

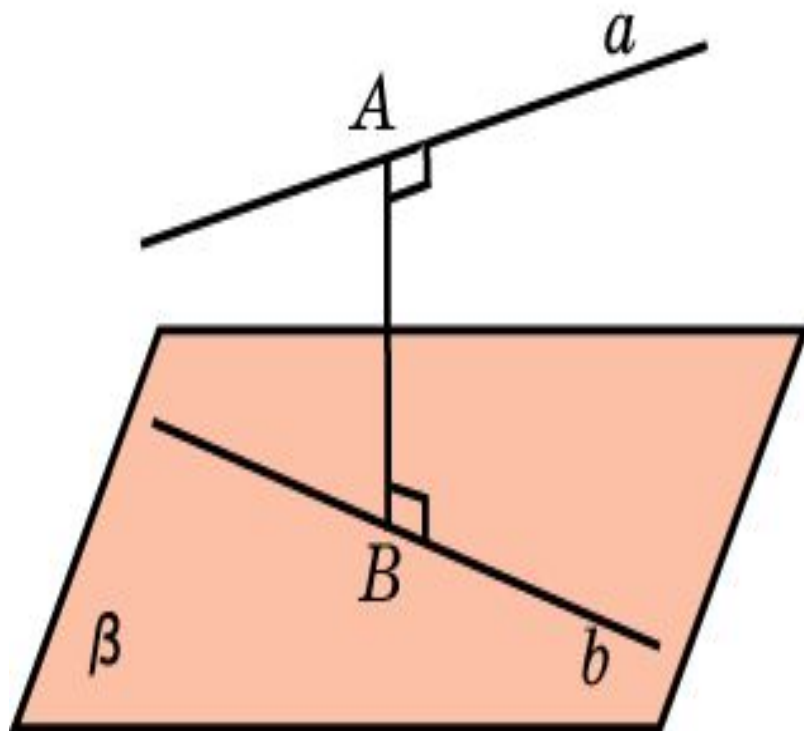
РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ В ПРОСТРАНСТВЕ

Расстоянием между двумя
непересекающимися прямыми в пространстве
называется длина общего перпендикуляра,
проведенного к этим прямым.

Первый способ сводится к нахождению расстояния от точки до плоскости

Идея заключается в построении:

- а) двух параллельных плоскостей, каждая из которых проходит через одну из скрещивающихся прямых, параллельно другой скрещивающейся прямой. Расстояние между этими плоскостями будет искомым.**
- б) в построении плоскости, проходящей через одну из скрещивающихся прямых, параллельно другой. Расстояние от любой точки второй прямой до построенной плоскости будет искомым.**

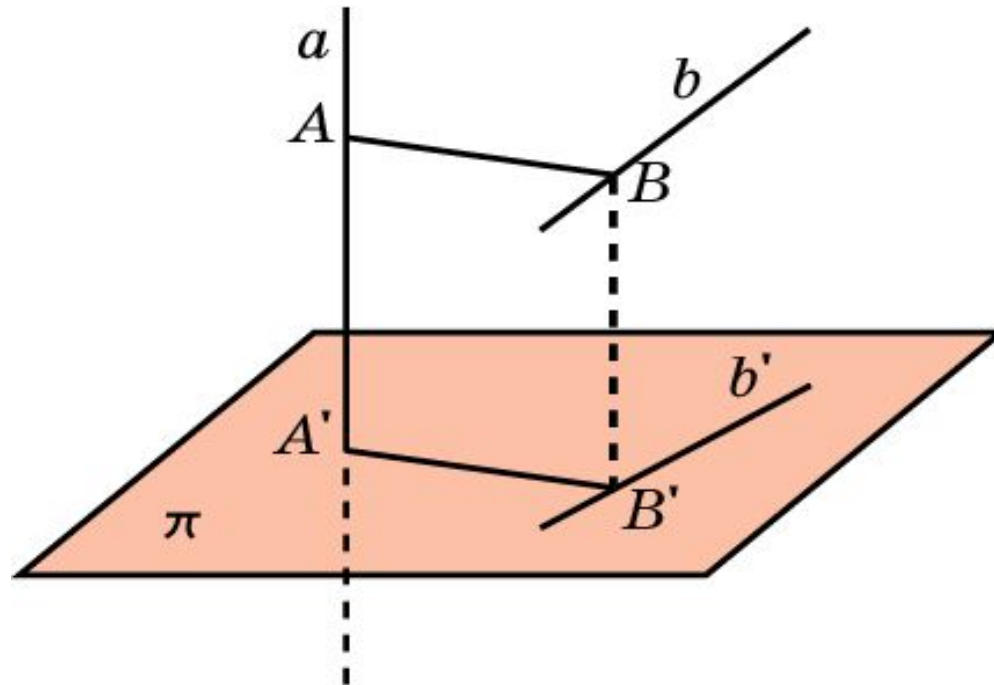


**Если одна из двух данных
прямых лежит в
плоскости, а другая –
параллельна этой
плоскости, то
расстояние между
данными прямыми
равно расстоянию
между прямой и
плоскостью.**

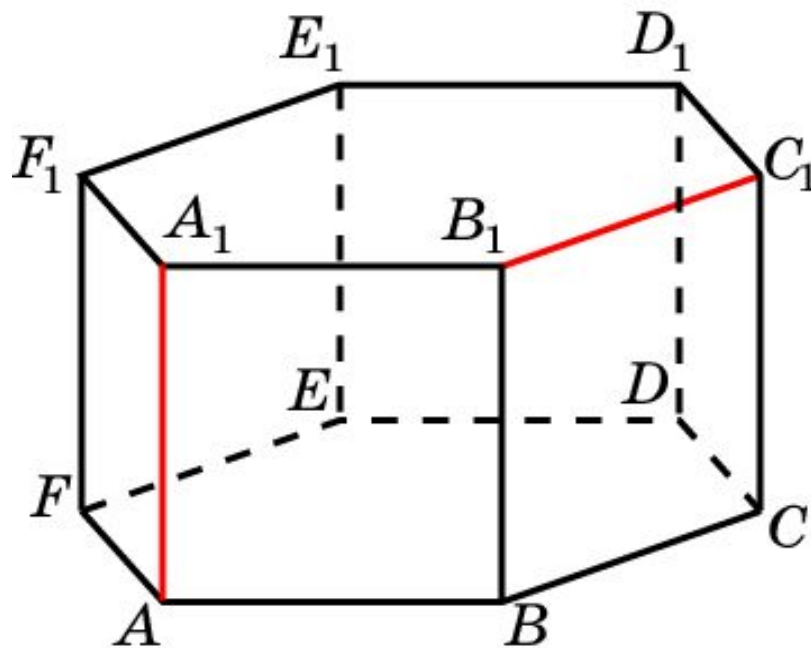
Второй способ нахождения расстояния между скрещивающимися прямыми основан на методе ортогонального проектирования.

Расстояние между скрещивающимися прямыми от точки, являющейся проекцией одной из данных прямых на перпендикулярную ей плоскость до проекции другой прямой на эту плоскость. Угол между второй прямой и указанной ей проекцией дополняет до 90° угол между данными скрещивающимися прямыми.

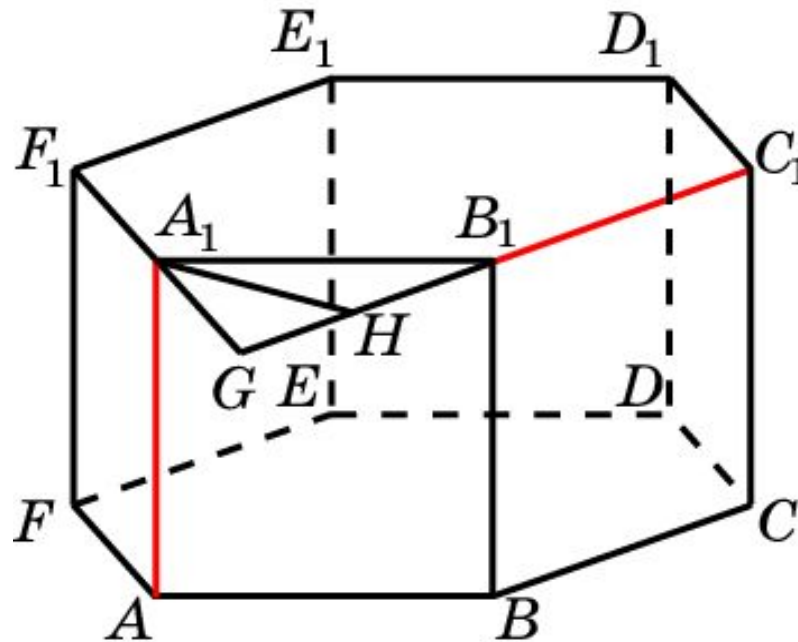
Если ортогональная проекция на плоскость переводит прямую a в точку A' , а прямую b в прямую b' , то расстояние AB между прямыми a и b равно расстоянию $A'B'$ от точки A' до прямой b' .



В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и B_1C_1 .



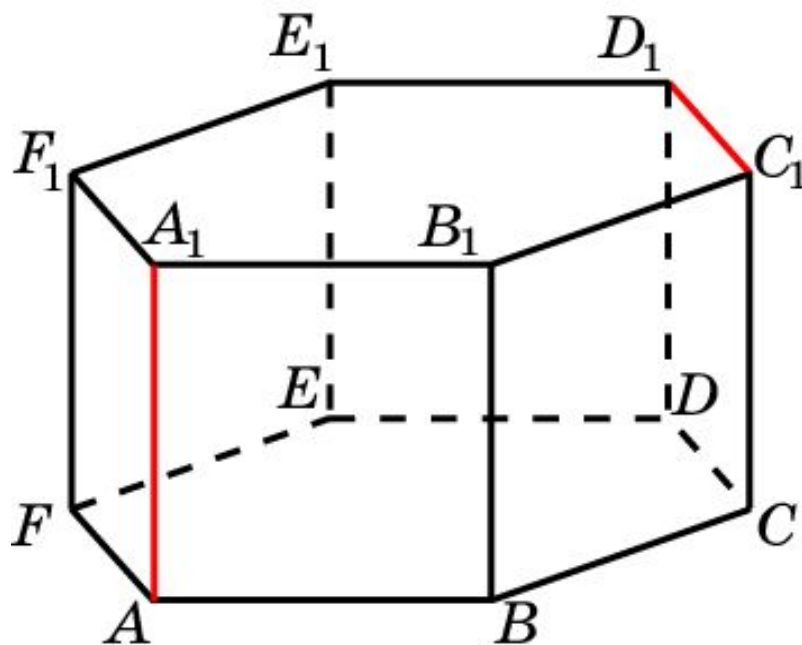
Решение.



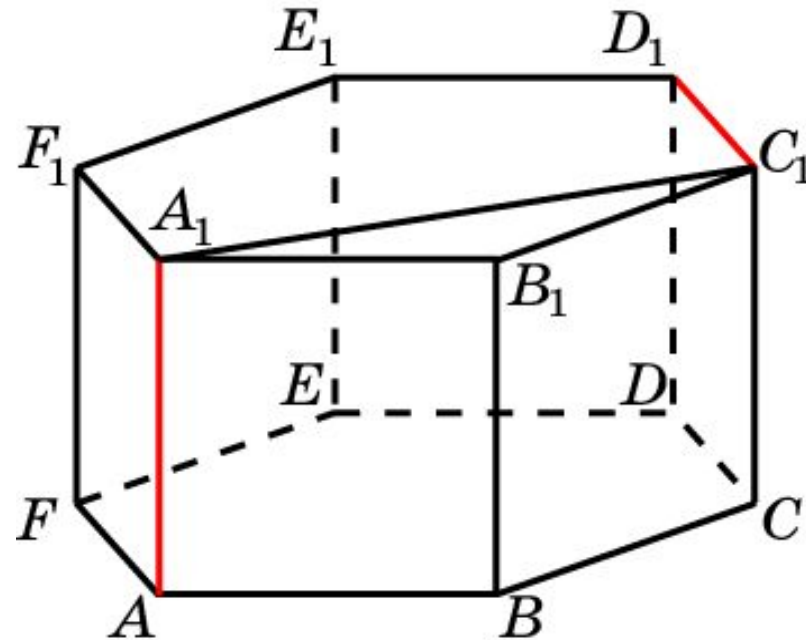
Продолжим стороны B_1C_1 и A_1F_1 до пересечения в точке G . Треугольник A_1B_1G равносторонний. Его высота A_1H является искомым общим перпендикуляром, длина которого равна $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и C_1D_1 .



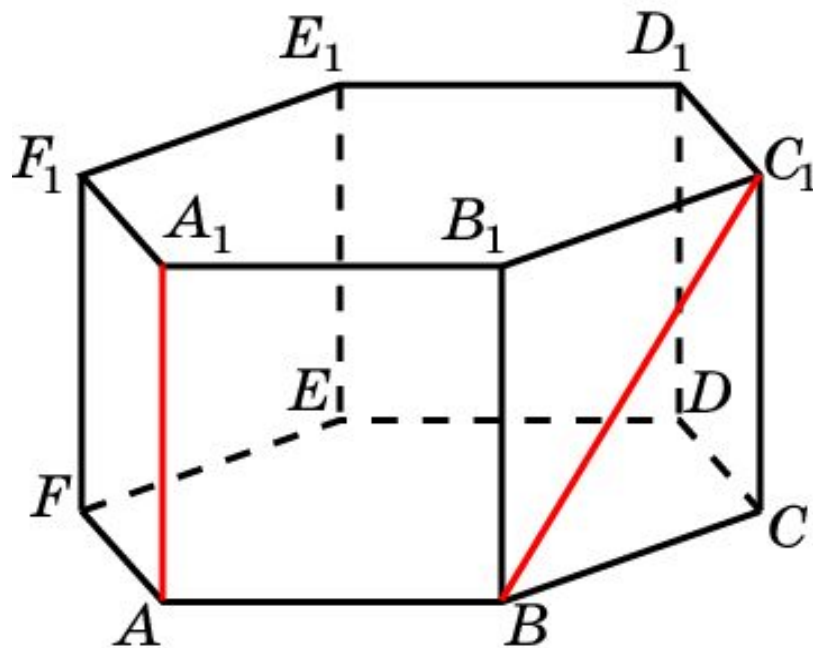
Решение.



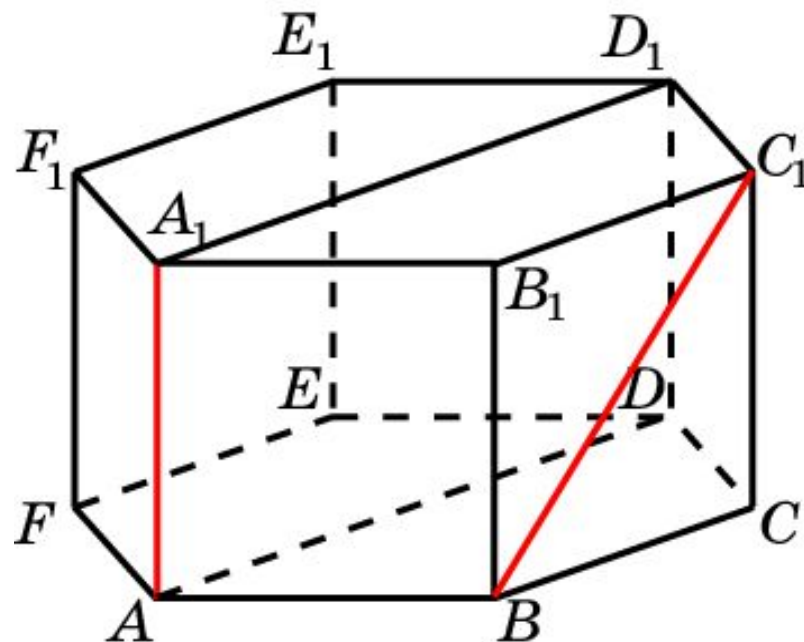
Искомый общим перпендикуляром является отрезок A_1C_1 . Его длина $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и BC_1 .



Решение.

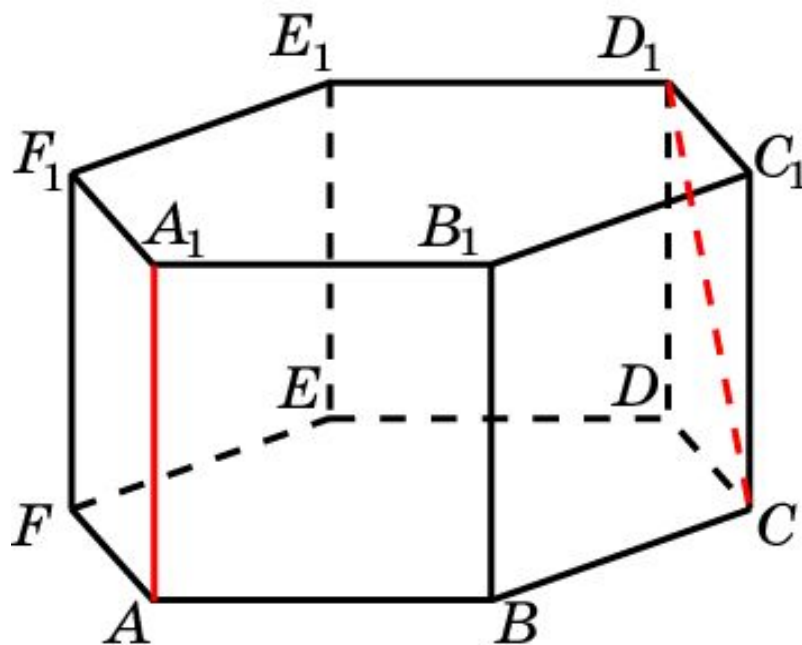


Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями ADD_1 и BCC_1 .

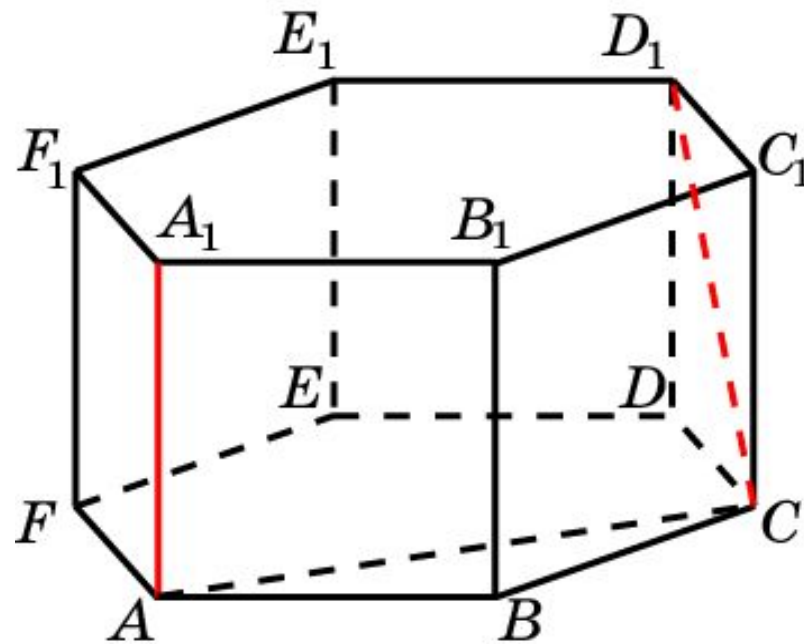
Расстояние между ними равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и CD_1 .



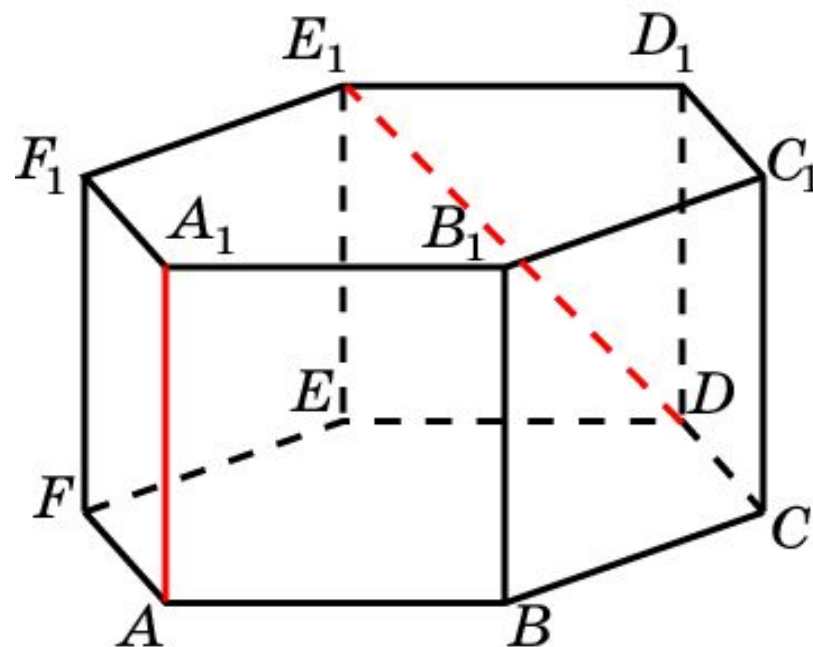
Решение.



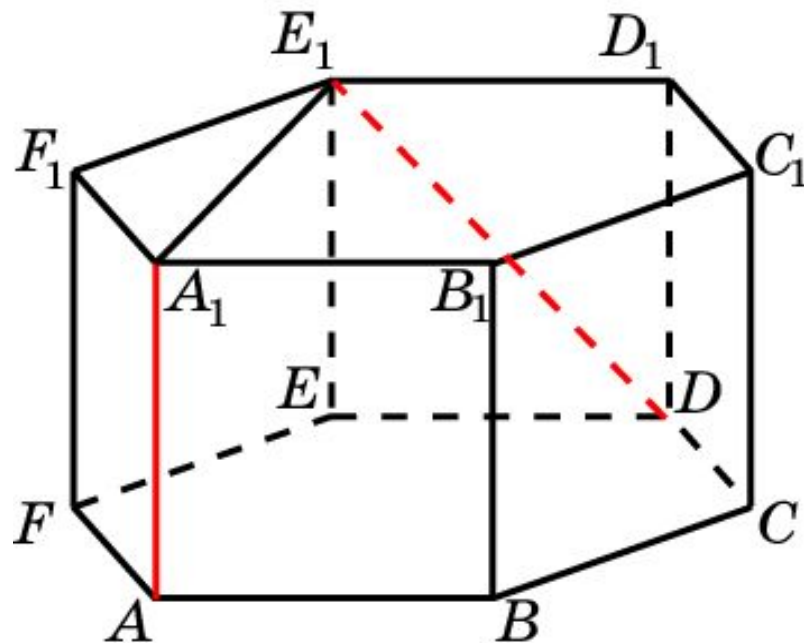
Искомым общим перпендикуляром является отрезок AC . Его длина равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и DE_1 .



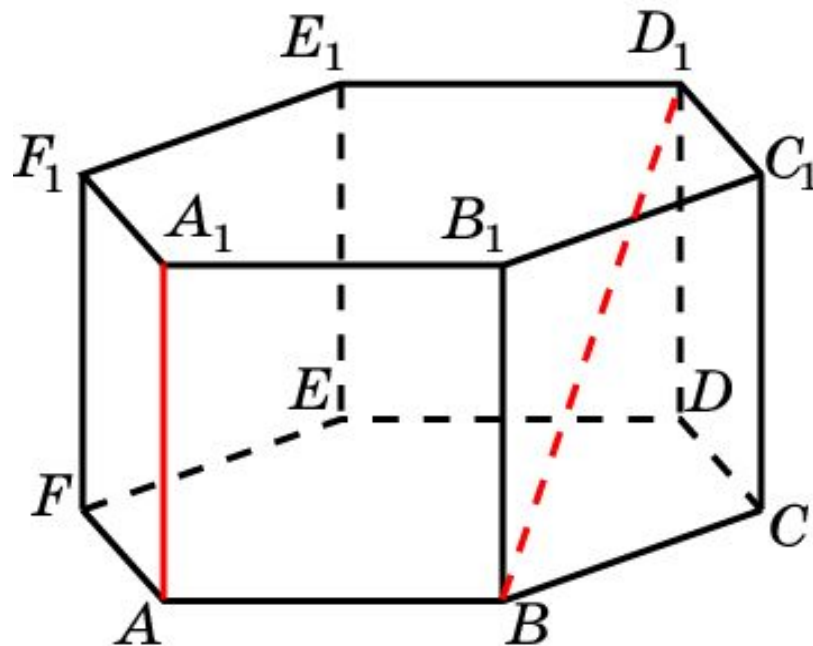
Решение.



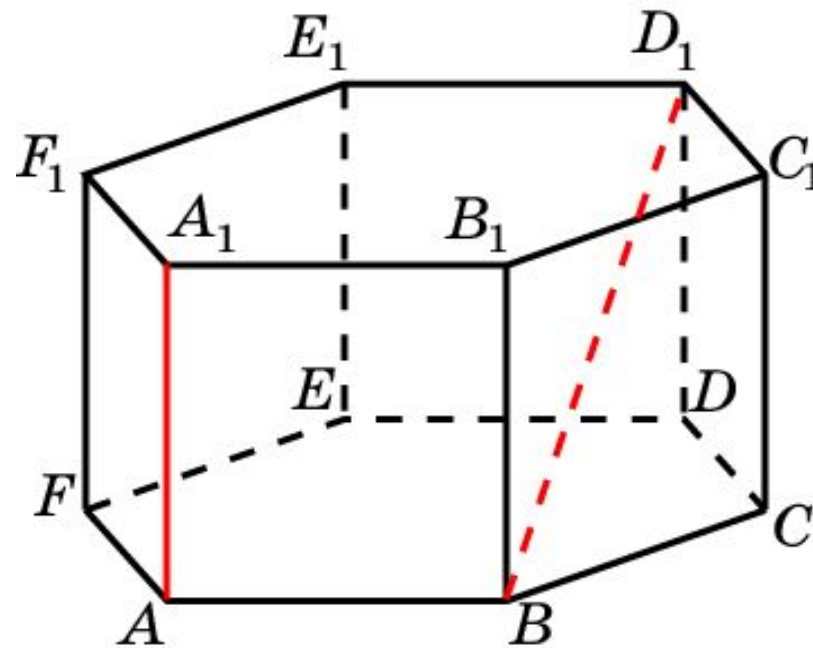
Искомый общим перпендикуляром является отрезок A_1E_1 . Его длина равна $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и BD_1 .



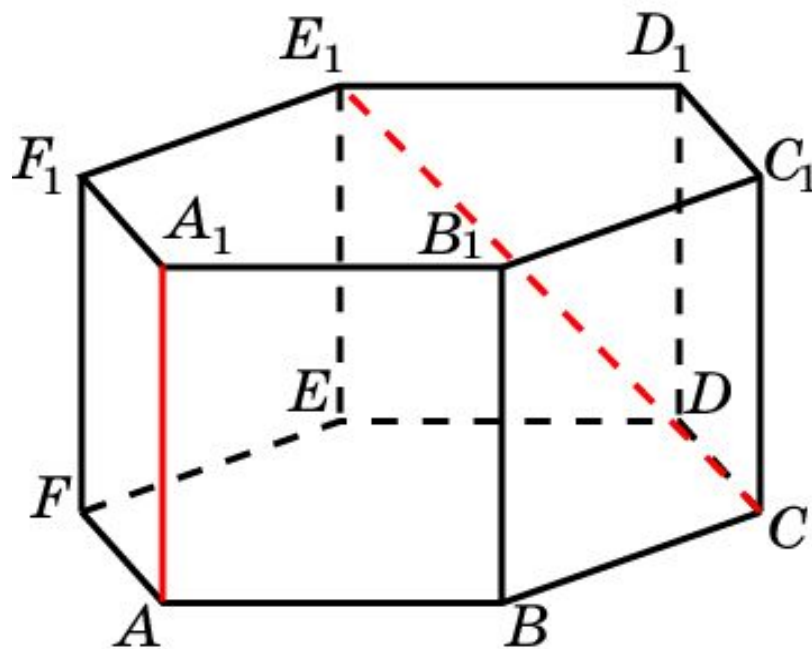
Решение.



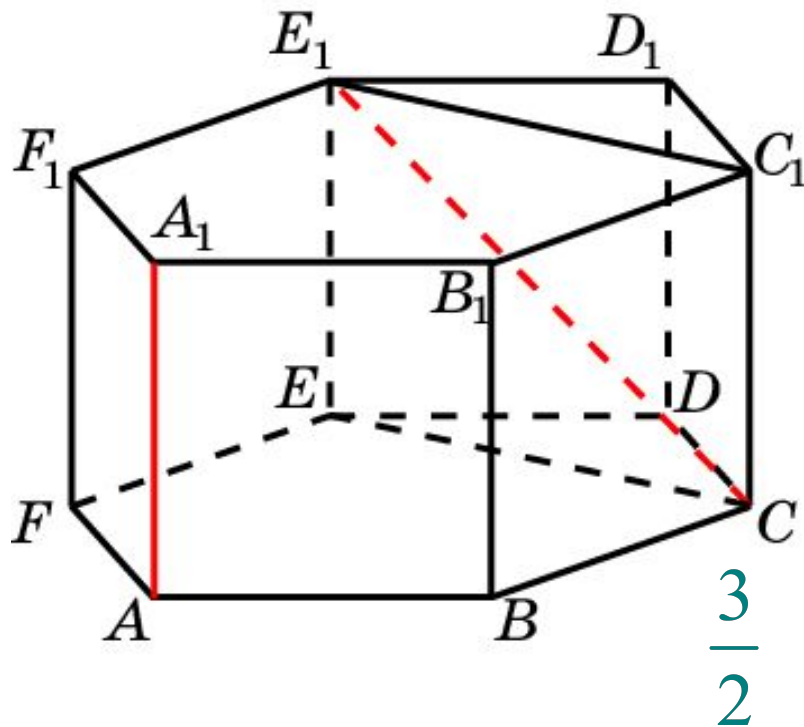
Искомым общим перпендикуляром является отрезок AB . Его длина равна 1.

Ответ: 1.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и CE_1 .



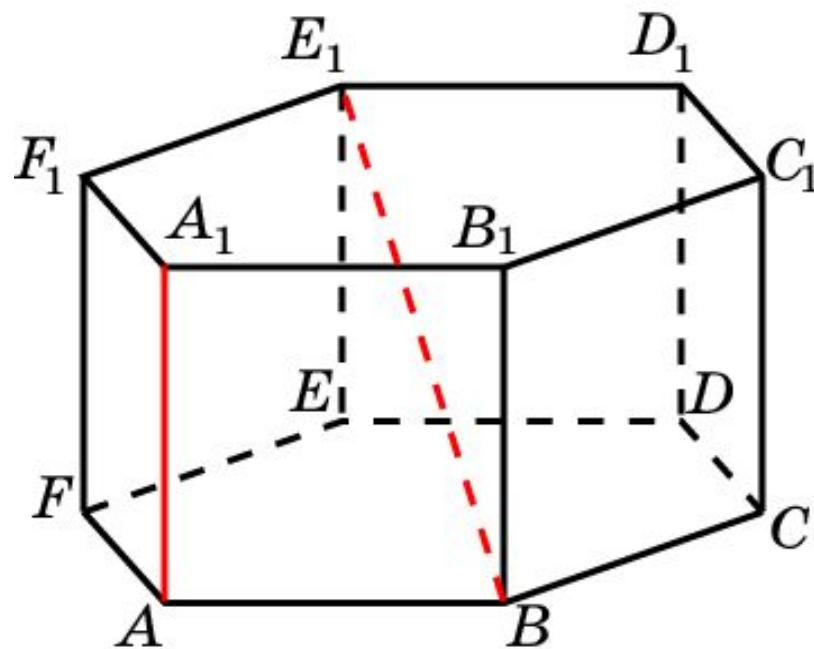
Решение.



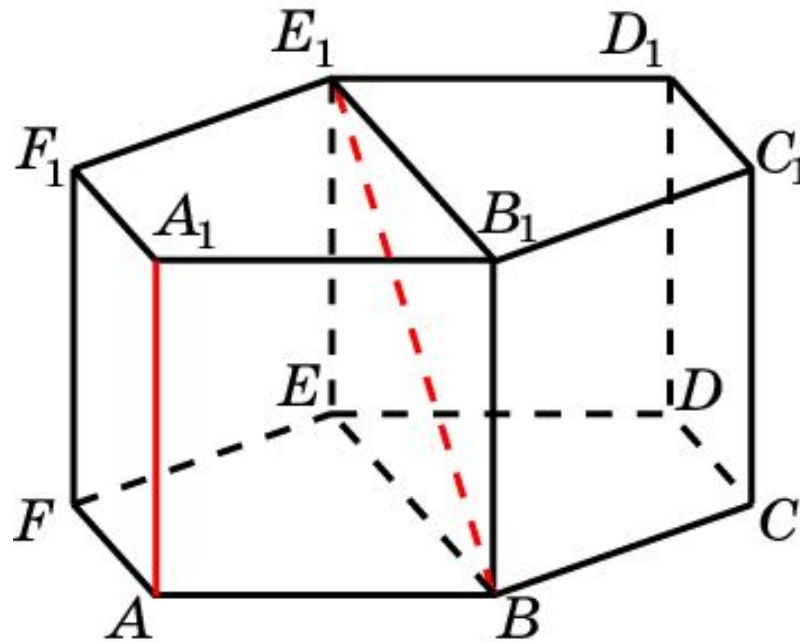
Искомым расстоянием является расстояние между прямой AA₁ и плоскостью CEE₁. Оно равно $\frac{3}{2}$.

Ответ: $\frac{3}{2}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и BE_1 .



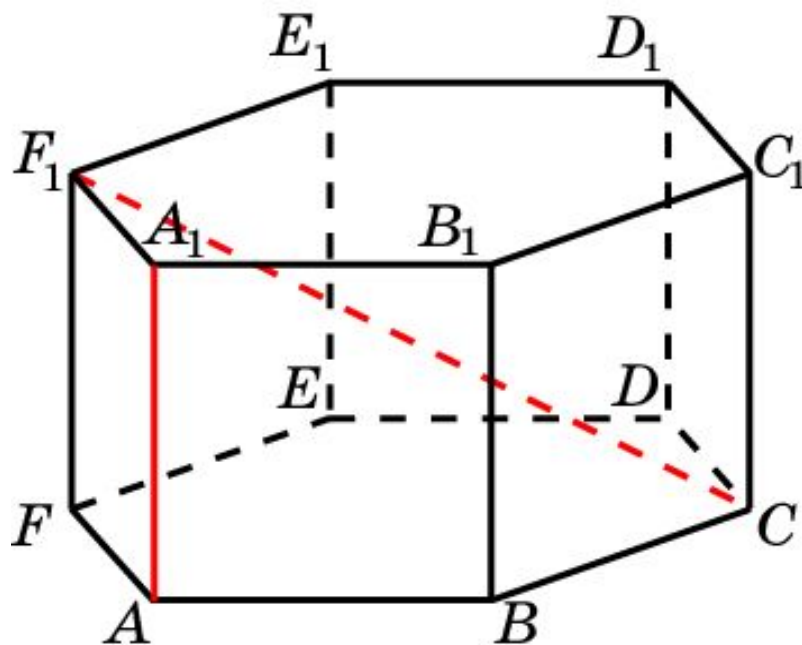
Решение.



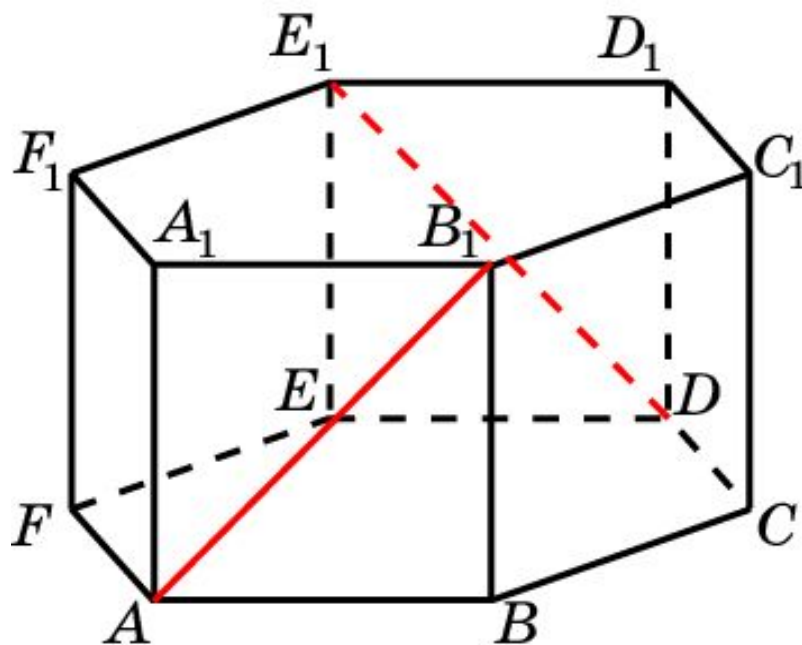
Искомым расстоянием является расстояние между прямой AA_1 и плоскостью BEE_1 . Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

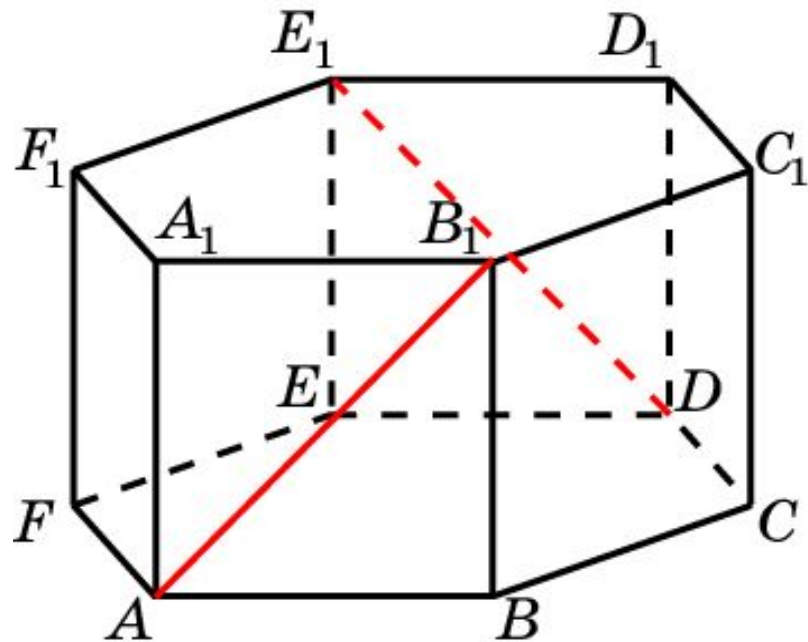
В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AA_1 и CF_1 .



В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и DE_1 .



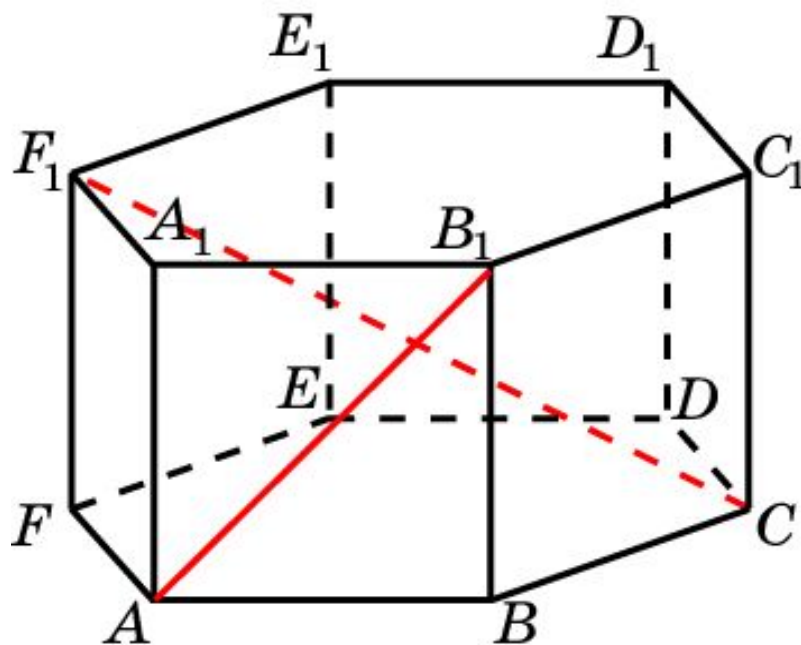
Решение.



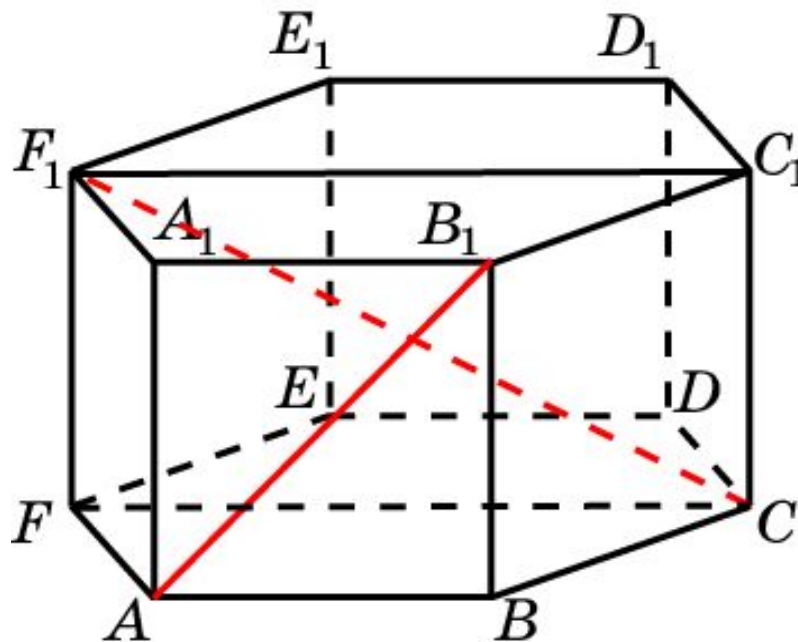
Искомым расстоянием является расстояние между параллельными плоскостями ABB_1 и DEE_1 . Расстояние между ними равно $\sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и CF_1 .



Решение.

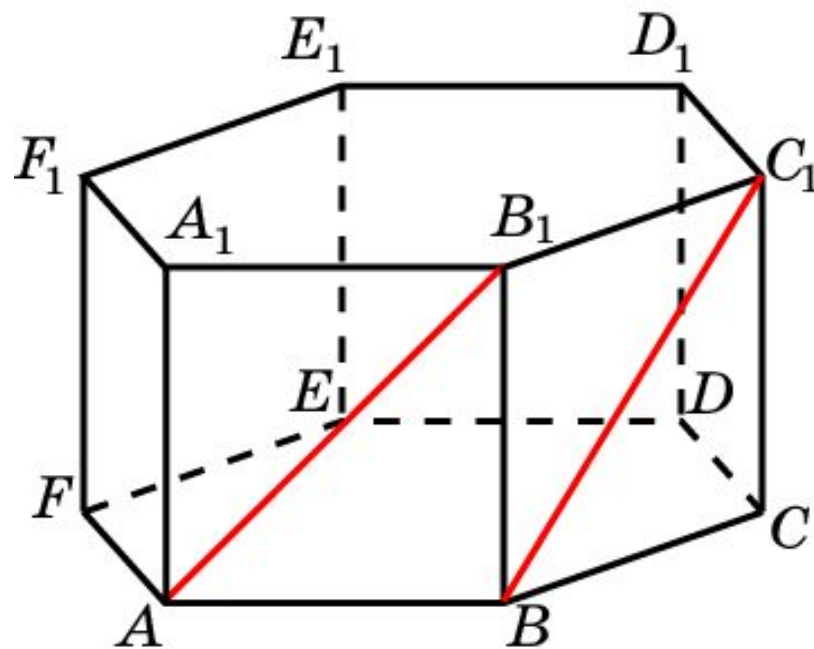


Искомым расстоянием является расстояние между прямой AB_1 и плоскостью CFF_1 .

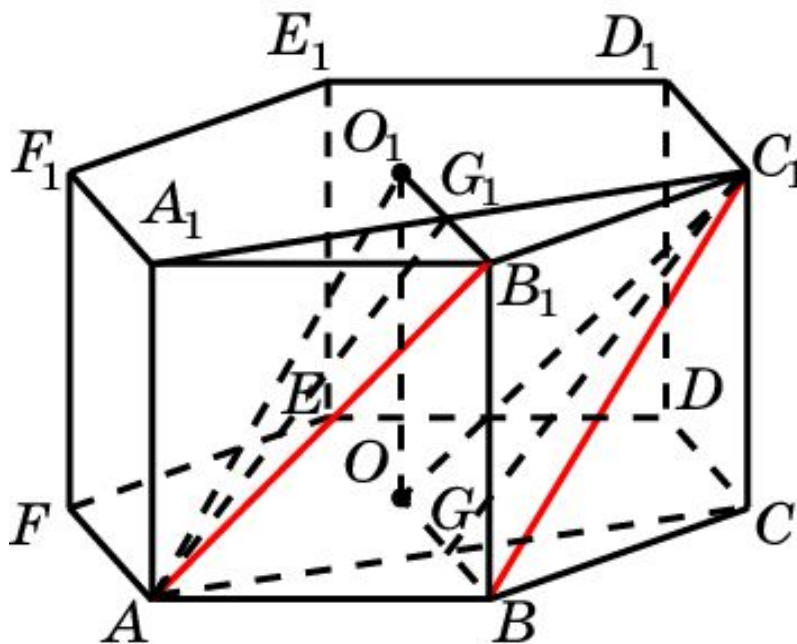
Оно равно $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между прямыми: AB_1 и BC_1 .



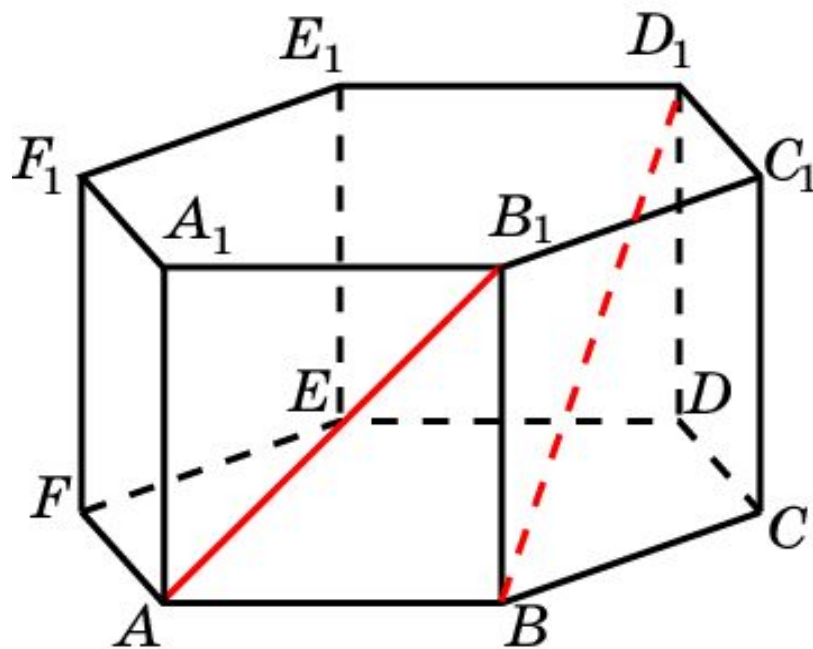
Решение.



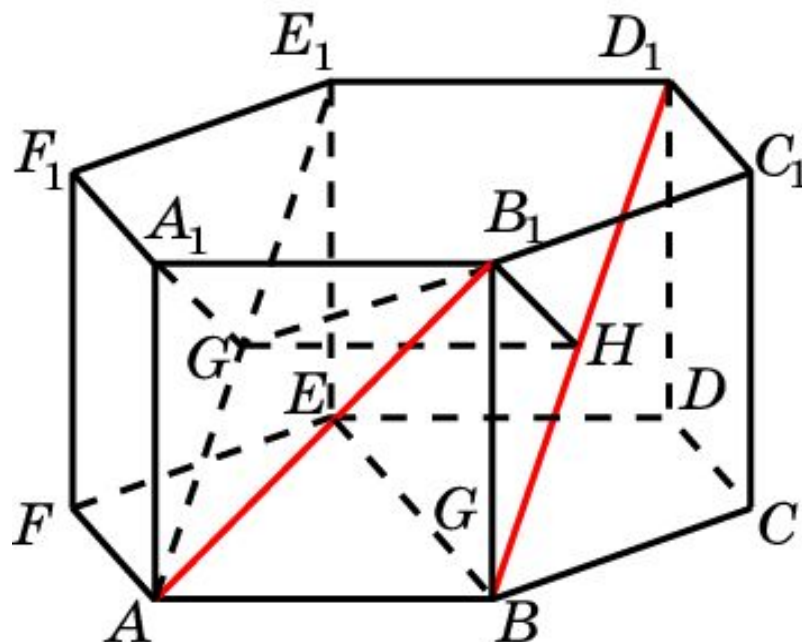
Пусть O, O_1 – центры граней призмы. Плоскости AB_1O_1 и BC_1O параллельны. Плоскость ACC_1A_1 перпендикулярна этим плоскостям. Искомое расстояние d равно расстоянию между прямыми AG_1 и GC_1 . В параллелограмме AGC_1G_1 имеем $AG = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $AG_1 = \frac{\sqrt{7}}{2}$. Высота, проведенная к стороне AA_1 равна 1. Следовательно, $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AB_1 и BD_1 .



Решение.

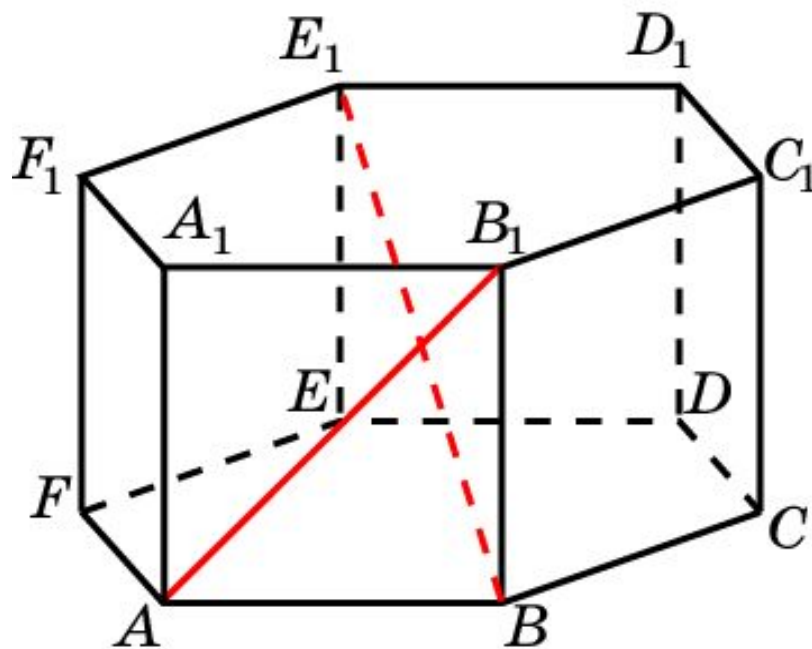


Рассмотрим плоскость A_1B_1HG , перпендикулярную BD_1 . Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую BD_1 в точку H , а прямую AB_1 – в прямую GB_1 . Следовательно искомое расстояние d равно расстоянию от точки H до прямой GB_1 . В прямоугольном треугольнике GHB_1 имеем $GH = 1$;

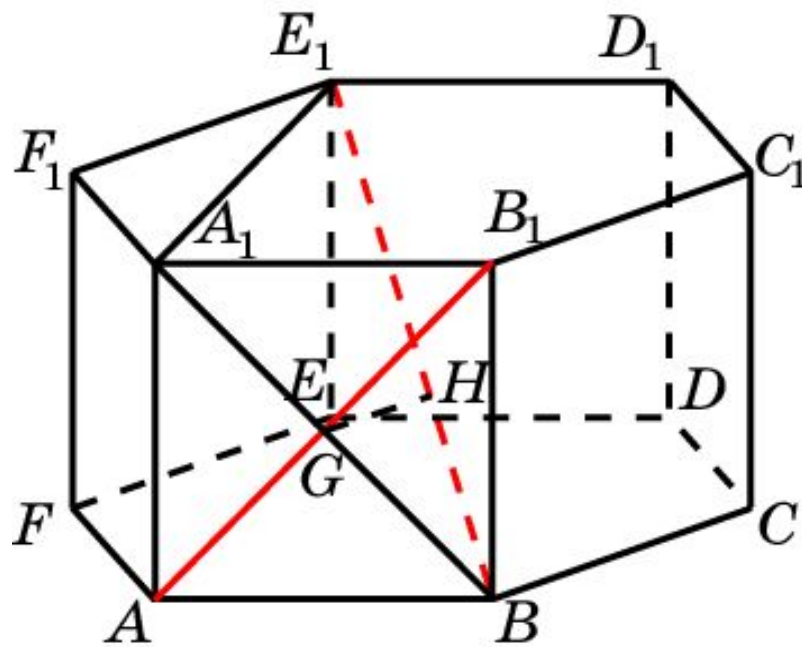
$$B_1H = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Следовательно, } d = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите расстояние между прямыми: AB_1 и BE_1 .



Решение.



Рассмотрим плоскость A_1BDE_1 , перпендикулярную AB_1 . Ортогональная проекция на эту плоскость переводит прямую AB_1 в точку G , а прямую BE_1 оставляет на месте. Следовательно искомое расстояние d равно расстоянию GH от точки G до прямой BE_1 . В прямоугольном треугольнике A_1BE_1 имеем $A_1B = \sqrt{2}$; $A_1E_1 = \sqrt{3}$.

Следовательно, $d = \frac{\sqrt{30}}{10}$.

Ответ: $\frac{\sqrt{30}}{10}$.