



# Площади фигур



# Содержание

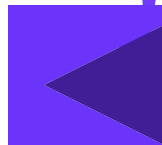
- Основные свойства площадей геометрических фигур.
- Площадь квадрата.
- Площадь прямоугольника.
- Площадь параллелограмма.
- Площадь треугольника.
- Площадь треугольника.
- Площадь трапеции.
- ТЕСТ.
- Список литературы.



# Основные свойства площадей

## геометрических фигур

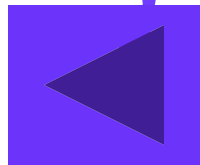
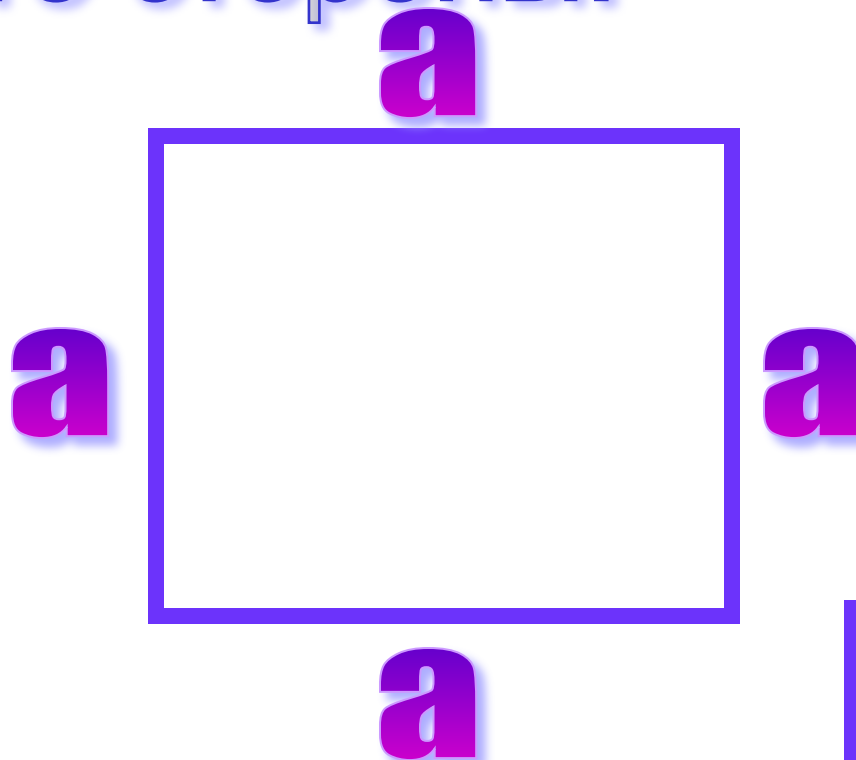
1. Любая плоская геометрическая фигура имеет площадь.
2. Эта площадь - единственная.
3. Площадь любой геометрической фигуры выражается положительным числом.
4. Площадь квадрата со стороной, равной единице, равна единице.
5. Площадь фигуры равна сумме площадей частей, на которые она разбивается.
6. Равные многоугольники имеют равные площади.



# Площадь квадрата

Площадь квадрата равна  
квадрату его стороны.

$$S = a^2$$

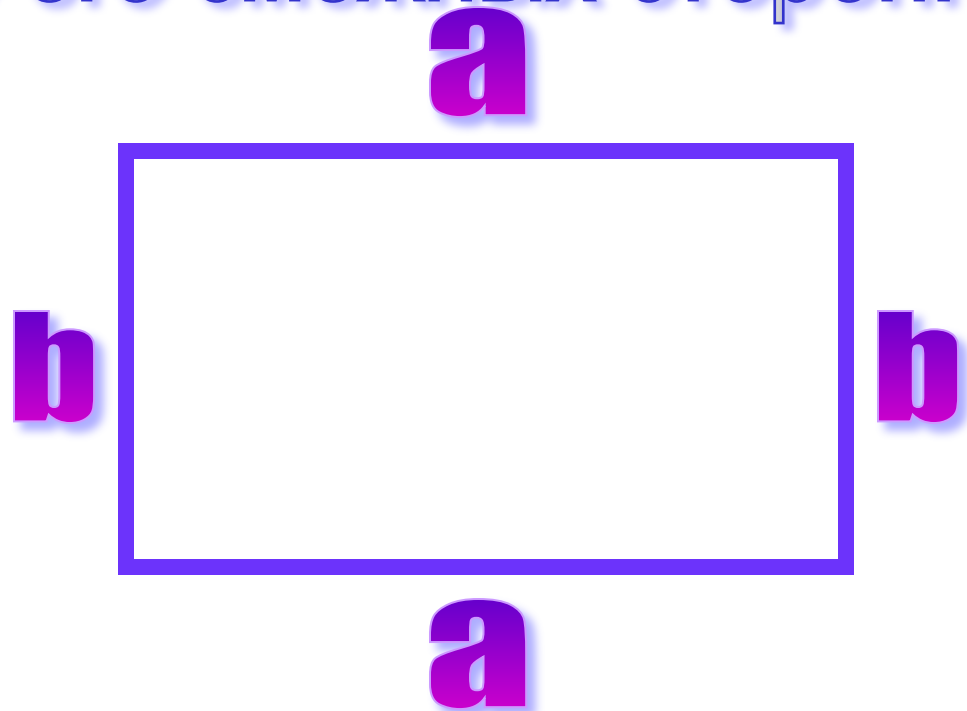


# Площадь прямоугольника



Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

$$S=ab$$

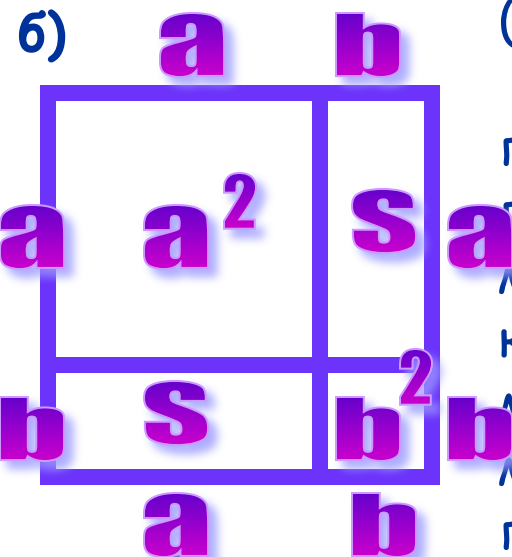


# Доказательство



Рассмотрим прямоугольник со сторонами  $a$ ,  $b$  и площадью  $S$  (рис. а). Докажем, что  $S=ab$ .

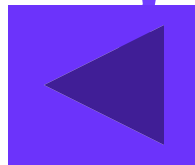
Достроим прямоугольник до квадрата со стороной  $a+b$ , (рис. б). По свойству «Площадь квадрата равна квадрату его стороны» площадь этого квадрата равна  $(a+b)^2$ .



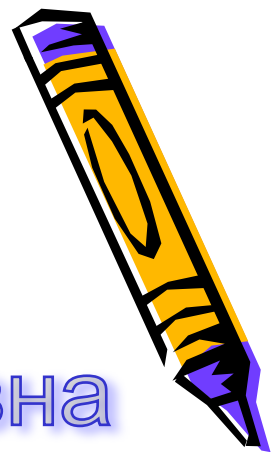
С другой стороны этот квадрат составлен из данного прямоугольника с площадью  $S$ , равного ему прямоугольника с площадью  $S$  (равные многоугольники имеют равные площади) и двух квадратов с площадями  $a^2$  и  $b^2$ . По свойству «Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников» имеем:

$$(a+b)^2 = S + S + a^2 + b^2, \text{ или } a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2.$$

Отсюда получаем:  $S=ab$

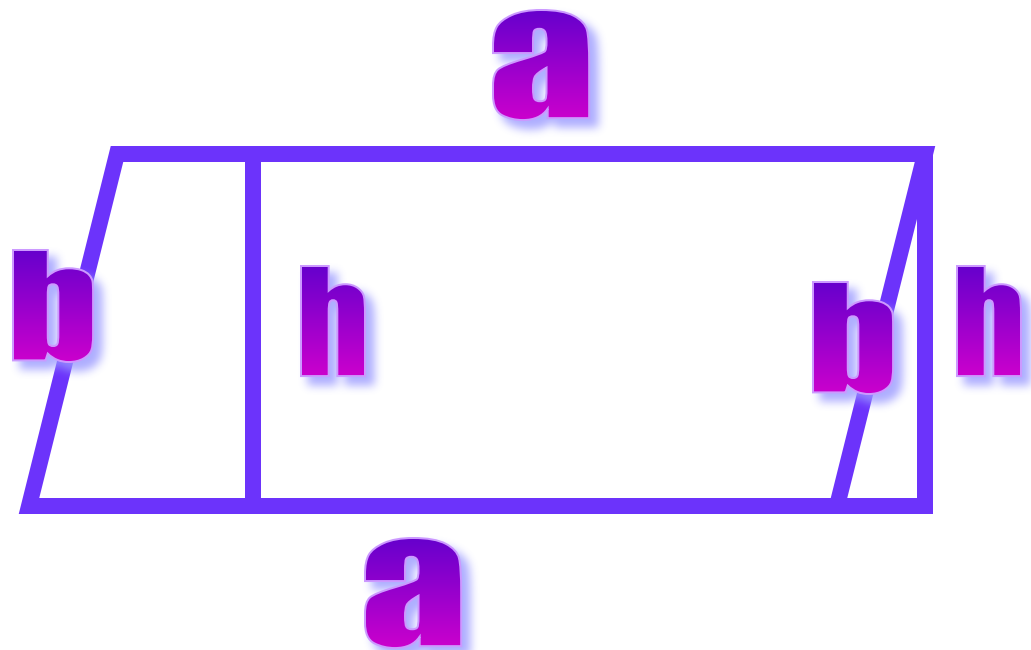


# Площадь параллелограмма



Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

$$S = ah$$



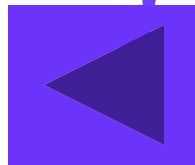
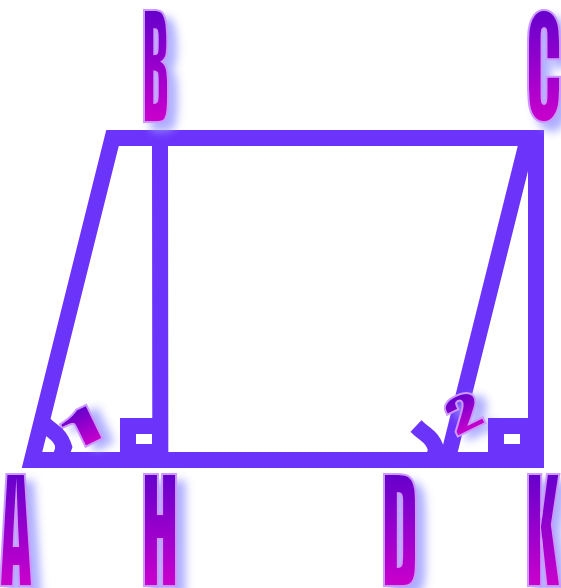
# Доказательство



Рассмотрим параллелограмм  $ABCD$  с площадью  $S$ .  
Примем сторону  $AD$  за основание и проведем высоту  $BH$  и  $CK$ . Докажем, что  $S=AD \cdot BH$ .

Докажем сначала, что площадь прямоугольника  $HBSK$  также равна  $S$ . Трапеция  $ABCK$  составлена из параллелограмма  $ABCK$  и треугольника  $DCK$ . С другой стороны, она составлена из прямоугольника  $HBSK$  и треугольника  $ABH$ . Но прямоугольные треугольники  $DCK$  и  $ABH$  равны по гипотенузе и острому углу ( их гипотенузы  $AB$  и  $CD$  равны как противоположные стороны параллелограмма, а углы  $1$  и  $2$  равны как соответственные углы при пересечении параллельных прямых  $AB$  и  $CD$  секущей  $AD$ ), поэтому их площади равны.

Следовательно, площади параллелограмма  $ABCD$  и прямоугольник  $HBSK$  также равны, т. е. площадь прямоугольника  $HBSK$  равна  $S$ . По теореме о площади прямоугольника  $S=BC \cdot BH$ , а так как  $BC=AD$ , то  $S=AD \cdot BH$ .



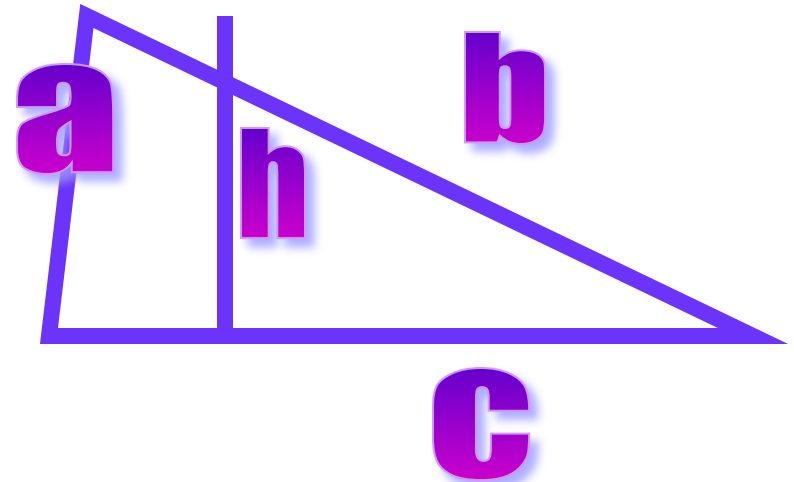


# Площадь треугольника

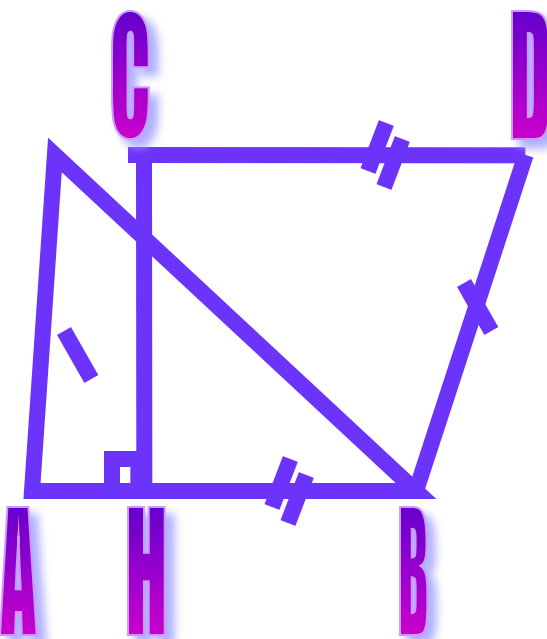


Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

$$S = 0,5ah$$

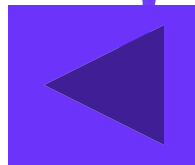


# Доказательство



Пусть  $S$  - площадь треугольника  $ABC$ . Примем сторону  $AB$  за основание треугольника и проведем высоту  $CH$ . Докажем, что  $S = 0,5 * AB * CH$ .

Достроим треугольник  $ABC$  до параллелограмма  $ABCD$ . Треугольники  $ABC$  и  $DCB$  равны по трем сторонам ( $BC$  - общая сторона,  $AB = CD$  и  $AC = BD$  как противоположные стороны параллелограмма  $ABCD$ ), поэтому их площади равны. Следовательно, площадь  $S$  треугольника  $ABC$  равна половине площади параллелограмма  $ABCD$ , т.е.  $S = 0,5 * AB * CH$ .

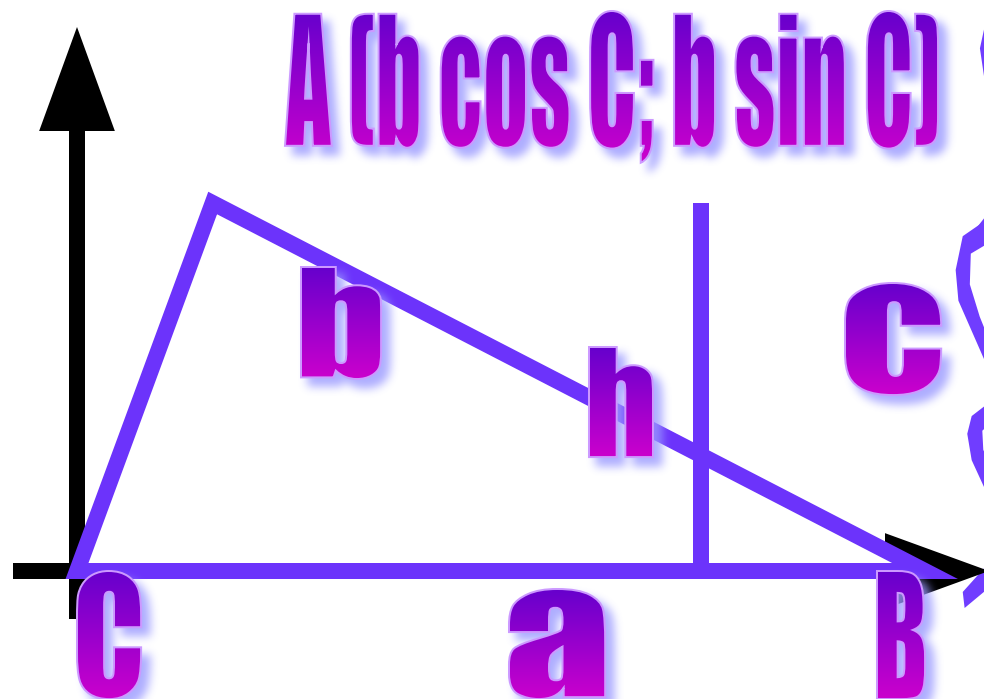


# Площадь треугольника

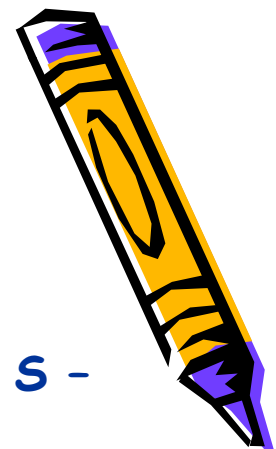


Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.

$$S = 0.5 a b \sin C$$



# Доказательство

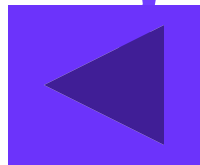
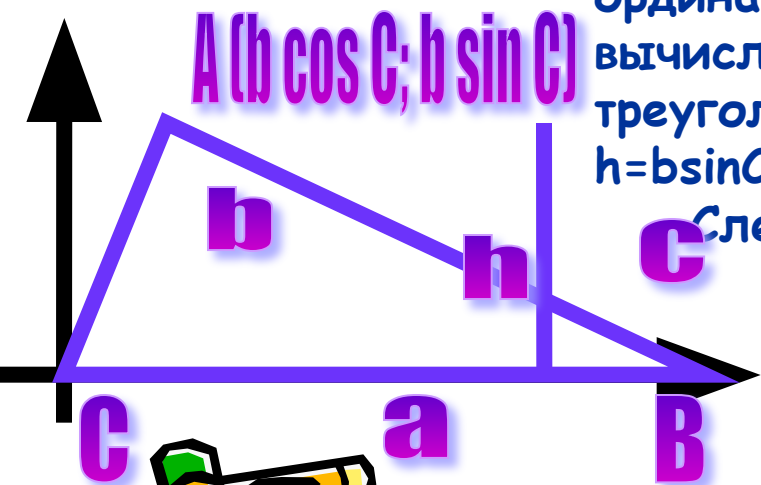


Пусть в треугольнике  $ABC$   $BC=a$ ,  $CA=b$  и  $S$  – площадь этого треугольника.

Докажем, что  $S=0,5absinC$ .

Введем систему координат с началом в точке  $C$  так, чтобы точка  $B$  лежала на положительной полуоси  $Cx$ , а точка  $A$  имела положительную ординату. Площадь данного треугольника можно вычислить по формуле  $S=0,5ah$ , где  $h$  – высота треугольника. Но  $h$  равна ординате точки  $A$ , т. е.  $h=bsinC$ .

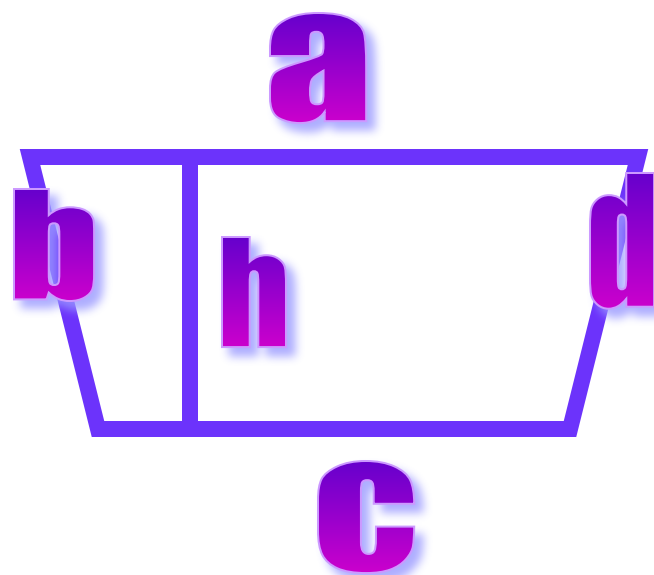
Следовательно,  $S=0,5absinC$ .



# Площадь трапеции

Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту.

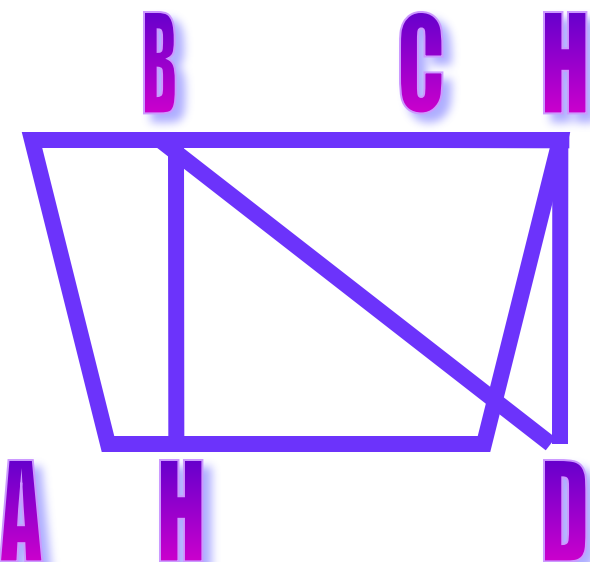
$$S = 0.5(a + c)h$$



# Доказательство

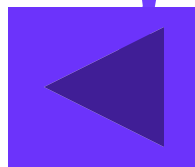


Рассмотрим трапецию  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ , высотой  $BH$  и площадью  $S$ . Докажем, что  $S = 0,5 \cdot (AD + BC) \cdot BH$ .



Диагональ  $BD$  разделяет трапецию на два треугольника  $ABD$  и  $BCD$ , поэтому  $S = S_{ABD} + S_{BCD}$ . Примем отрезки  $AD$  и  $BH$  за основание и высоту треугольника  $ABD$ , а отрезки  $BC$  и  $DH_1$  за основание и высоту треугольника  $BCD$ . Тогда  $S_{ABD} = 0,5 \cdot AD \cdot BH$ ,  $S_{BCD} = 0,5 \cdot BC \cdot DH_1$ . Так как  $DH_1 = BH$ , то  $S_{BCD} = 0,5 \cdot BC \cdot BH$ .

Таким образом,  
 $S = 0,5 \cdot AD \cdot BH + 0,5 \cdot BC \cdot BH = 0,5 \cdot (AD + BC) \cdot BH$ .



# Тест



Найдите площадь геометрической фигуры

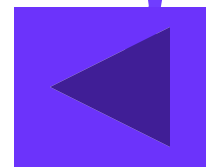
a) 560

c) 476

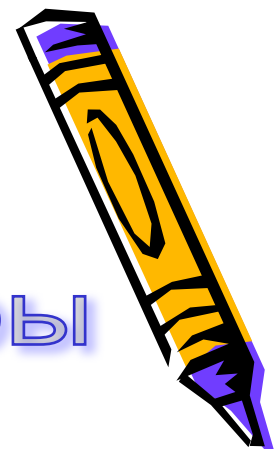
b) 576

d) 519

24



Найдите площадь  
геометрической фигуры

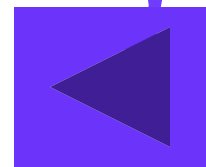
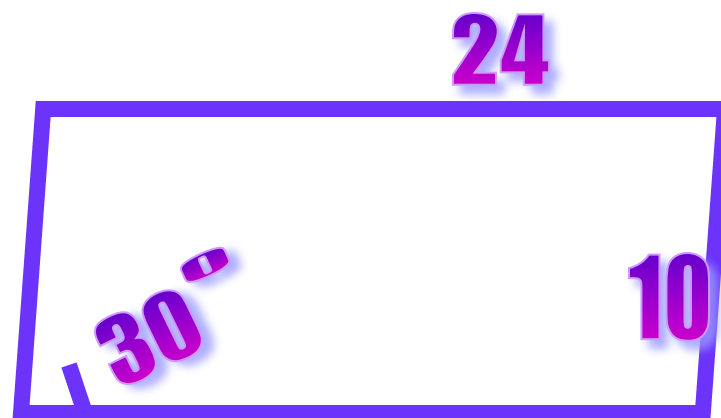


a) 120

c) 180

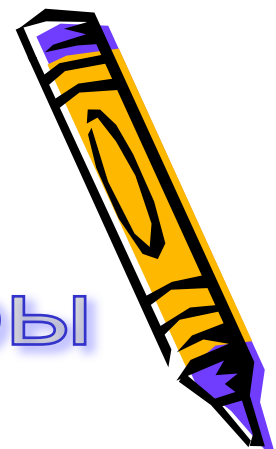
b) 240

d) 160





Найдите площадь  
геометрической фигуры

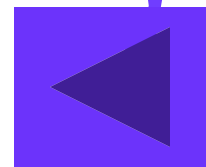
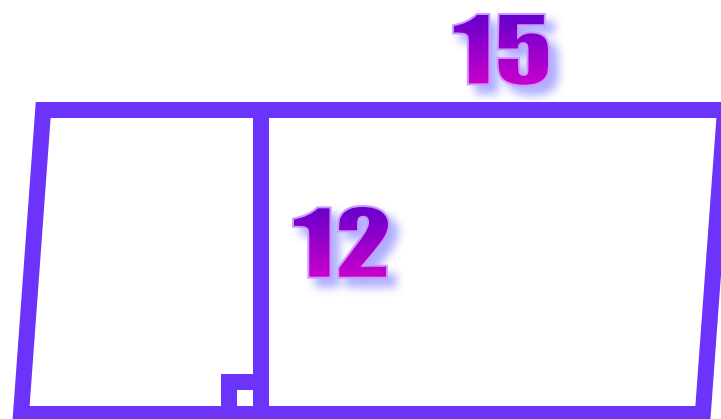


a) 180

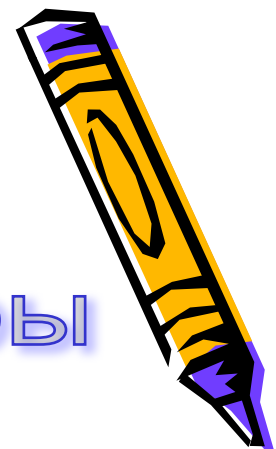
c) 145

b) 240

d) 160



Найдите площадь  
геометрической фигуры

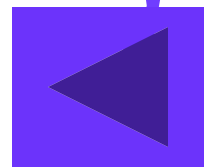
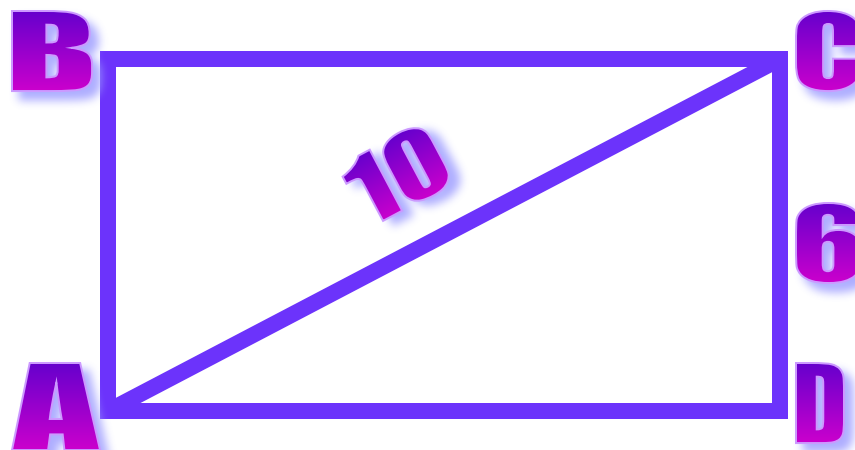


a) 60

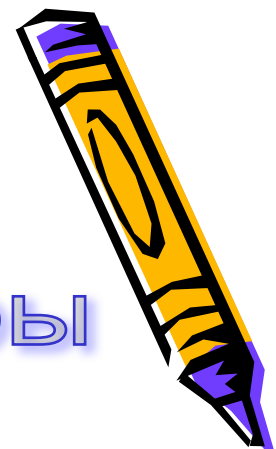
c) 48

b) 80

d) 64



Найдите площадь  
геометрической фигуры

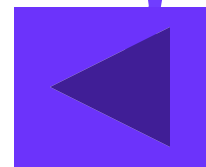
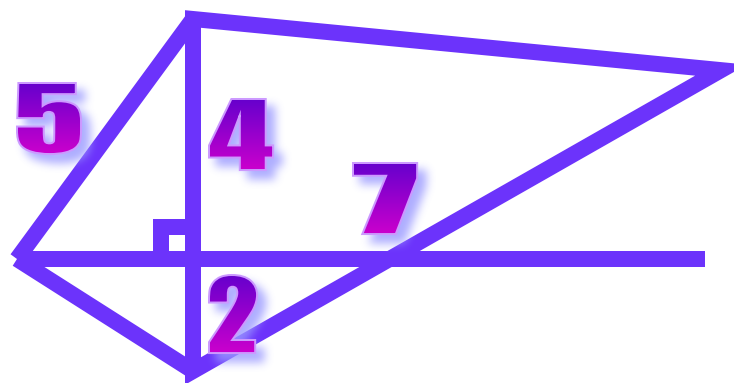


a) 21

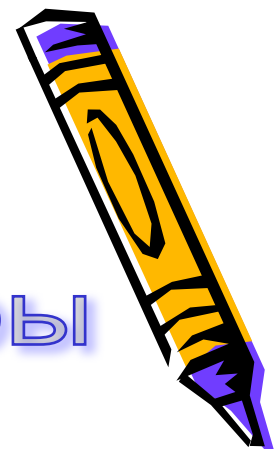
c) 30

b) 60

d) 32



Найдите сторону АВ  
геометрической фигуры

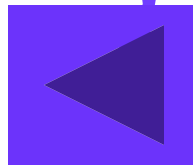
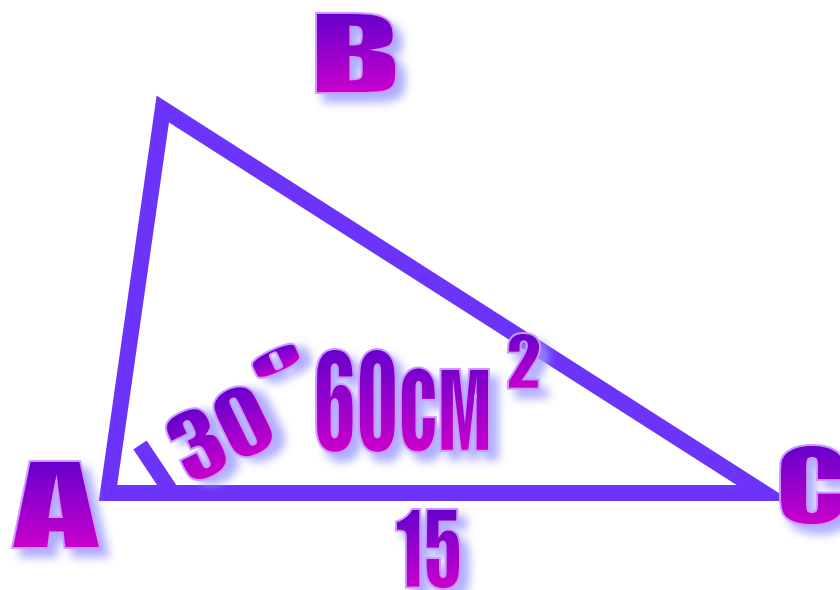


a) 21

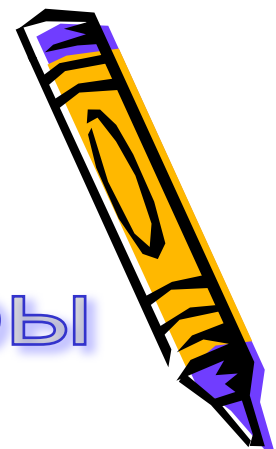
c) 13

b) 16

d) 18



Найдите площадь  
геометрической фигуры

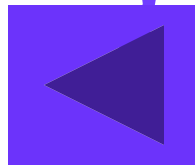
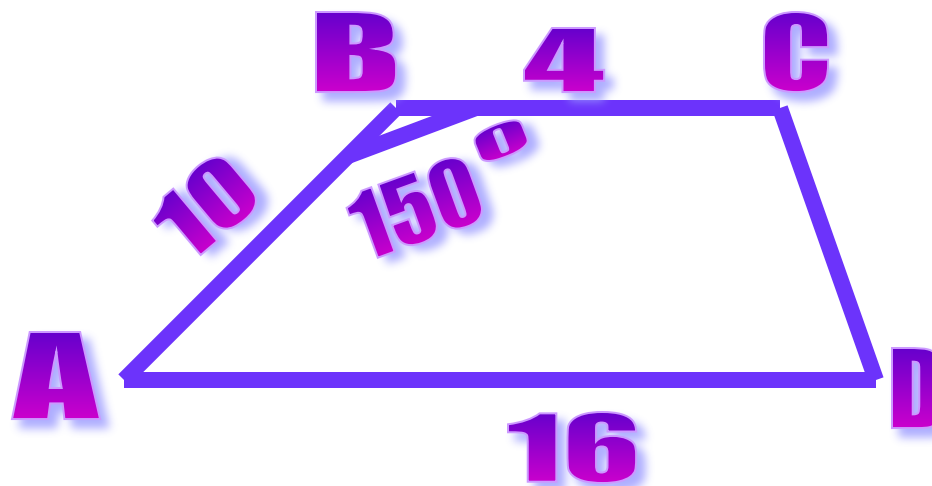


a) 100

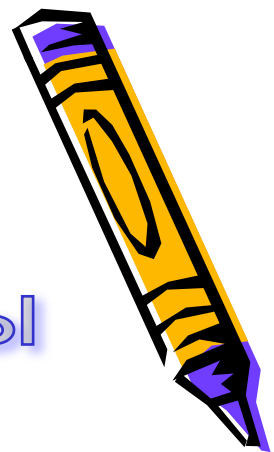
c) 150

b) 50

d) 40



Найдите площадь  
геометрической фигуры

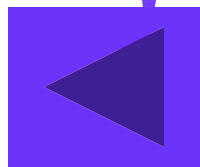
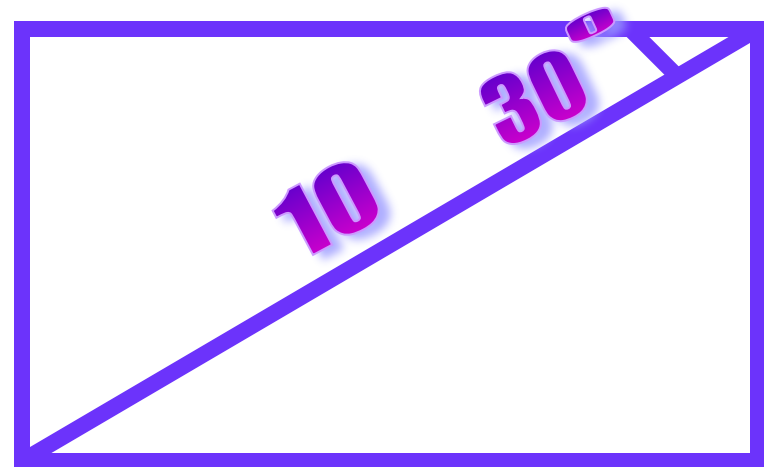


a) 34

c) 21

b) 29

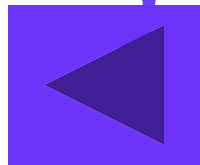
d) 25



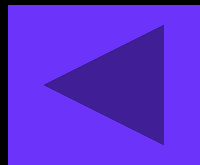
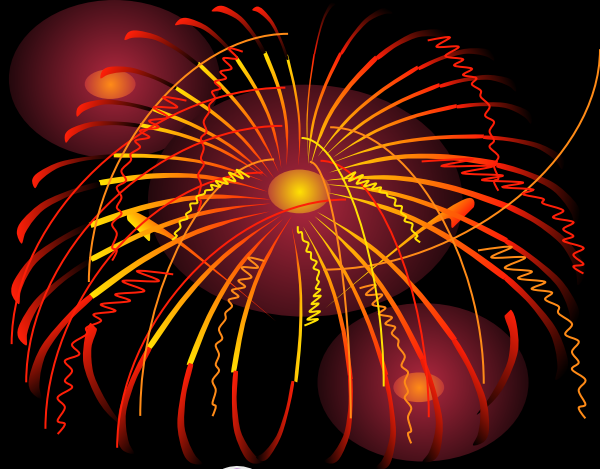
# Список литературы



- <http://fio.ifmo.ru/archive/group13/c2wu5/text/test/test9/test9.htm>
- Геометрия, 7-9: Учеб. для общеобразоват. учреждений / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. - 14-е изд. - М.: Просвещение, 2004. - 384 с.: ил..



Правильно





Вы ошиблись

