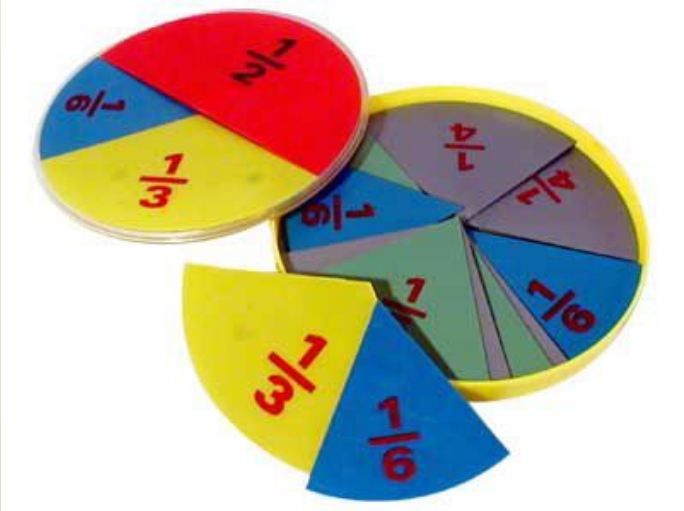
Алгебраические дроби



0011 0010 1010 1101 0001

Иркутская область,
г. Усолье - Сибирское,
МОУ «Гимназия №9»
Ученица 8 класса «А»
Гилёва Яна

Учитель: Сизых Татьяна Валентиновна

Содержание

Что такое алгебраическая дробь?

- Запись $\frac{a}{b}$, в которой a – число или выражение, а b – выражение с переменной, называется **<u>рациональной (алгебраической) дробью.</u>**

Пример: $\frac{3x-5y}{2x}$

- **<u>Основное свойство алгебраической дроби</u>** – числитель и знаменатель алгебраической дроби можно умножать (делить) на одно и то же число, не равное нулю.

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{bc}$$

- **<u>Допустимые значения переменных (ОДЗ)</u>** – такие значения переменных, при которых выражение имеет смысл (т. е. знаменатель не равен нулю).

Пример 1: $\frac{8}{y-5}+\frac{1}{y}$,

Допустимые значения переменной y:

$$y \in (-\infty;0) \vee (0;5) \vee (5;+\infty)$$

- **Пример 2:** $\dfrac{3a}{a-4}+\dfrac{a+1}{7}$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Допустимые значения переменной а**:**

$$a \in (-\infty;4) \vee (4;+\infty)$$

- **Пример 3:** $\dfrac{4x-1}{x^2+5}$

Допустимые значения переменной **x:**

$$x \in (-\infty;+\infty)$$

Задание.

Укажите область допустимых значений переменной:

$$\frac{a}{в-5};\ \frac{12}{74-p};\ \frac{7y-4}{2y};$$

$$\frac{1}{12-2b};\ \frac{4x(x+1)+y}{5y(y+1)+x}$$

вернуться

Все действия с алгебраическими дробями

Преобразование выражений

Сокращение дробей

Возведение в степень

[redacted]

Деление

Сложение и вычитание с разными знаменателями

Сложение и вычитание с одинаковыми знаменателями

Сокращение дробей

- Чтобы сократить дробь, необходимо числитель и знаменатель данной дроби разложить на множители и сократить на общий множитель.
- **Пример 1:**

$$\frac{2a+8c}{16c^2-a^2}=\frac{2\cancel{(a+4c)}}{(4c-a)\cancel{(4c+a)}}=\frac{2}{4c-a}$$

- **Пример 2:**

$$\frac{a^2-ab+b^2}{a^3+b^3}=\frac{\cancel{a^2-ab+b^2}}{(a+b)\cdot\cancel{(a^2-ab+b^2)}}=\frac{1}{a+b}$$

- **Пример 3:**

$$\frac{9abx}{27acx}=\frac{\cancel{9}\cdot\cancel{a}\cdot b\cdot\cancel{x}}{\cancel{9}\cdot 3\cdot\cancel{a}\cdot c\cdot\cancel{x}}=\frac{b}{3c}$$

- **Пример 4:**

$$\frac{-45b(2b-7)}{18bc(7-2b)}=\frac{-45b\cancel{(2b-7)}}{-18bc\cancel{(2b-7)}}=\frac{\cancel{9}\cdot 5\cdot\cancel{b}}{\cancel{9}\cdot 2\cdot\cancel{b}\cdot c}=\frac{5}{2c}$$

Задание.

Сократите дробь:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$\frac{12a^2в}{4aв^2} = ? \ \frac{3a}{b}$$

$$\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn} = ? \ \frac{m-n}{m}$$

$$\frac{a^2 - 10ab + 25b^2}{5b - a} = ? \ 5b - a$$

$$\frac{14x^3y}{22xy^2} = ? \quad \frac{7x^2}{11y}$$

$$\frac{a^2-4b^2}{(a+2b)^2} = ? \quad \frac{a-2b}{a+2b}$$

$$\frac{a^2}{a^2-3a} = ? \quad \frac{a}{a-3}$$

$$\frac{9x^2-24xy+16y^2}{9x^2-16y^2} = ? \quad \frac{3x-4y}{3x+4y}$$

Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

- Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, нужно знаменатели оставить без изменения, а числители сложить (вычесть).
- **Примеры:**

$$\frac{11a-5}{14a}+\frac{3a-2}{14a}=\frac{11a-5+3a-2}{14a}=\frac{14a-7}{14a}=\frac{\cancel{7}\cdot(2a-1)}{\cancel{7}\cdot 2a}=\frac{2a-1}{2a}$$

$$\frac{b+c}{3a}-\frac{b-2c}{3a}=\frac{(b+c)-(b-2c)}{3a}=\frac{b+c-b+2c}{3a}=\frac{\cancel{3}c}{\cancel{3}a}=\frac{c}{a}$$

а) $\frac{m+2}{nm^2}-\frac{n-3}{mn^2}=\frac{n(m+2)-m(n-3)}{(mn)^2}=\frac{mn+2n-mn+3m}{(mn)^2}=\frac{3m+2n}{(mn)^2}$;

б) $\frac{y-1}{xy^2}-\frac{2+x}{yx^2}=\frac{x(y-1)-y(2+x)}{(xy)^2}=\frac{xy-x-2y-xy}{(xy)^2}=\frac{-x-2y}{(xy)^2}$.

Выполните действия:

$$\frac{6c-5}{3c}+\frac{7-8c}{3c}=?\quad \frac{2(1-c)}{3c}$$

$$\frac{15x-7y}{6xy}-\frac{7x-20y}{6xy}=?\quad \frac{8x+13y}{6xy}$$

Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

- <u>Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно:</u>

1) Разложить знаменатели дробей на множители;
2) Привести дроби к общему знаменателю;
3) Сложить (вычесть) числители, а знаменатели оставить без изменения.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$

- **Примеры:**

$$\frac{7}{x+5}+\frac{7x-3}{x^2+5x}=\frac{7^{\,x}}{x+5}+\frac{7x-3^{\,1}}{(x+5)x}=\frac{7x+7x-3}{x(x+5)}=\frac{14x+3}{x(x+5)}$$

$$\frac{a+3^{\,a}}{5a}-\frac{2a-1^{\,5}}{a^2}=\frac{(a+3)a}{5a^2}-\frac{(2a-1)5}{5a^2}=\frac{a^2+3a-10a+5}{5a^2}=\frac{a^2-7a+5}{5a^2}$$

Выполните действия:

$$\frac{8}{a^2-2a}-\frac{4a-1}{a^2-2a}=?\quad \frac{9-4a}{a^2-2a}$$

$$\frac{a-b}{a}+\frac{b}{a+b}=?\quad \frac{a^2+ab-b^2}{a^2+ab}$$

$$\frac{1}{a-2}-\frac{1}{a^2-4}=?\quad \frac{a+1}{a^2-4}$$

$$\frac{2z}{2-z}-\frac{z}{2}=?\quad \frac{z}{2}$$

Умножение дробей

- Произведение двух дробей равно дроби, числитель которой равен произведению числителей этих дробей, а знаменатель – произведению знаменателей.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$$

Пример 1:

$$\frac{18}{c^4}\cdot\frac{2c^3}{24}=\frac{3\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{c^3}}{c\cdot\cancel{c^3}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{2}\cdot 2}=\frac{3}{2c}$$

Пример 2:

$$\frac{x^2-4y^2}{xy}\cdot\frac{3y}{x^2-2xy}=\frac{\cancel{(x-2y)}(x+2y)\cdot 3\cdot \cancel{y}}{x\cdot \cancel{y}\cdot x\cdot \cancel{(x-2y)}}=\frac{3(x+2y)}{x^2}$$

Пример 3:

$$\frac{5x+5y}{x-y}\cdot\frac{x^2-y^2}{10x}=\frac{\cancel{5}(x+y)(x+y)\cancel{(x-y)}}{\cancel{5}\cdot 2\cdot x\cdot \cancel{(x-y)}}=\frac{(x+y)^2}{2x}$$

Пример 4:

$$\frac{6a^2}{a^2-25}\cdot\frac{a+5}{2a}=\frac{\cancel{2}\cdot 3\cdot \cancel{a}\cdot a\cdot \cancel{(a+5)}}{(a-5)\cancel{(a+5)}\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{a}}=\frac{3a}{a-5}$$

Выполните умножение:

$$\frac{x^3y^3}{x^2+y^2}\cdot\frac{x^2-y^2}{x^3y^3}=? \quad \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$$

$$\frac{36-y^2}{(y-6)^2}\cdot\frac{y(y-8)}{y-8}=? \quad -\frac{y(6+y)}{y-6}$$

$$\frac{m-2}{(2+m)(m-1)^2}\cdot\frac{(2m-2)^2}{1}=? \quad \frac{2(m-2)}{2+m}$$

$$-\frac{x+4}{x(x-4)}\cdot\frac{3x^2-24x+48}{x+4}=? \quad \frac{12-3x}{x}$$

$$\frac{x^2-y^2}{xy}\cdot\frac{1}{x+y}=? \quad \frac{x-y}{xy}$$

Деление дробей

- Чтобы разделить дробь на дробь, нужно первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Пример 1:

$$\frac{3a}{b^2} : \frac{12a^2}{b^3} = \frac{3a}{b^2} \cdot \frac{b^3}{12a^2} = \frac{\cancel{3a} \cdot \cancel{b^2} \cdot b}{\cancel{b^2} \cdot \cancel{3a} \cdot 4a} = \frac{b}{4a}$$

Пример 2:

$$\frac{xy-y^2}{x}:\frac{x-y}{1}=\frac{y(x-y)}{x}\cdot\frac{1}{x-y}=\frac{y\cancel{(x-y)}}{x\cancel{(x-y)}}=\frac{y}{x}$$

Пример 3:

$$\frac{16u-13v}{21p}:\frac{13v-16u}{p^2}=\frac{-\cancel{(13v-16u)}\cdot p^{\cancel{2}}}{\cancel{(13v-16u)}\cdot 21\cdot \cancel{p}}=-\frac{p}{21}$$

Выполните действия:

$$\frac{x^2-xy}{3x+3y}:\frac{xy-y^2}{6x+6y}=?$$ $$\frac{2x}{y}$$

$$\frac{4a}{b-a}:\frac{1}{b-a}=?$$ $$4a$$

$$\frac{c}{(c+2)^2}:\frac{c}{c^2-4}=?$$ $$\frac{c-2}{c+2}$$

Возведение дроби в степень

- Чтобы возвести дробь в степень **n**, нужно возвести и числитель, и знаменатель в степень **n**.

Пример 1:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{10a^2}{b^2c}\right)^3 = \frac{10^3 \cdot (a^2)^3}{(b^2)^3 \cdot c^3} = \frac{1000a^6}{b^6c^3}$$

Пример 2:

$$\left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{2^5 \cdot x^5} = \frac{a^5}{32x^5}$$

Возведите дроби в степень:

$$\left(\frac{x+2}{3x^2-6x}\right)^3 = ? \quad \frac{(x+2)^3}{(3x^2-6x)^3}$$

$$\left(\frac{5ac^3}{a^2b^4}\right)^2 = ? \quad \frac{25c^6}{a^2b^8}$$

$$\left(\frac{2c^3-a^4}{b^7}\right)^5 = ? \quad \frac{(2c^3-a^4)^5}{b^{35}}$$

Преобразование выражений

$$\frac{a+b}{b}\overset{2}{\cdot}\left(\frac{b}{a}\overset{1}{-}\frac{b}{a+b}\right)=?$$

$$1)\ \frac{b}{a}-\frac{b}{a+b}=\frac{b(a+b)-ab}{a(a+b)}=\frac{\cancel{ab}+b^2-\cancel{ab}}{a(a+b)}=\frac{b^2}{a(a+b)}$$

$$2)\ \frac{a+b}{b}\cdot\frac{b^2}{a(a+b)}=\frac{\cancel{(a+b)}\cdot\cancel{b}\cdot b}{a\cdot\cancel{b}\cdot\cancel{(a+b)}}=\frac{b}{a}$$

$$Ответ:\frac{b}{a}$$

Решите самостоятельно:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$1)\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\left(\frac{x-y}{x+y}+\frac{x+y}{x-y}\right)=?$$

$$2)\left(\frac{1}{1-t}+\frac{2}{t^3-1}:\frac{1+t}{1+t+t^2}\right):\frac{t}{1+t}=?$$

$$Ответы: 1.\frac{2xy}{x^2+y^2}; 2.-\frac{1}{t}$$

Самостоятельная работа

Упростить выражение:

$$\frac{3x}{3x+4}+\frac{7}{4-3x}-\frac{9x^2+16}{9x^2-16}$$

1. $\frac{3x+4}{3x-4}$ 2. $\frac{9}{4-3x}$ 3. $\frac{11}{4-3x}$ 4. $\frac{11}{4+3x}$ 5. $\frac{11}{3x-4}$

Результат упрощения выражения

$$\frac{2x^2y}{15x^4y^3}\cdot\frac{35xy^4}{16x^2}\cdot\frac{6}{49y^2}$$ равен

1. $\frac{1}{28x^3}$ 2. $\frac{1}{18x^4}$ 3. $\frac{1}{8x^2y}$ 4. $\frac{y^2}{18x}$ 5. $\frac{2x^5}{y^2}$

Упростить выражение:

$$\frac{5a^3b+5ab^3}{a^4-b^4}:\frac{10ab}{3a^2-3b^2}$$

1. 5 2. 4,5 3. 3,5 4. 2,5 5. 1,5

Возвести в степень:

$$\left(\frac{4x^2y^7}{t^4}\right)^3$$

1. $\frac{4x^7y^{21}}{t^{12}}$ 2. $\frac{54x^7y^{15}}{t^2}$ 3. $\frac{64x^3y^3}{t^{11}}$ 4. $\frac{64x^6y^{21}}{t^{12}}$ 5. $\frac{60x^5y^{21}}{t^{10}}$

Выполните действия:

$$\left(\frac{a+2}{a-2}-\frac{a-2}{a+2}\right):\frac{16a}{a^2-4}$$

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{3}{4}$ 4. $\frac{1}{3}$ 5. 1

Выполните действия:

$$\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right):\frac{xy}{x^2-y^2}$$

1. 4 2. 2 3. 1 4. $\frac{1}{4}$ 5. $\frac{1}{2}$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Упростить выражение:

$$\frac{9p}{9p+2}+\frac{3}{2-9p}-\frac{81p^2+4}{81p^2-4}$$

1. $\frac{9p+2}{9p-2}$ 2. $\frac{3}{2-9p}$ 3. $\frac{5}{2+9p}$ 4. $\frac{1}{2+9p}$ 5. $\frac{5}{2-9p}$

$$\frac{(a^2+ab)^2}{a^2-b^2}:\frac{(a+b)^2}{(ab-b^2)^2}$$

1. $\frac{a^2b^2(a-b)}{a+b}$ 2. $\frac{ab(a-b)}{a+b}$ 3. $\frac{a^2b^2(a+b)}{a-b}$ 4. $\frac{(a-b)}{a+b}$ 5. $\frac{ab^2(a-b)}{a+b}$

Выполнить действия:

$$\left(\frac{3x-2}{x+2}-\frac{2x^2-14x}{x^2-4}-\frac{2x+6}{2x-4}\right):\frac{1}{x+2}$$

1. 0,5 2. 1 3. $-\frac{1}{2}$ 4. 2 5. -2

$$\frac{8a}{(a-2)^2}-\frac{16}{(a-2)^4}:\left(\frac{1}{(a+2)^2}-\frac{2}{a^2-4}-\frac{1}{(a-2)^2}\right)$$

$$\left(\frac{28x}{x^2-49}+\frac{x-7}{x+7}\right)\cdot\frac{x}{x+7}-\frac{x}{x-7}$$

1. 0 2. 1 3. -1 4. 0,5 5. 2

$$\left(\frac{2x}{x^3+y^3}:\frac{y-x}{x^2-xy+y^2}+\frac{2}{x-y}\right)\cdot\frac{x^2-2xy+y^2}{4y^2}:\frac{x-y}{x+y}$$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$\left(\frac{ab}{a-b}+a\right)\cdot\left(\frac{ab}{a+b}-a\right):\frac{a^2b^2}{b^2-a^2}$$

12

45

Спасибо...