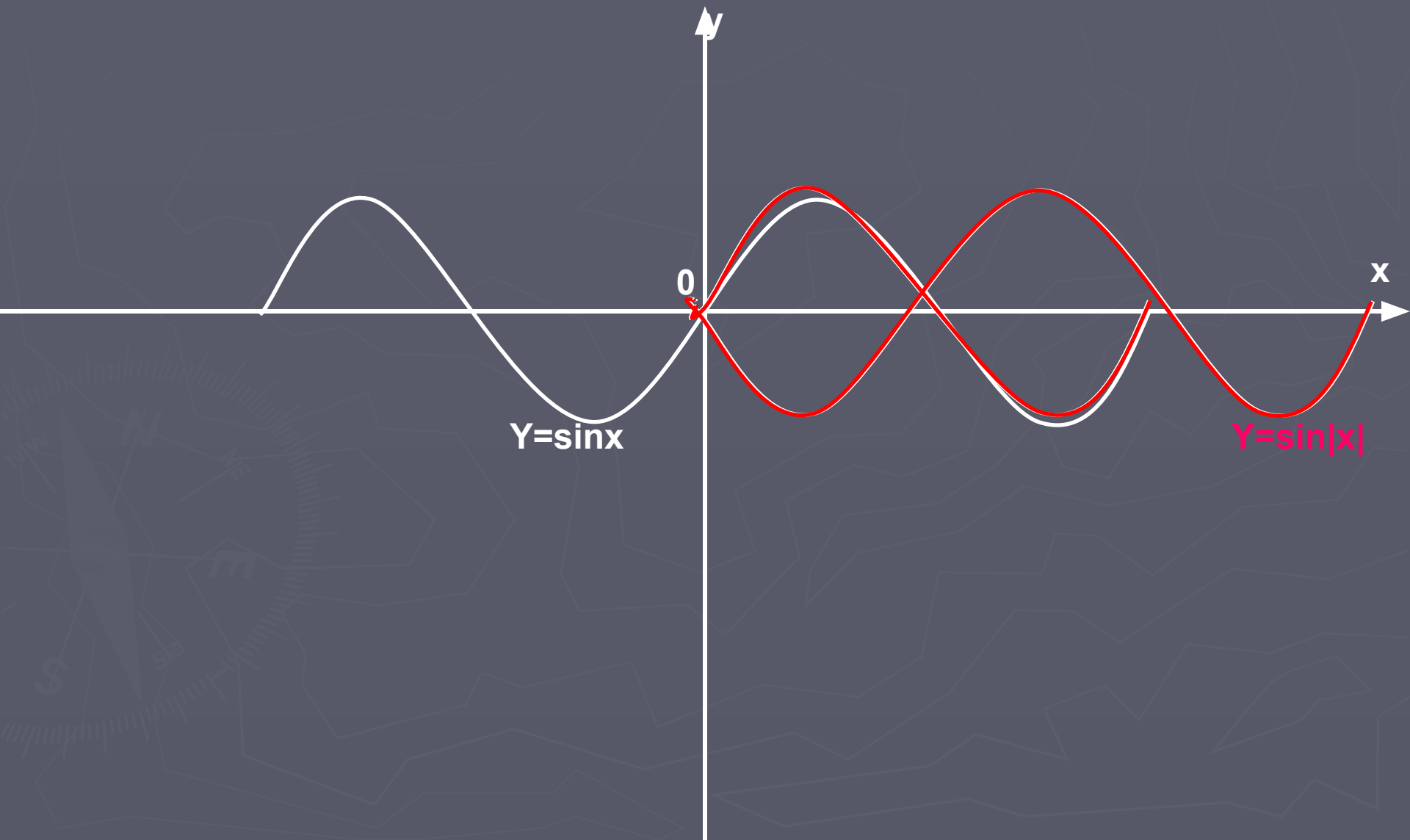
Функция y=|x+a|



Функция y=f(|x|)

- График функции y=f(|x|) получается из графика y=f(x) следующим образом:1) при x>0 график f(x) сохраняется, 2) при x<0, полученная часть графика отображается симметрично относительно оси y.

Функция y=f(|x|)



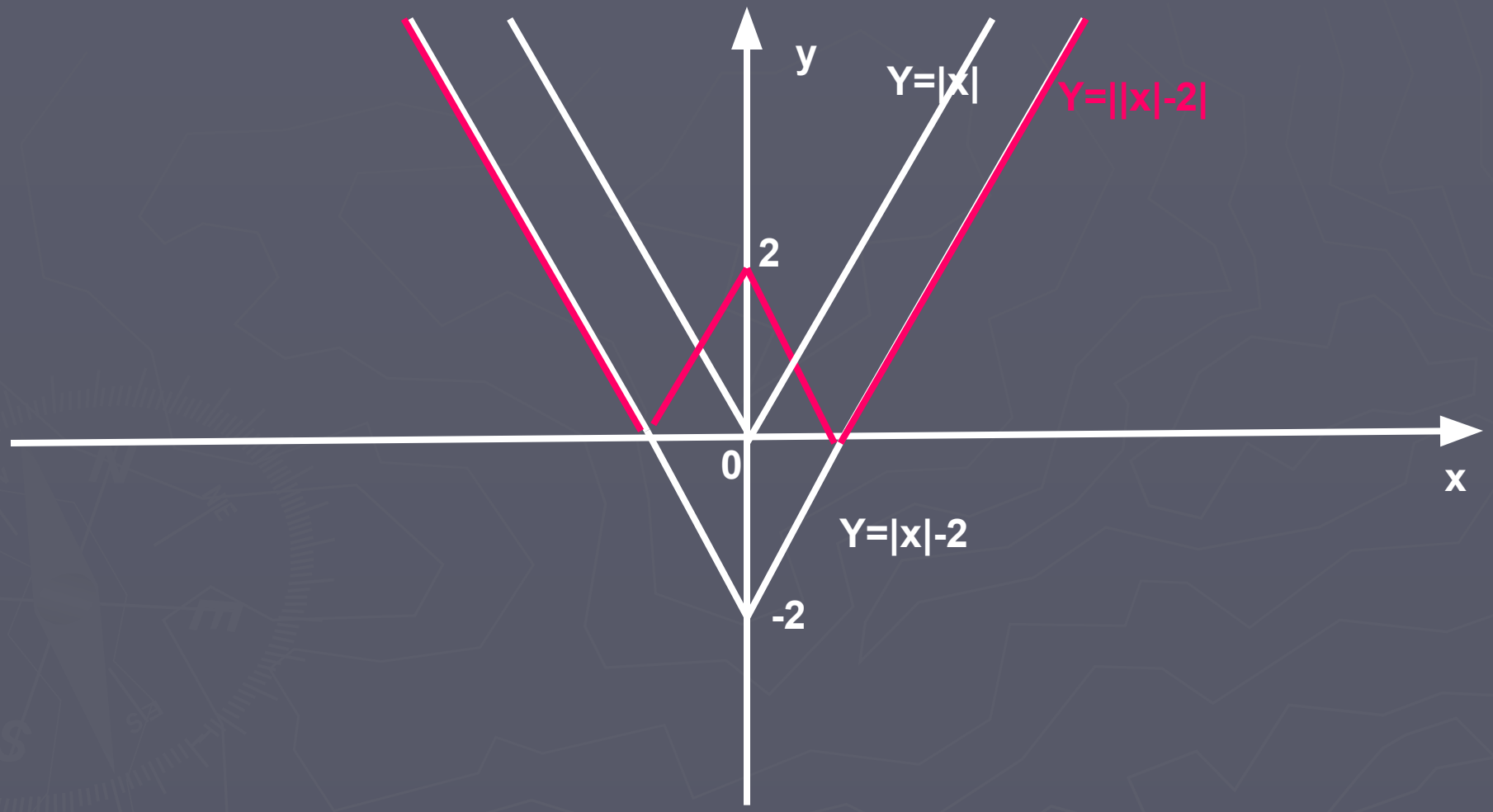
От теории к практике

- Рассмотрим построение более сложных графиков.

- Построить график функции **y=||x|+2|**.
- Построение.

1) Строим график y=|x|
2)Смещаем его по оси y вниз на 2 ед.отр.
3)Отображаем часть графика, расположенного под осью x, симметрично этой оси, в верхнюю полуплоскость.

Функция y=||x|-2|



Функция $y=||x-1|-2|$

- Построение.

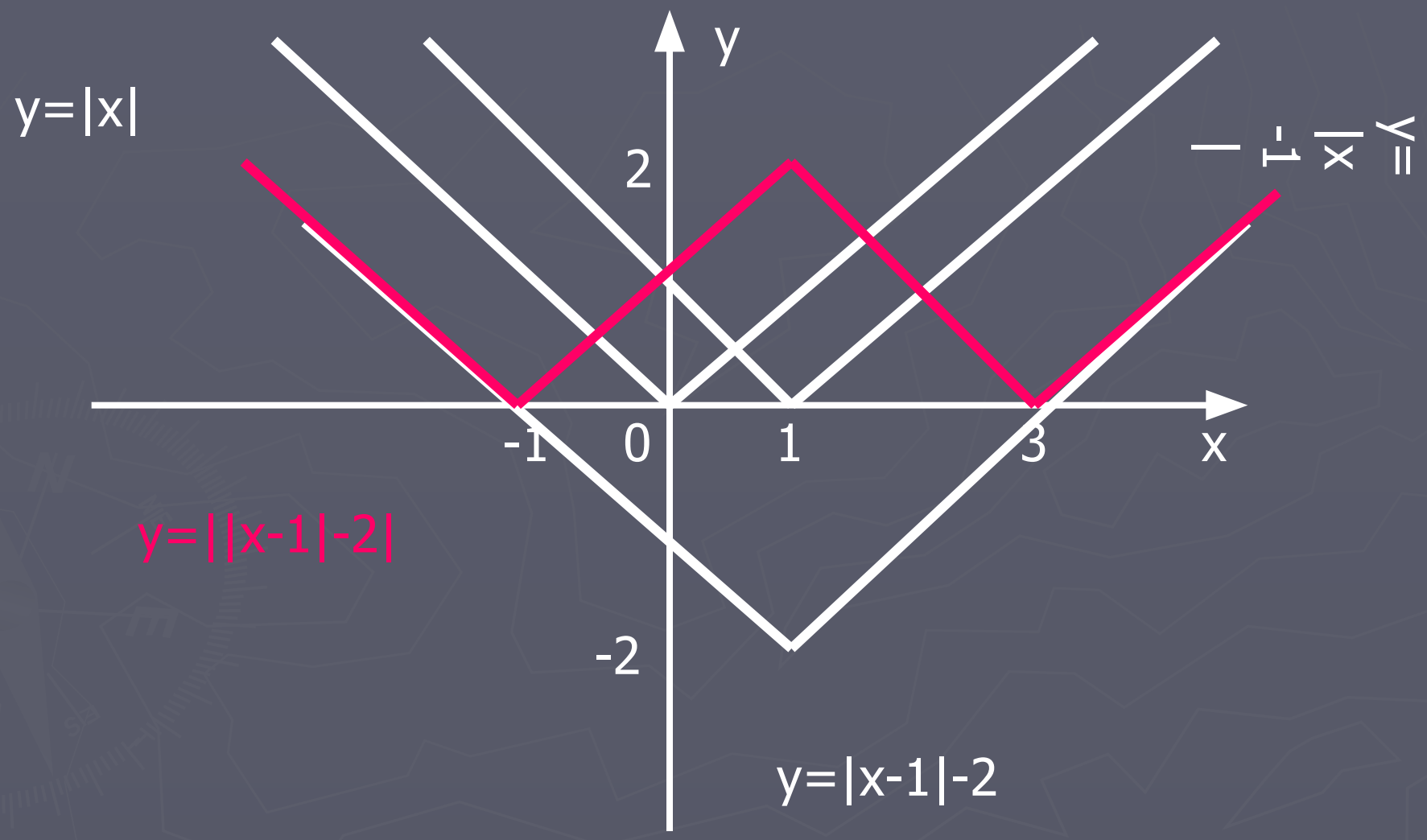
1)Строим график функции $y=|x|$.

2)Строим график функции $y=|x-1|$.

3)Строим график функции $y= |x-1|-2$.

4)Применяем к графику $y=|x-1|-2$ операцию “модуль”.

Функция y=||x-1|-2|



Функция $y=|x^2-4|x|-3|$

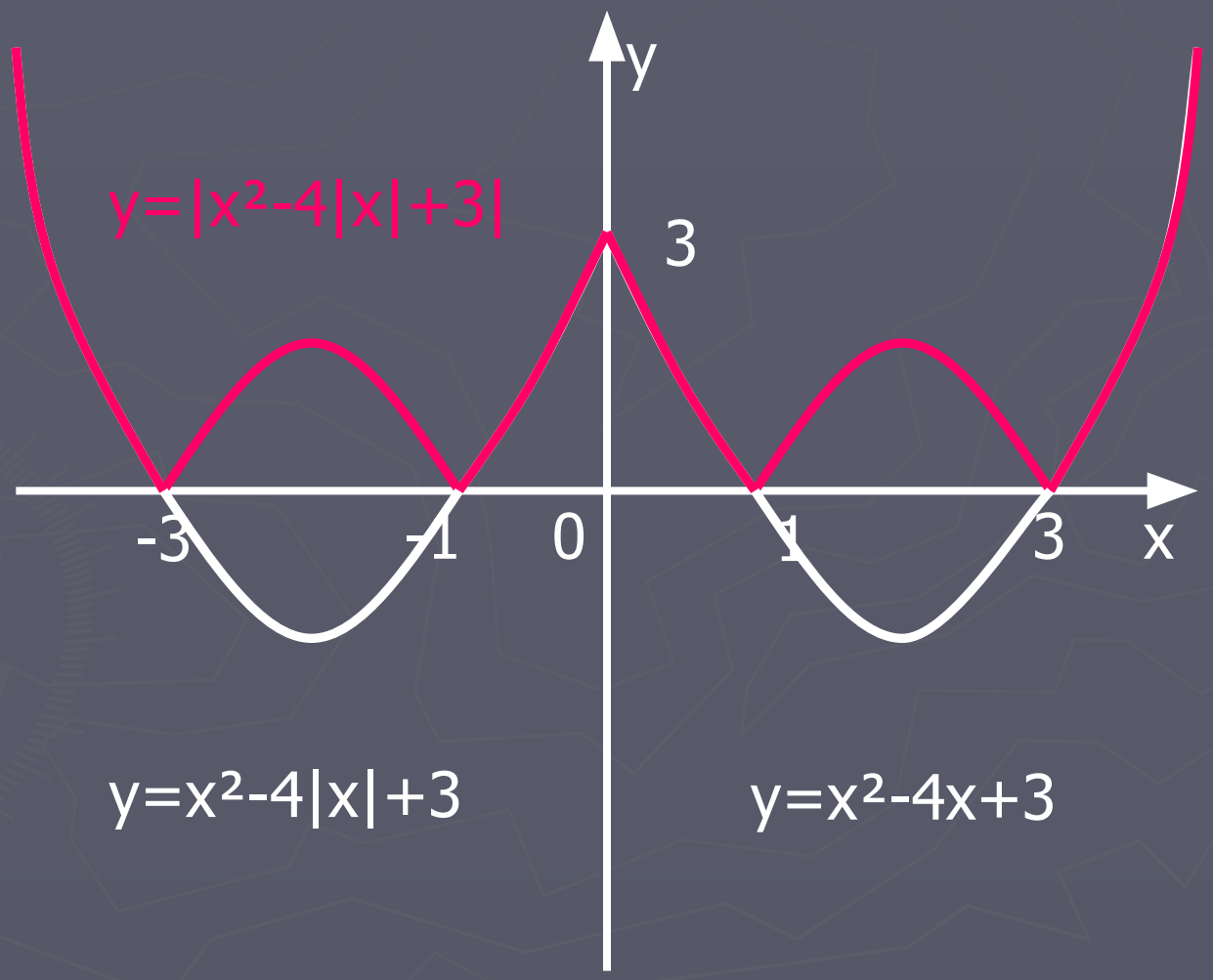
- Построение.

1)Строим график $y=x^2-4x+3$

2)$y=x^2-4|x|+3$ — отражаем полученный график в п.1 относительно оси ординат. Функция чётная.

3)$y=|x^2-4|x|+3|$ — часть графика, расположенную в нижней полу плоскости, отражаем относительно оси абсцисс. Полученная в верхней полуплоскости линия и будет графиком заданной функции.

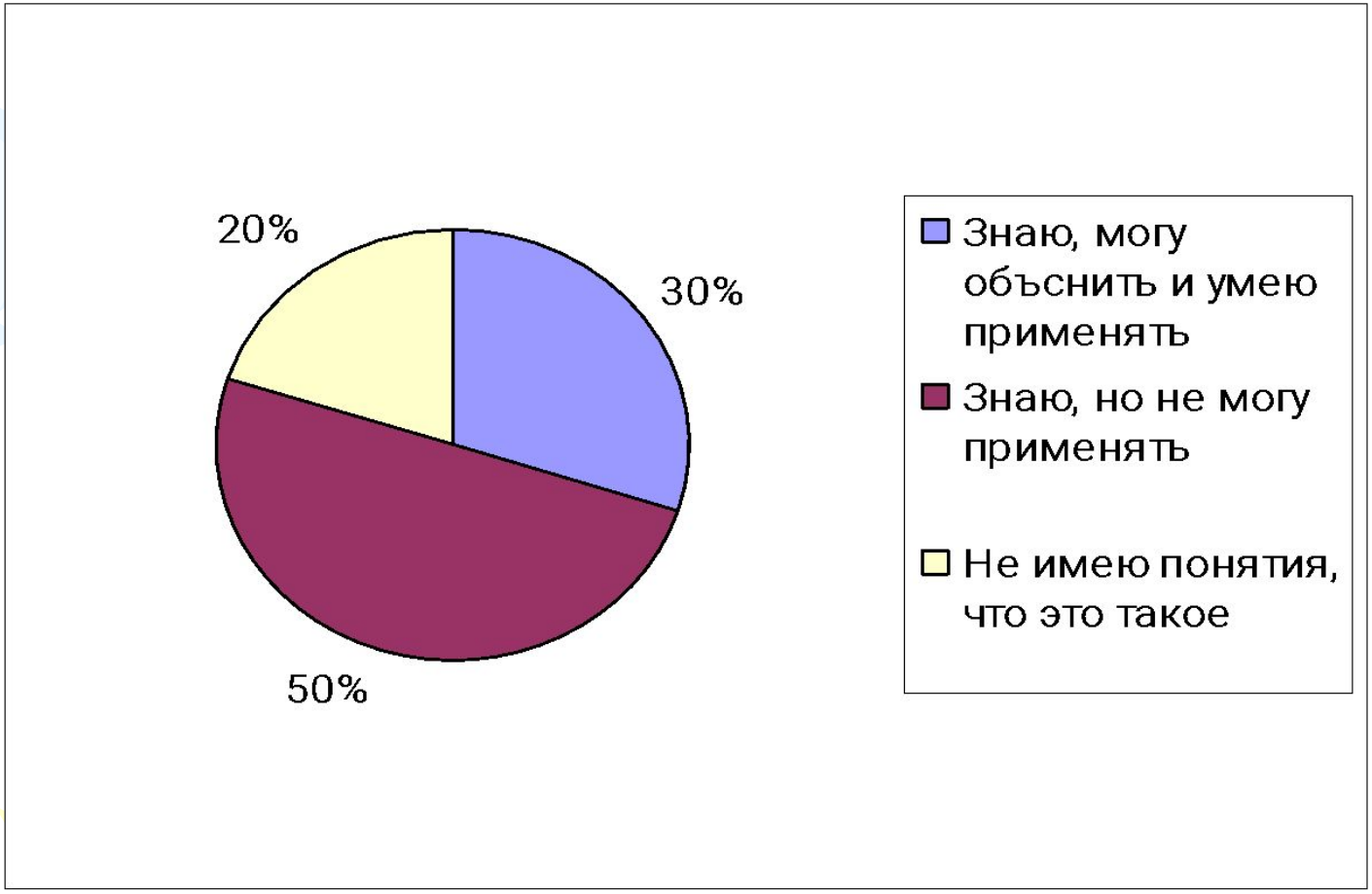
Функция $y=|x^2-4|x|+3|$



III. Заключение.

Результаты опроса учеников 6-11 классов гимназии №40.

«Знаете ли вы, что такое модуль числа?»



Мой научно-исследовательский проект можно использовать:

1) на уроках алгебры в 7-9 классах;
2) для индивидуального изучения понятия темы «модуль числа»;
3) групповых и факультативных занятиях;
4) для подготовки к экзаменам.

Мой научно-исследовательский проект будет полезен в работе:

1) ученикам
2) учителям. Он поможет отыскать новые пути совершенствования обычного школьного урока.

Список литературы.

1. Детская энциклопедия. М., «Педагогика», 1990.
2. Глейзер Г. И. История математики в школе. М. «Просвещение», 1982.
3. Дынкин Е.Б., Молчанова С.А. Математические задачи. М., «Наука», 1993.
4. Петраков И.С. Математические кружки в 8-10 классах. М., «Просвещение», 1987.
5. Талочкин П.Б. Неравенства и уравнения. М., «Просвещение», 1989.
6. Башмаков М.И. Уравнения и неравенства. Издательство Московского университета, 1974.