

**«Когда ребята поймут связь математики с другими отраслями знаний, математика оживет, будет увлекать, из трудного предмета превратится в отрасль знания»**

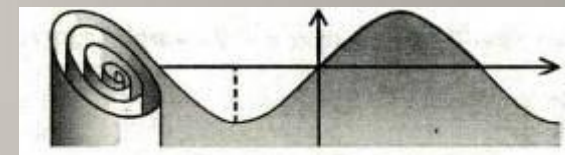
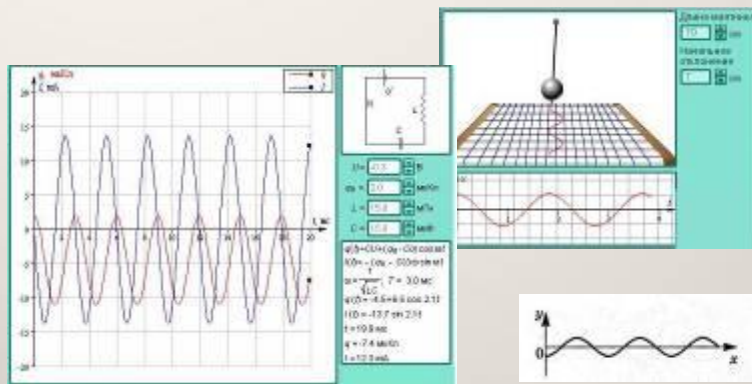


**Н.К.Крупская**



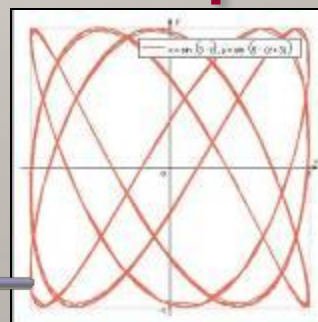
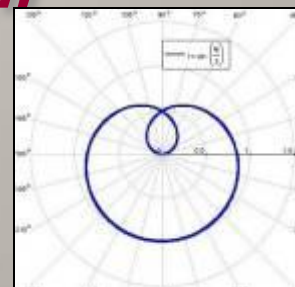
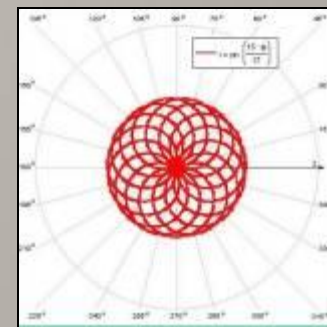


# Тема урока: «Вычисление



# площади

# криволинейной трапеции»





## Цели урока.

1. Найти способы решения задач различного уровня сложности
2. С помощью знаний по информатике проверить истинность производимых вычислений
3. Уметь самостоятельно анализировать, выбирать оптимальный способ решения





# Вычисление площади криволинейной трапеции

## П л а н р а б о т ы:

Тест «Криволинейная трапеция и всё о ней»

Решение нестандартных задач при вычислении площади криволинейной трапеции.

Вычисление площади криволинейной трапеции методом прямоугольников

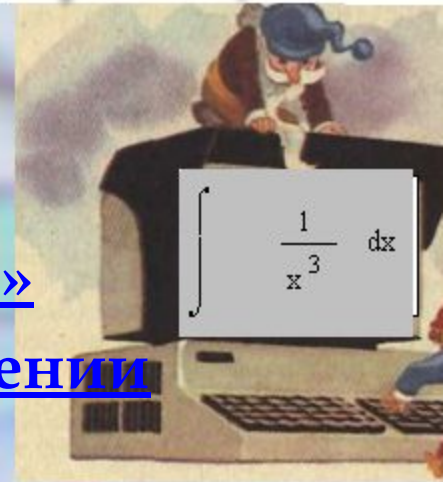
Теоретико-компьютерный эксперимент

Выводы

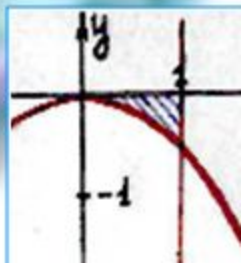
«Легче найти доказательство, приобретя сначала некоторое понятие о том, что мы ищем, чем искать такое доказательство без всякого предварительного знания»

Архимед

$$\int_4^{\pi} \cos x dx = \frac{1}{-1} * \sqrt{2} - 1$$



$$S = \int_a^b f(x) dx$$

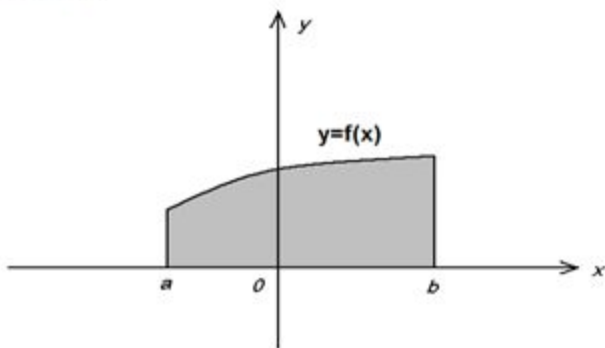


# Используя определенный интеграл, запишите формулы для вычисления площадей фигур, заштрихованных на рисунке

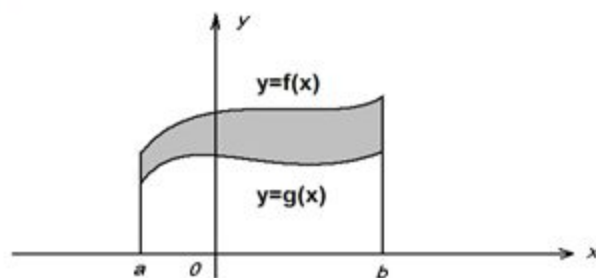
Приложен

## Часть 1

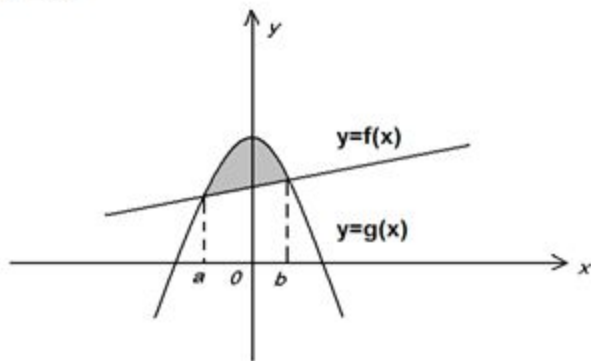
Вариант 1  
Задание 1



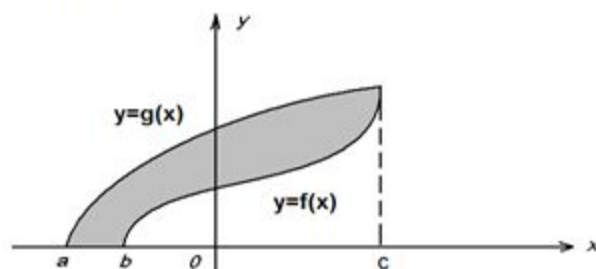
Вариант 2  
Задание 1



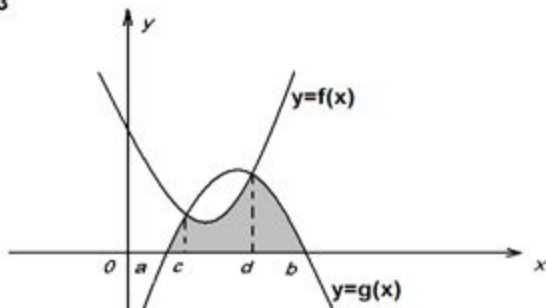
Вариант 1  
Задание 2



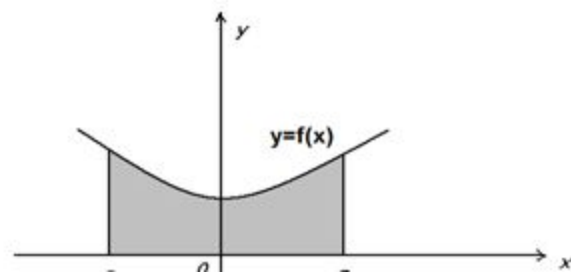
Вариант 2  
Задание 2



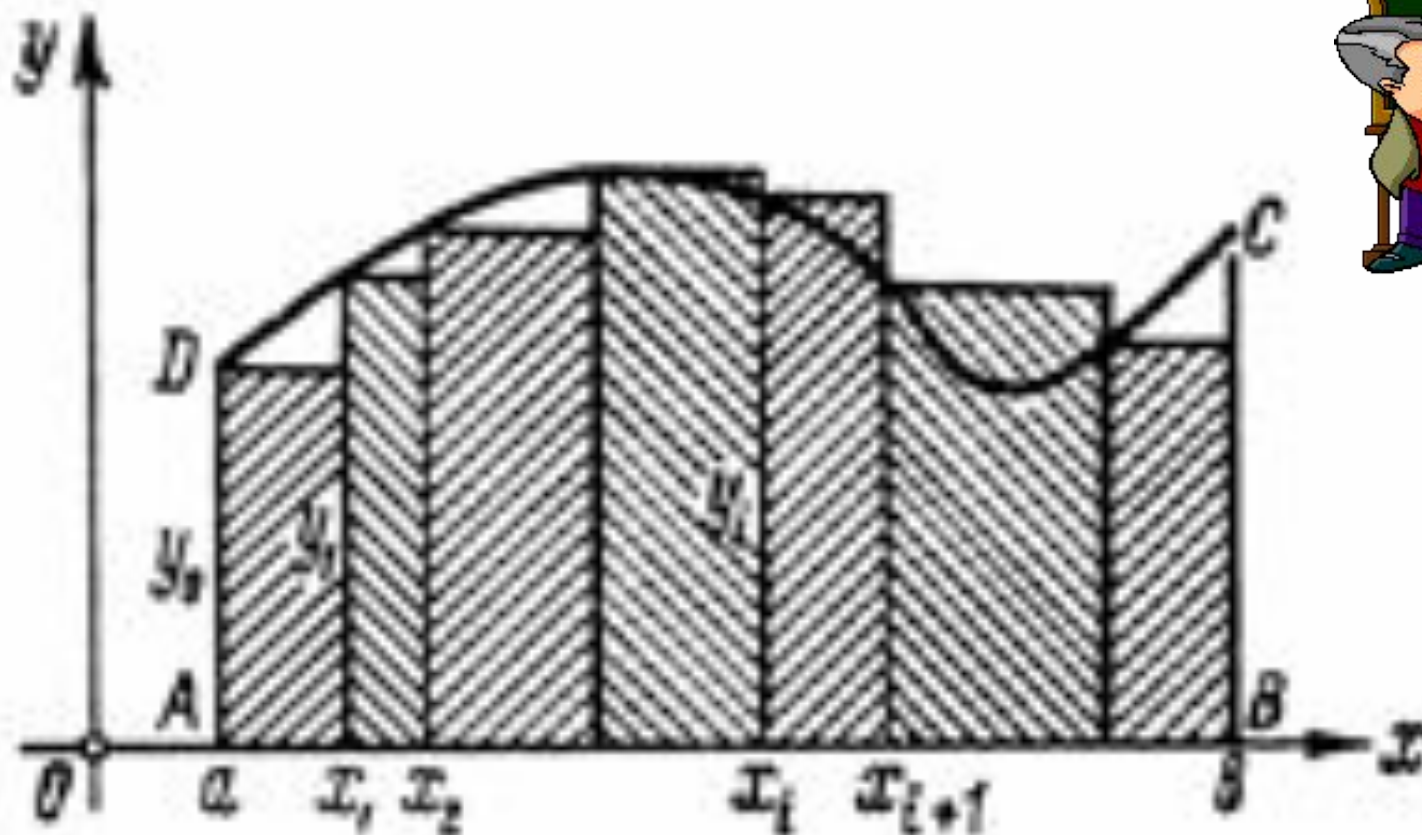
Вариант 1  
Задание 3



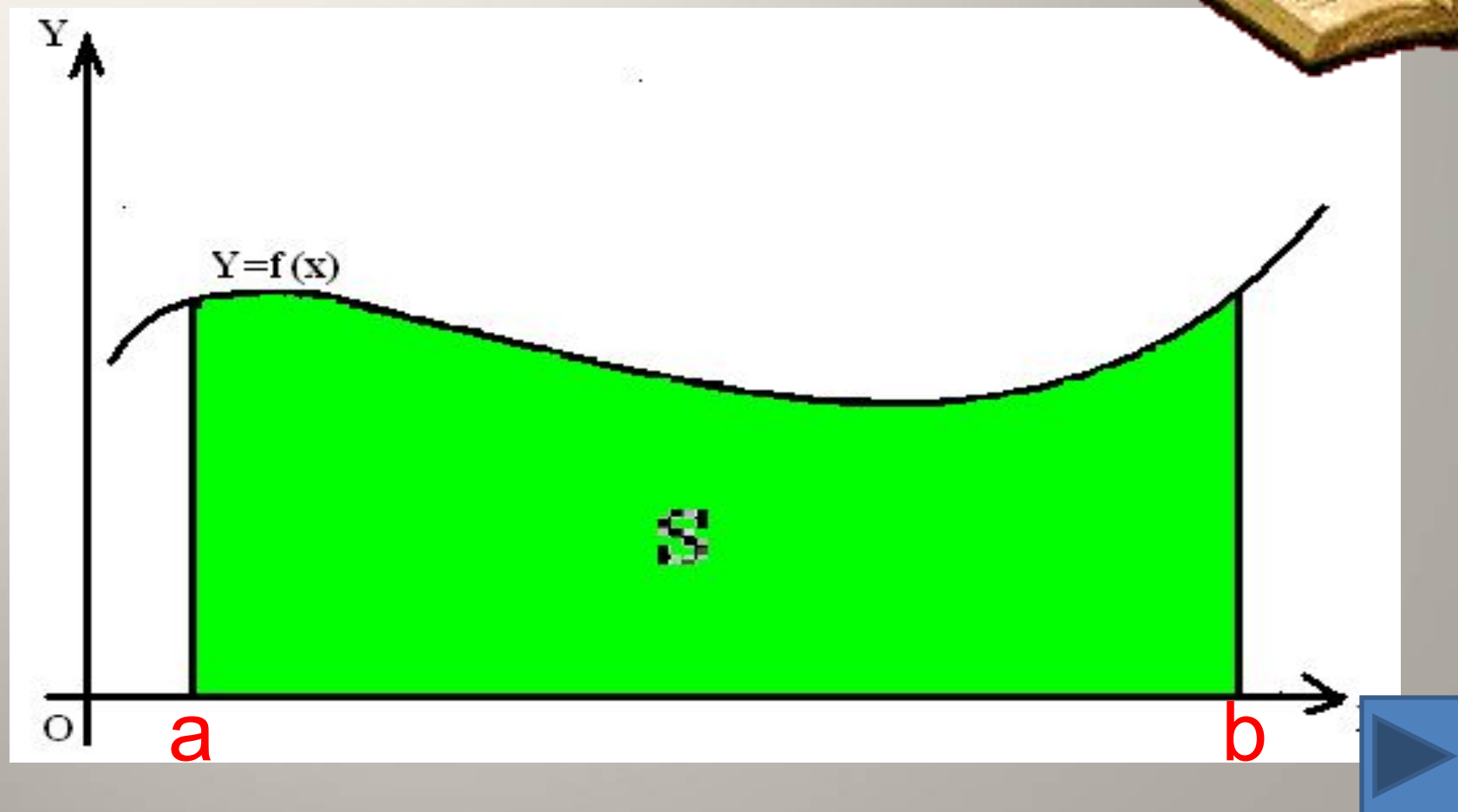
Вариант 2  
Задание 3



# Численные методы решения задач



**ЗАДАЧА.** Пусть требуется приближённо вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции  $f(x)$  и прямыми  $x = a$ ,  $x = b$ ,  $y = 0$ .



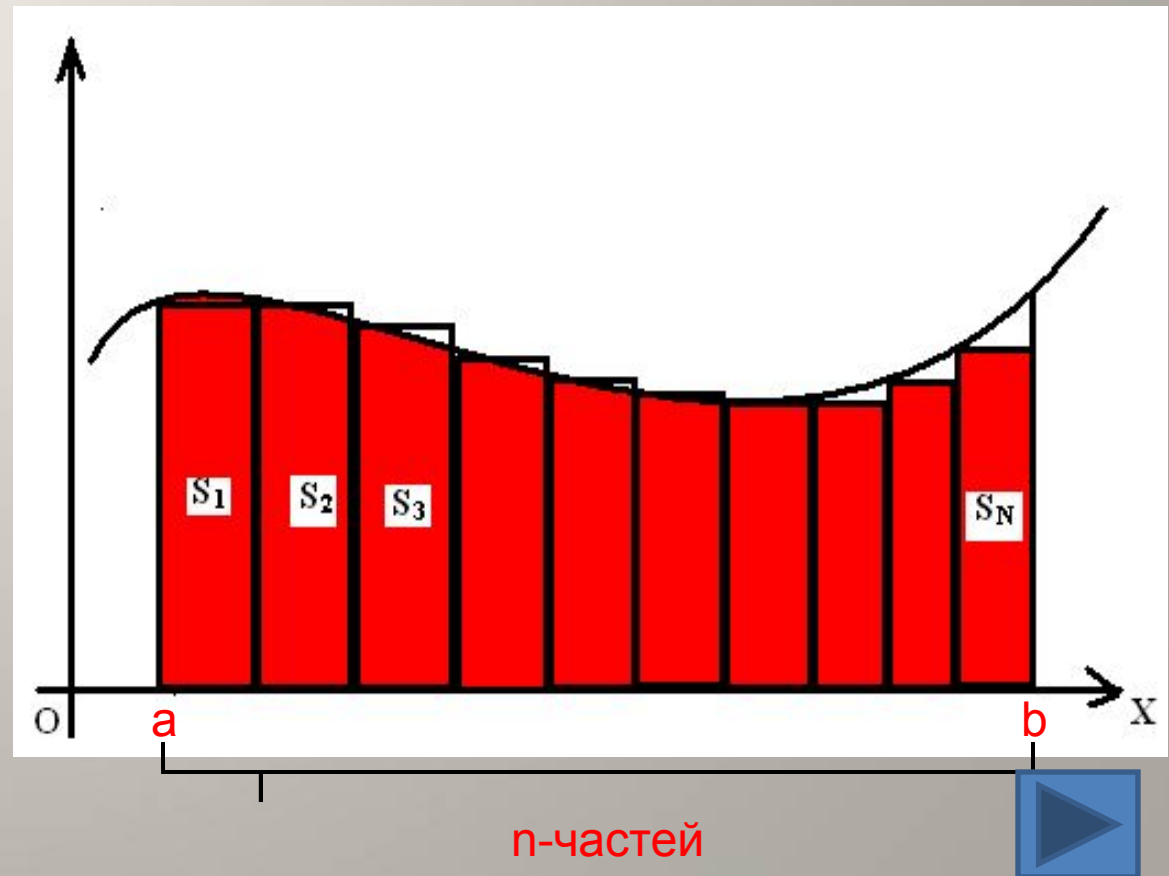
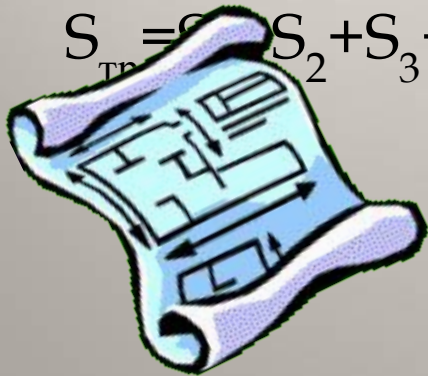


# Вычисление площади криволинейной трапеции методом прямоугольников

Разобьем отрезок  $[a, b]$  на  $n$  равных отрезков точками  $a = X_0 < X_1 < X_2 < \dots < X_n = b$  и на каждом из полученных отрезков построим прямоугольник. Площадь криволинейной трапеции можно

приблизительно  
считать равной  
сумме площадей  
заштрихованных  
прямоугольников

$$S_{\text{тр}} \approx S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n.$$







# Построение алгоритма.

- Запишем алгоритм приближенного вычисления площади криволинейной трапеции для случая прямоугольников.
- $h := (b-a) / n$ ;  $s := 0$ ;  $x := a$ ;  
for  $i := 1$  to  $n$  do  
begin  
 $s := s + f(x)$ ;  
 $x := x + h$ ;  
end;  
 $s := s * h$ ;





# Вариант №1

## Задание 1,1

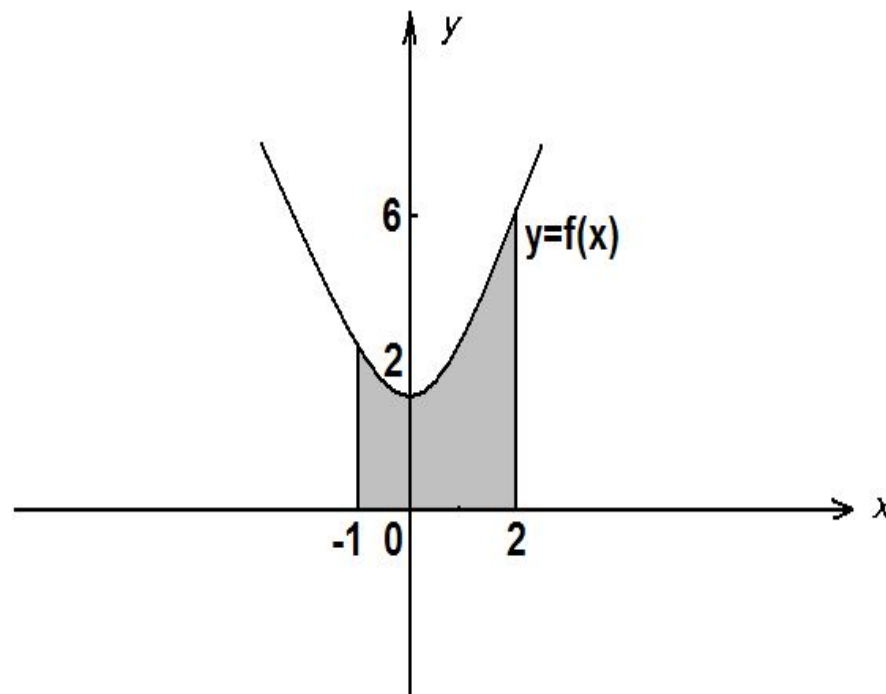
### Задание 1.1

По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

### Задание 1.2

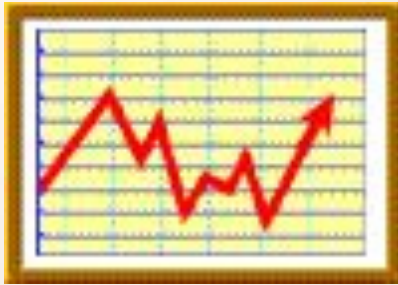
Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \sqrt{x}, y = 1, x = 4$$



Ответ





# Вариант №2

## Задание 2.1

По готовому чертежу  
найти площадь  
заштрихованной  
фигуры.

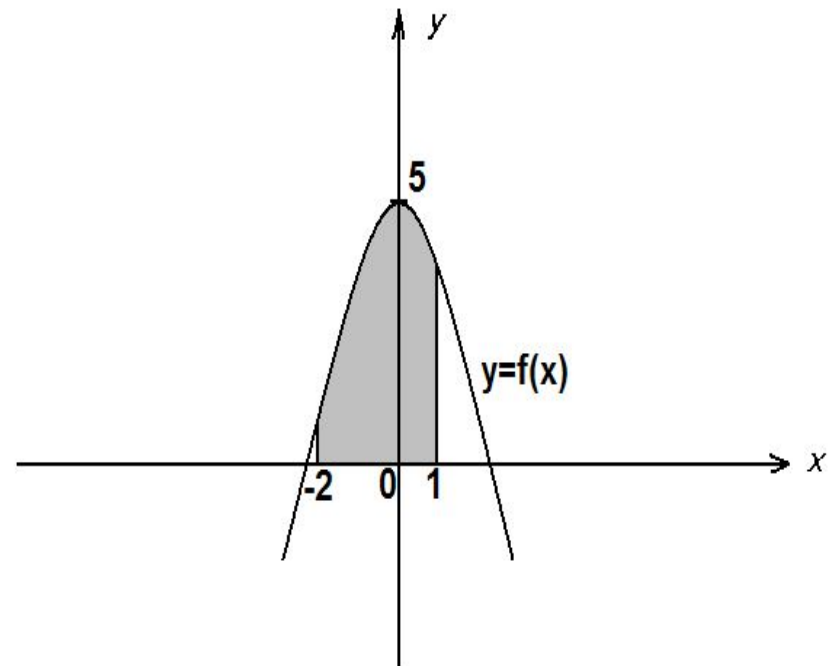
## Задание 2.2

Вычислите площадь  
фигуры,

ограниченной линиями

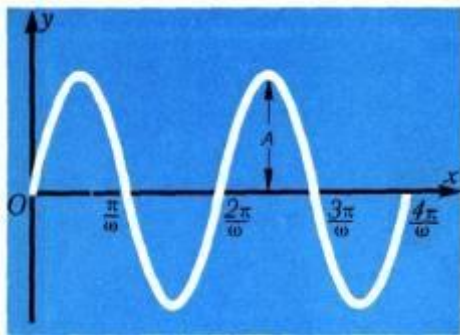
$$y = 0, x = 1, y = 8 - x^3$$

## Задание 2,1



[Ответ](#)





# Вариант №3

## Задание 2.1

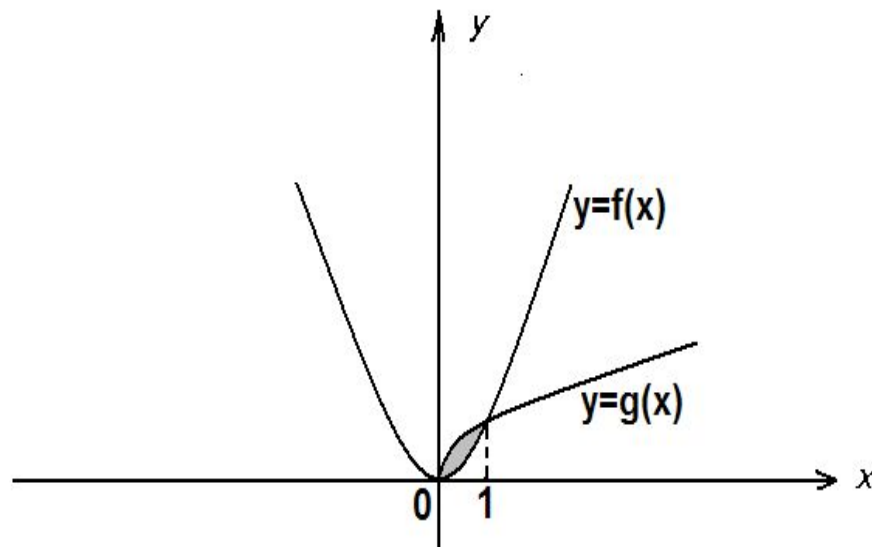
По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

## Задание 2.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 \cos x$ ,  $y=0$ ,

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

## Задание 3,1



ОТВЕТ







# Вариант №4

## Задание 4.1

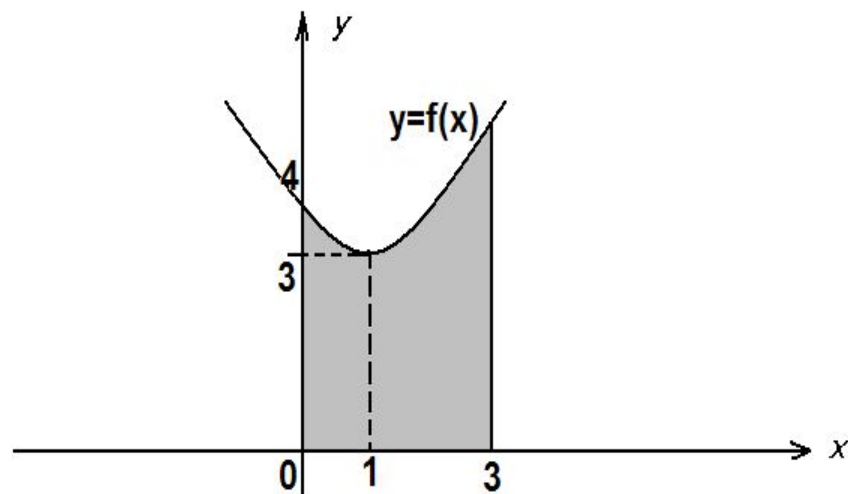
По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

## Задание 4.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x^2, y = -|x| + 2$$

## Задание 4,1



Ответ



# Криволинейная трапеция

*и все о ней...*

Вы знаете о криволинейной трапеции на ? баллов



1. Криволинейная трапеция это....

- а) фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a;b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$  и отрезком  $[a;b]$
- б) фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a;b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$
- в) фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a;b]$  знака функции  $f(x)$ , отрезком  $[a;b]$

2. Какие из фигур являются криволинейными трапециями? Перечислите

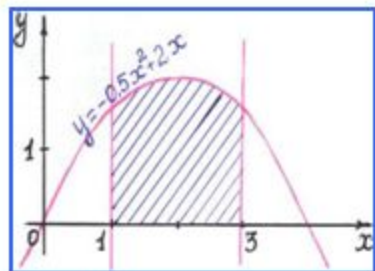


Рис.1

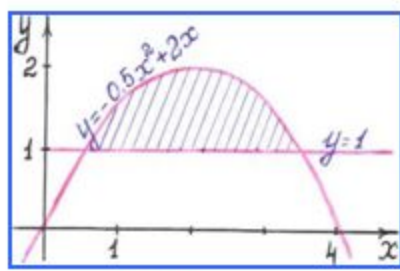


Рис.2

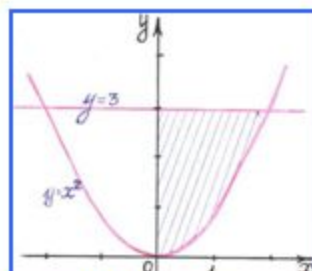


Рис.3

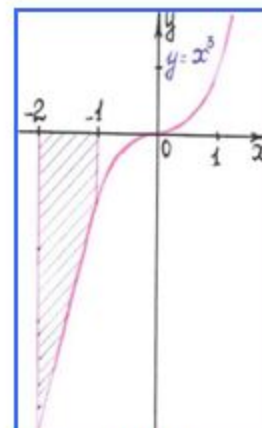


Рис.4

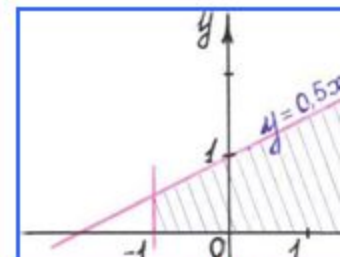


Рис.5

3. Как вычисляется площадь криволинейной трапеции (формула)?

4. Приращение первообразных функций  $F(b)-F(a)$  при изменении аргумента  $x$  от  $x=a$  до  $x=b$  называется:

5. Неопределенный интеграл это...

- а) нахождение производной от заданных функций
- б) совокупность всех первообразных  $F(x)$  функции  $f(x)$
- в) совокупность всех первообразных  $F(x)+C$  функции  $f(x)$

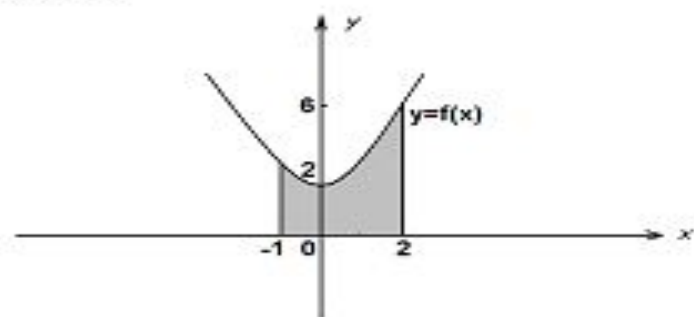


## Вариант 1.

### Задание 1.1

По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 1.1

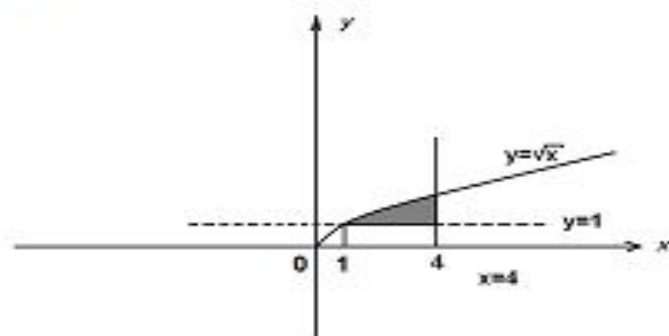


Ответ:  $y = x^2 + 2$ ;  $S=9$ .

### Задание 1.2

Вычислите площадь фигуры ограниченной линиями  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 1$ ,  $y = 4$

Задание 1.2



$$S = \int_1^4 (\sqrt{x} - 1) dx = \frac{2}{3} * x^{\frac{3}{2}} - x \Big|_1^4 = \frac{2}{3} (2^2)^{\frac{3}{2}} - 4 - \left( \frac{2}{3} * 1 - 1 \right) = \frac{2}{3} * 8 - 4 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3} - 3\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3} - 3\frac{2}{3} = 2\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$

Ответ:  $S = 1\frac{2}{3}$

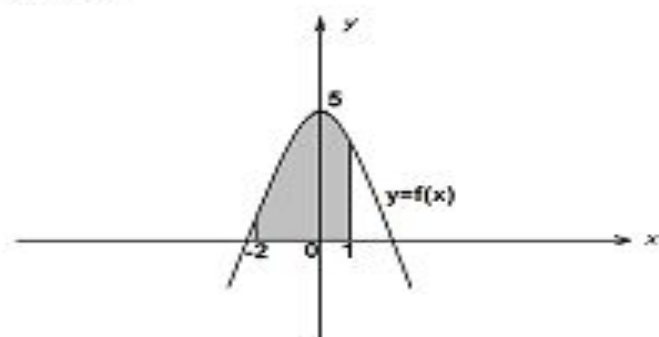


## Вариант 2

### Задание 2.1

По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.

Задание 2.1



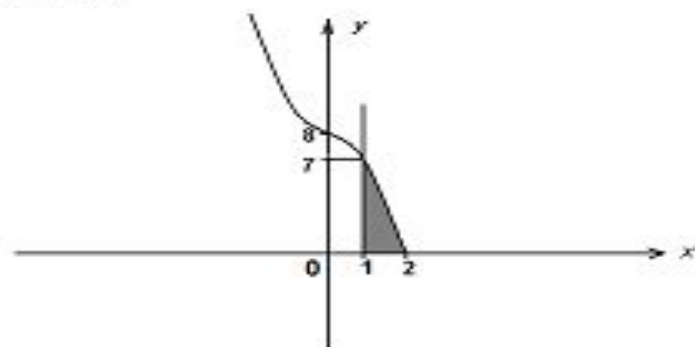
Ответ:  $y = 5 - x^2$ ;  $S = 12$



### Задание 2.2

Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 8 - x^3$

Задание 2.2



$$S = \int_1^2 (8 - x^3) dx = 8x - \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = 8 * 2 - \frac{16}{4} - 8 + \frac{1}{4} = 16 - 4 - 8 + \frac{1}{4} = 4 \frac{1}{4}$$

Ответ:  $S = 4 \frac{1}{4}$

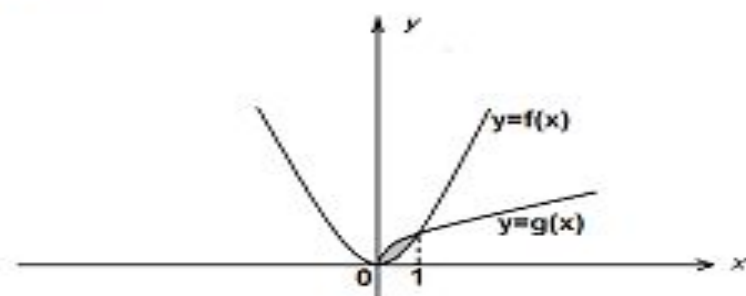




### Вариант 3

#### Задача 3.1

Задача 3,1



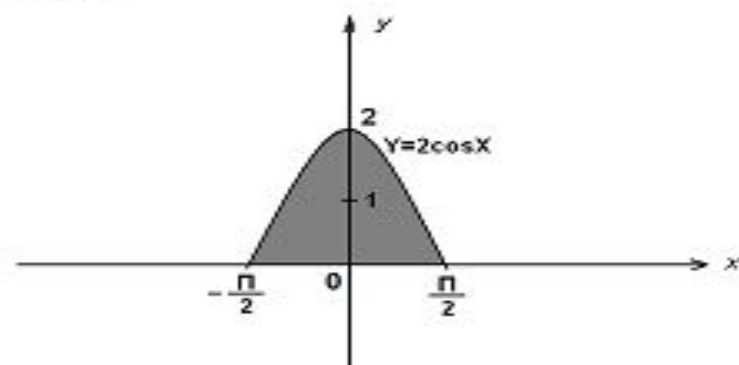
Ответ:  $y = x^2, y = \sqrt{x}; S = \frac{1}{3}$ .



#### Задача 3.2

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2 \cos x, y < 0, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

Задача 3,2



$$S = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos x dx = 2 * 2 \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 2 * 2 * 1 = 4$$

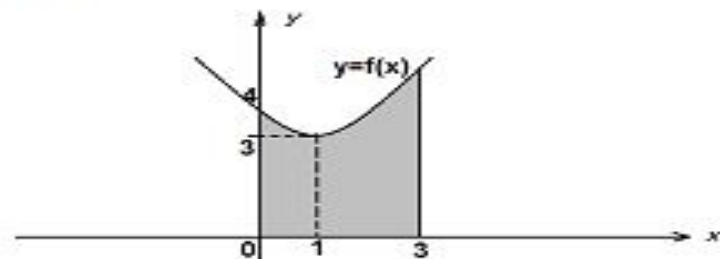
Ответ:  $S = 4$



## Вариант 4

### Задание 4.1

Задание 4,1

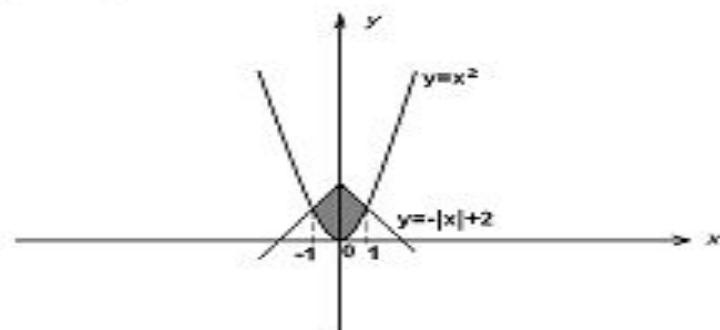


Ответ:  $y = (x - 1)^2 + 3$ ;  $S=12$ .



### Задание 4.2

Задание 4,2



$$y = x^2$$

$$\text{т.к. } y = -|x| + 2 \begin{cases} -x + 2, x \geq 0 \\ x + 2 < 0, \text{то} \end{cases}$$

$$y = -|x| + 2$$

$$S = \int_{-1}^1 (-|x| + 2 - x^2) dx = 2 \int_0^1 (-|x| + 2 - x^2) dx = 2 \left( -\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = 2 \left( -\frac{1}{2} + 2 - \frac{1}{3} \right) = 2 * 1 \frac{1}{6} = \frac{7}{3} = 2 \frac{1}{3}$$

Ответ:  $S = 2 \frac{1}{3}$



# Применение знаний при решении задач

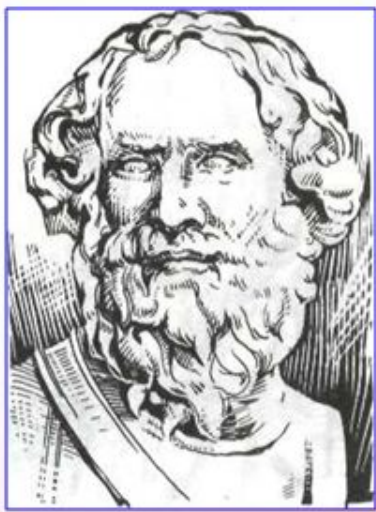
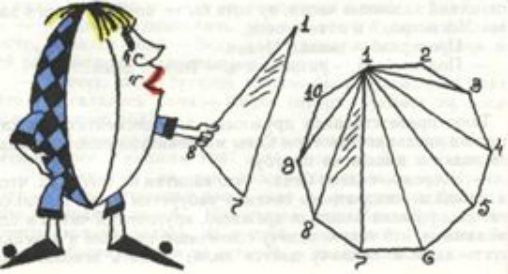
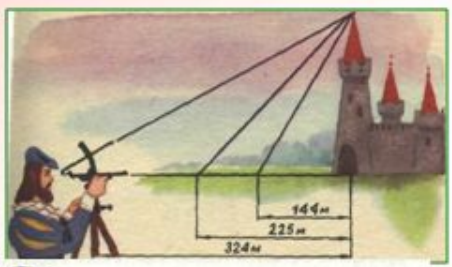
для вычисления

объемов тел



площадей

Архимед предвосхитил многие идеи интегрального исчисления. Но потребовалось более полутора тысяч лет, прежде чем эти идеи нашли четкое выражение и были доведены до уровня исчисления.



для вычисления

количества теплоты

электрического заряда

Работы, затраченной на растяжение или сжатие пружины



массы, перемещения,



пути, пройденного телом, имеющим переменную





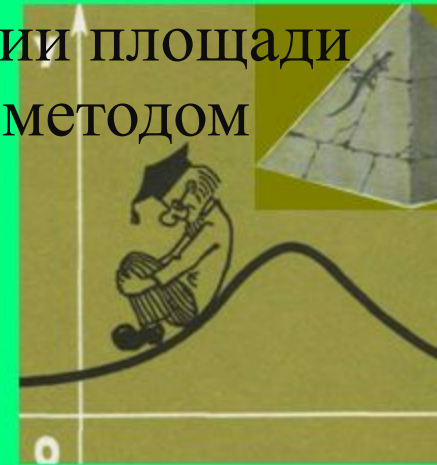
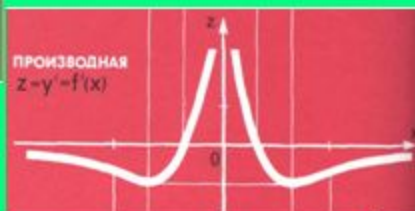
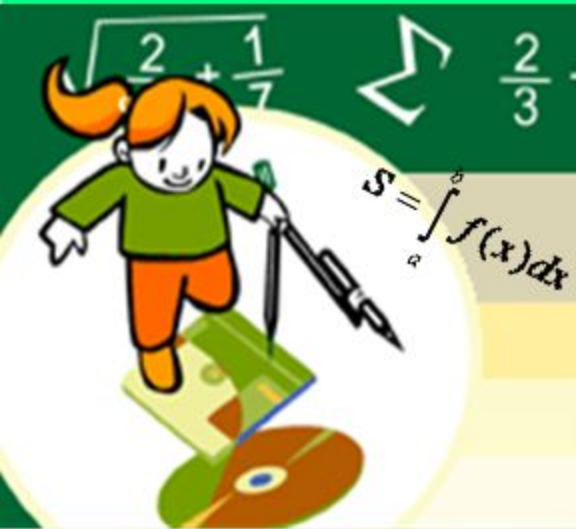
## Домашнее задание.

1. Повторить методы, применяемые при вычислении площади криволинейной трапеции

2. Применяя знания выполни задания

1 уровень - №1036 (в, г), №1047(а), №1048 (б,в)

2 уровень – продумать варианты изменения программы при вычислении площади криволинейной трапеции методом трапеций.







Ну, кто говорил, что всё сложно и постичь это всё невозможно?



Всё оказалось доступным, полезным, а также достаточно интересным