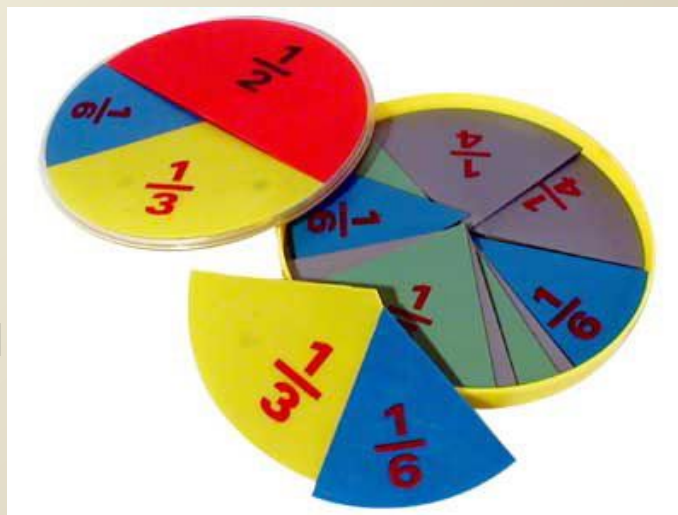


Алгебраические дроби



0011 0010 1010 1101 0001

Иркутская область,
г. Усолье - Сибирское,
МОУ «Гимназия №9»
Ученица 8 класса «А»
Гилёва Яна

Учитель: Сизых Татьяна Валентиновна

1 2
4 5

Содержание

1

2

3

4
5

Что такое алгебраическая дробь?

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Запись $\frac{a}{b}$, в которой a – число или выражение, а b – выражение с переменной, называется **рациональной (алгебраической) дробью.**

Пример: $\frac{3x - 5y}{2x}$



- **Основное свойство алгебраической дроби** – числитель и знаменатель алгебраической дроби можно умножить (делить) на одно и то же число, не равное нулю.

$$\frac{a}{b} \cdot c = \frac{ac}{bc}$$



- Допустимые значения переменных (ОДЗ) – такие значения переменных, при которых выражение имеет смысл (т. е. знаменатель не равен нулю).

Пример 1: $\frac{8}{y-5} + \frac{1}{y}$,

Допустимые значения переменной y :

$$y \in (-\infty; 0) \vee (0; 5) \vee (5; +\infty)$$



- **Пример 2:** $\frac{3a}{a-4} + \frac{a+1}{7}$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011
Допустимые значения переменной a :

$$a \in (-\infty; 4) \vee (4; +\infty)$$

- **Пример 3:** $\frac{4x-1}{x^2+5}$

Допустимые значения переменной x :

$$x \in (-\infty; +\infty)$$



Задание.

Укажите область допустимых значений
переменной:

$$\frac{a}{b-5}; \frac{12}{74-p}; \frac{7y-4}{2y};$$

$$\frac{1}{12-2b}; \frac{4x(x+1)+y}{5y(y+1)+x}$$



[вернуться](#)

Все действия с алгебраическими дробями

Преобразование
выражений

Сокращение дробей

Возведение в
степень

Деление

Сложение и вычитание
с разными
знаменателями

Сложение и вычитание с
одинаковыми
знаменателями

1 2
4 5

Сокращение дробей

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Чтобы сократить дробь, необходимо числитель и знаменатель данной дроби разложить на множители и сократить на общий множитель.
- **Пример 1:**

$$\frac{2a + 8c}{16c^2 - a^2} = \frac{2(\cancel{a + 4c})}{(4c - a)(\cancel{4c + a})} = \frac{2}{4c - a}$$



• **Пример 2:**

$$\frac{a^2 - ab + b^2}{a^3 + b^3} = \frac{\cancel{a^2 - ab + b^2}}{(a + b) \cdot \cancel{(a^2 - ab + b^2)}} = \frac{1}{a + b}$$

• **Пример 3:**

$$\frac{9abx}{27acx} = \frac{\cancel{9} \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{x}}{\cancel{9} \cdot 3 \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{c} \cdot \cancel{x}} = \frac{b}{3c}$$

• **Пример 4:**

$$\frac{-45b(2b - 7)}{18bc(7 - 2b)} = \frac{-45b\cancel{(2b - 7)}}{-18bc\cancel{(2b - 7)}} = \frac{\cancel{9} \cdot 5 \cdot \cancel{b}}{\cancel{9} \cdot 2 \cdot \cancel{b} \cdot c} = \frac{5}{2c}$$



Задание.

Сократите дробь:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$\frac{12a^2b}{4ab^2} = ? \frac{3a}{b}$$

$$\frac{m^2 - n^2}{m^2 + mn} = ? \frac{m - n}{m}$$

$$\frac{a^2 - 10ab + 25b^2}{5b - a} = ? 5b - a$$



$$\frac{14x^3y}{22xy^2} = ? \frac{7x^2}{11y}$$

$$\frac{a^2 - 4b^2}{(a + 2b)^2} = ? \frac{a - 2b}{a + 2b}$$

$$\frac{a^2}{a^2 - 3a} = ? \frac{a}{a - 3}$$

$$\frac{9x^2 - 24xy + 16y^2}{9x^2 - 16y^2} = ? \frac{3x - 4y}{3x + 4y}$$



Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями

- Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, нужно знаменатели оставить без изменения, а числители сложить (вычесть).
- **Примеры:**

$$\frac{11a-5}{14a} + \frac{3a-2}{14a} = \frac{11a-5+3a-2}{14a} = \frac{14a-7}{14a} = \frac{\cancel{7} \cdot (2a-1)}{\cancel{7} \cdot 2a} = \frac{2a-1}{2a}$$

$$\frac{b+c}{3a} - \frac{b-2c}{3a} = \frac{(b+c) - (b-2c)}{3a} = \frac{\underline{b+c} - \underline{b} + \underline{2c}}{3a} = \frac{\cancel{3c}}{\cancel{3a}} = \frac{c}{a}$$

$$\text{a) } \frac{m+2}{nm^2} - \frac{n-3}{mn^2} = \frac{n(m+2) - m(n-3)}{(mn)^2} = \frac{mn + 2n - mn + 3m}{(mn)^2} = \frac{3m + 2n}{(mn)^2};$$

$$\text{б) } \frac{y-1}{xy^2} - \frac{2+x}{yx^2} = \frac{x(y-1) - y(2+x)}{(xy)^2} = \frac{xy - x - 2y - xy}{(xy)^2} = \frac{-x - 2y}{(xy)^2}.$$

Выполните действия:

$$\frac{6c-5}{3c} + \frac{7-8c}{3c} = ? \quad \frac{2(1-c)}{3c}$$

$$\frac{15x-7y}{6xy} - \frac{7x-20y}{6xy} = ? \quad \frac{8x+13y}{6xy}$$



Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

- Чтобы сложить (вычесть) дроби с разными знаменателями, нужно:

- 1) Разложить знаменатели дробей на множители;
- 2) Привести дроби к общему знаменателю;
- 3) Сложить (вычесть) числители, а знаменатели оставить без изменения.

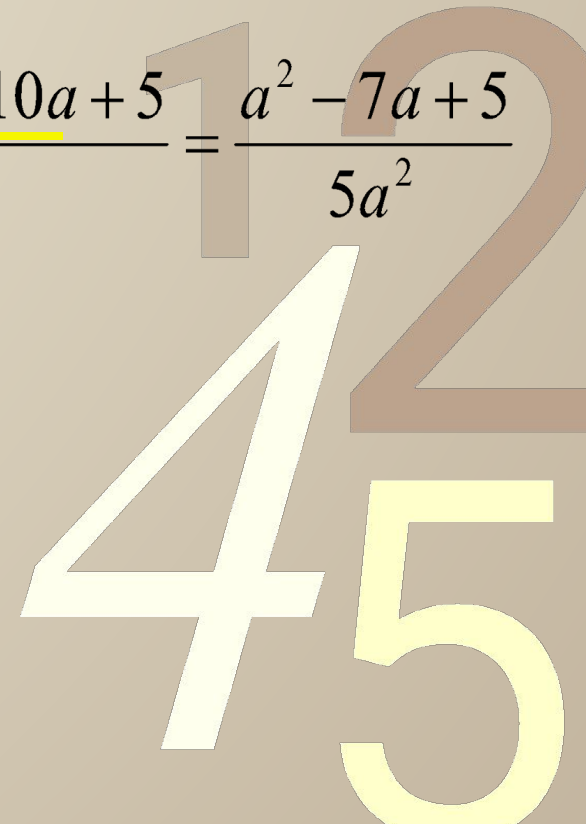
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + cb}{bd}$$



• Примеры:

$$\frac{7}{x+5} + \frac{7x-3}{x^2+5x} = \frac{7}{x+5} + \frac{7x-3}{(x+5)x} = \frac{7x+7x-3}{x(x+5)} = \frac{14x+3}{x(x+5)}$$

$$\frac{a+3}{5a} - \frac{2a-1}{a^2} = \frac{(a+3)a}{5a^2} - \frac{(2a-1)5}{5a^2} = \frac{a^2+3a-10a+5}{5a^2} = \frac{a^2-7a+5}{5a^2}$$



Выполните действия:

$$\frac{8}{a^2 - 2a} - \frac{4a - 1}{a^2 - 2a} = ? \quad \frac{9 - 4a}{a^2 - 2a}$$

$$\frac{a - b}{a} + \frac{b}{a + b} = ? \quad \frac{a^2 + ab - b^2}{a^2 + ab}$$

$$\frac{1}{a - 2} - \frac{1}{a^2 - 4} = ? \quad \frac{a + 1}{a^2 - 4}$$

$$\frac{2z}{2 - z} - \frac{z}{2} = ? \quad \frac{z}{2}$$



Умножение дробей

- Произведение двух дробей равно дроби, числитель которой равен произведению числителей этих дробей, а знаменатель – произведению знаменателей.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Пример 1:

$$\frac{18}{c^4} \cdot \frac{2c^3}{24} = \frac{3 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{2} \cdot c^3}{c \cdot \cancel{c^3} \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{2} \cdot 2} = \frac{3}{2c}$$

Пример 2:

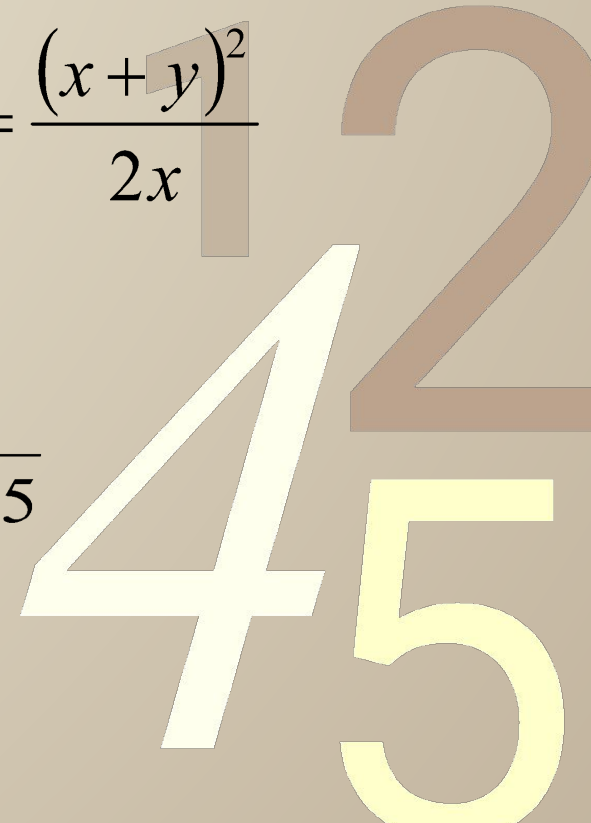
$$\frac{x^2 - 4y^2}{xy} \cdot \frac{3y}{x^2 - 2xy} = \frac{\cancel{(x-2y)}(x+2y) \cdot 3 \cdot \cancel{y}}{x \cdot \cancel{y} \cdot x \cdot \cancel{(x-2y)}} = \frac{3(x+2y)}{x^2}$$

Пример 3:

$$\frac{5x + 5y}{x - y} \cdot \frac{x^2 - y^2}{10x} = \frac{\cancel{5}(x+y)(x+y)\cancel{(x-y)}}{\cancel{5} \cdot 2 \cdot x \cdot \cancel{(x-y)}} = \frac{(x+y)^2}{2x}$$

Пример 4:

$$\frac{6a^2}{a^2 - 25} \cdot \frac{a+5}{2a} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{a} \cdot a \cdot \cancel{(a+5)}}{(a-5)\cancel{(a+5)} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{a}} = \frac{3a}{a-5}$$



Выполните умножение:

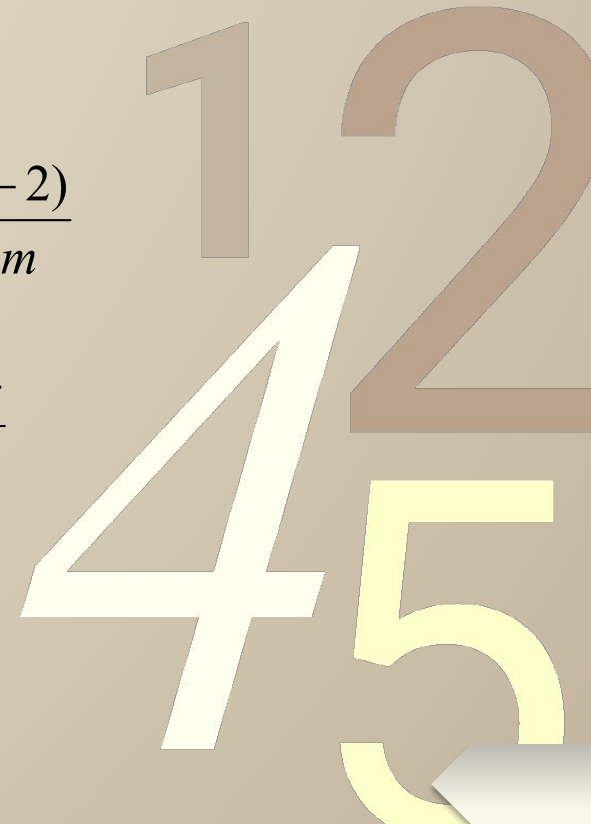
$$\frac{x^3 y^3}{x^2 + y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^3 y^3} = ? \quad \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

$$\frac{36 - y^2}{(y - 6)^2} \cdot \frac{y(y - 8)}{y - 8} = ? \quad -\frac{y(6 + y)}{y - 6}$$

$$\frac{m - 2}{(2 + m)(m - 1)^2} \cdot \frac{(2m - 2)^2}{1} = ? \quad \frac{2(m - 2)}{2 + m}$$

$$-\frac{x + 4}{x(x - 4)} \cdot \frac{3x^2 - 24x + 48}{x + 4} = ? \quad \frac{12 - 3x}{x}$$

$$\frac{x^2 - y^2}{xy} \cdot \frac{1}{x + y} = ? \quad \frac{x - y}{xy}$$



Деление дробей

- Чтобы разделить дробь на дробь, нужно первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Пример 1:

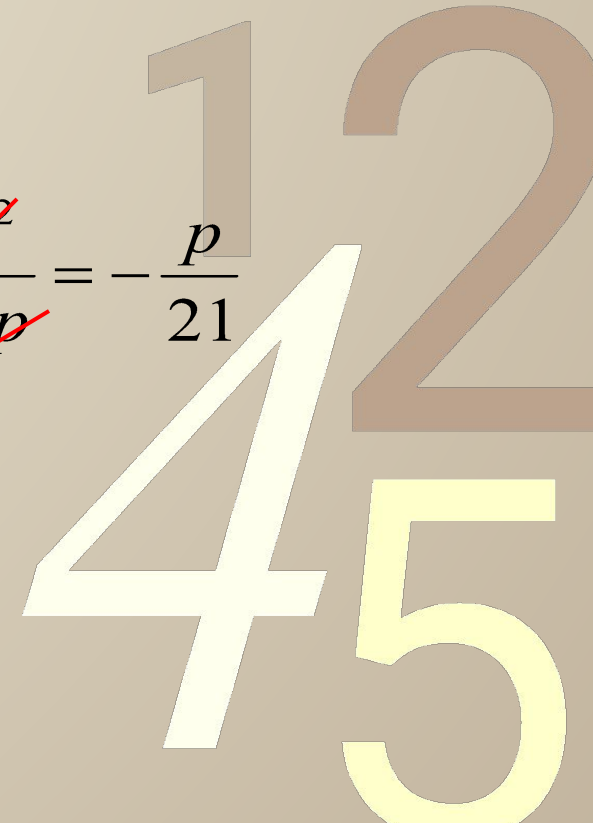
$$\frac{3a}{b^2} \div \frac{12a^2}{b^3} = \frac{3a}{b^2} \cdot \frac{b^3}{12a^2} = \frac{\cancel{3a} \cdot \cancel{b^2} \cdot b}{\cancel{b^2} \cdot \cancel{3a} \cdot 4a} = \frac{b}{4a}$$

Пример 2:

$$\frac{xy - y^2}{x} : \frac{x - y}{1} = \frac{y(x - y)}{x} \cdot \frac{1}{x - y} = \frac{\cancel{y(x - y)}}{\cancel{x(x - y)}} = \frac{y}{x}$$

Пример 3:

$$\frac{16u - 13v}{21p} : \frac{13v - 16u}{p^2} = \frac{-\cancel{(13v - 16u)} \cdot p^2}{\cancel{(13v - 16u)} \cdot 21 \cdot p} = -\frac{p}{21}$$



Выполните действия:

$$\frac{x^2 - xy}{3x + 3y} : \frac{xy - y^2}{6x + 6y} = ? \quad \frac{2x}{y}$$

$$\frac{4a}{b - a} : \frac{1}{b - a} = ? \quad 4a$$

$$\frac{c}{(c + 2)^2} : \frac{c}{c^2 - 4} = ? \quad \frac{c - 2}{c + 2}$$



Возведение дроби в степень

- Чтобы возвести дробь в степень n , нужно возвести и числитель, и знаменатель в степень n .

Пример 1:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad \left(\frac{10a^2}{b^2c}\right)^3 = \frac{10^3 \cdot (a^2)^3}{(b^2)^3 \cdot c^3} = \frac{1000a^6}{b^6c^3}$$

Пример 2:

$$\left(\frac{a}{2x}\right)^5 = \frac{a^5}{2^5 \cdot x^5} = \frac{a^5}{32x^5}$$

Возведите дроби в степень:

$$\left(\frac{x+2}{3x^2-6x}\right)^3 = ? \quad \frac{(x+2)^3}{(3x^2-6x)^3}$$

$$\left(\frac{5ac^3}{a^2b^4}\right)^2 = ? \quad \frac{25c^6}{a^2b^8}$$

$$\left(\frac{2c^3-a^4}{b^7}\right)^5 = ? \quad \frac{(2c^3-a^4)^5}{b^{35}}$$



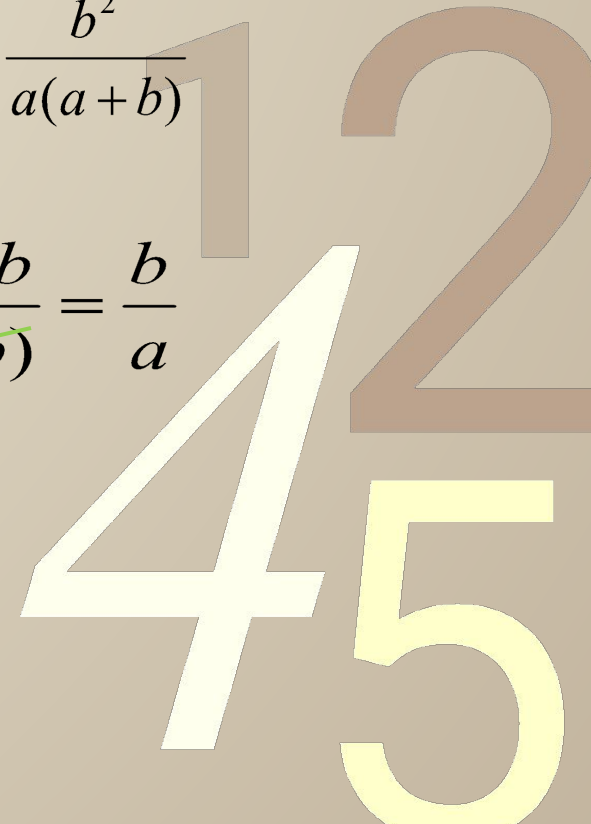
Преобразование выражений

$$\frac{a+b}{b} \cdot \left(\frac{b}{a} - \frac{b}{a+b} \right) = ?$$

$$1) \frac{b}{a} - \frac{b}{a+b} = \frac{b(a+b) - ab}{a(a+b)} = \frac{\cancel{ab} + b^2 - \cancel{ab}}{a(a+b)} = \frac{b^2}{a(a+b)}$$

$$2) \frac{a+b}{b} \cdot \frac{b^2}{a(a+b)} = \frac{\cancel{(a+b)} \cdot b \cdot b}{a \cdot \cancel{b} \cdot \cancel{(a+b)}} = \frac{b}{a}$$

Ответ: $\frac{b}{a}$



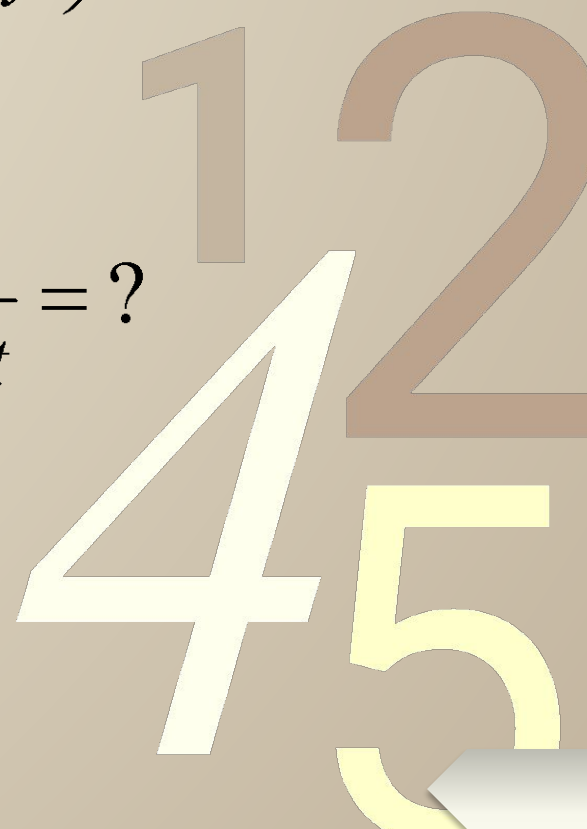
Решите самостоятельно:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$1) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \left(\frac{x-y}{x+y} + \frac{x+y}{x-y} \right) = ?$$

$$2) \left(\frac{1}{1-t} + \frac{2}{t^3-1} : \frac{1+t}{1+t+t^2} \right) : \frac{t}{1+t} = ?$$

Ответы: 1. $\frac{2xy}{x^2+y^2}$; 2. $-\frac{1}{t}$



Самостоятельная работа

Упростить выражение:

$$\frac{3x}{3x+4} + \frac{7}{4-3x} \cdot \frac{9x^2+16}{9x^2-16}$$

1. $\frac{3x+4}{3x-4}$ 2. $\frac{9}{4-3x}$ 3. $\frac{11}{4-3x}$ 4. $\frac{11}{4+3x}$ 5. $\frac{11}{3x-4}$

Результат упрощения выражения

$$\frac{2x^2y}{15x^4y^3} \cdot \frac{35xy^4}{16x^2} \cdot \frac{6}{49y^2} \text{ равен}$$

1. $\frac{1}{28x^3}$ 2. $\frac{1}{18x^4}$ 3. $\frac{1}{8x^2y}$ 4. $\frac{y^2}{18x}$ 5. $\frac{2x^5}{y^2}$

Упростить выражение:

$$\frac{5a^3b + 5ab^3}{a^4 - b^4} : \frac{10ab}{3a^2 - 3b^2}$$

1. 5 2. 4,5 3. 3,5 4. 2,5 5. 1,5

Возвести в степень:

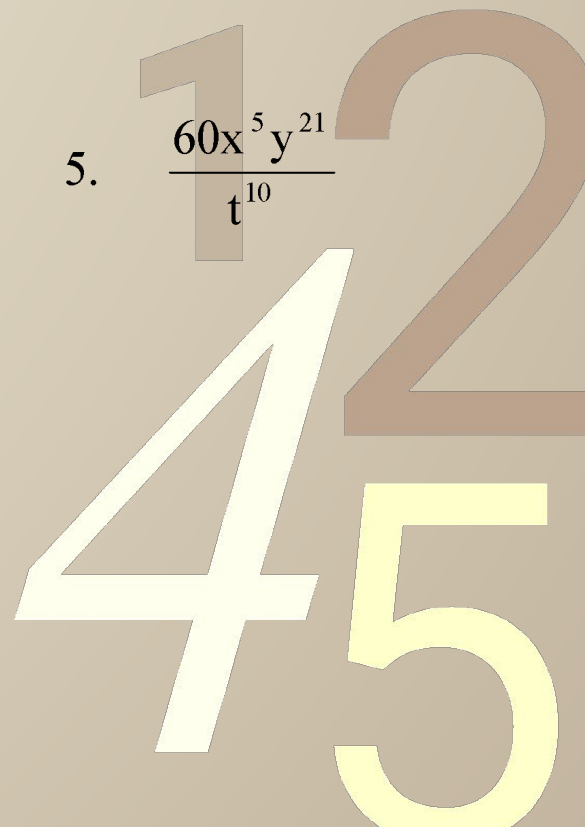
$$\left(\frac{4x^2y^7}{t^4} \right)^3$$

1. $\frac{4x^7y^{21}}{t^{12}}$ 2. $\frac{54x^7y^{15}}{t^2}$ 3. $\frac{64x^3y^3}{t^{11}}$ 4. $\frac{64x^6y^{21}}{t^{12}}$ 5. $\frac{60x^5y^{21}}{t^{10}}$

Выполните действия:

$$\left(\frac{a+2}{a-2} - \frac{a-2}{a+2} \right) : \frac{16a}{a^2 - 4}$$

1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{3}{4}$ 4. $\frac{1}{3}$ 5. 1



Выполните действия:

$$\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \frac{xy}{x^2 - y^2}$$

1. 4

2. 2

3. 1

4. $\frac{1}{4}$

5. $\frac{1}{2}$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Упростить выражение:

$$\frac{9p}{9p+2} + \frac{3}{2-9p} - \frac{81p^2+4}{81p^2-4}$$

1. $\frac{9p+2}{9p-2}$

2. $\frac{3}{2-9p}$

3. $\frac{5}{2+9p}$

4. $\frac{1}{2+9p}$

5. $\frac{5}{2-9p}$

$$\frac{(a^2 + ab)^2}{a^2 - b^2} : \frac{(a+b)^2}{(ab - b^2)^2}$$

1. $\frac{a^2 b^2 (a-b)}{a+b}$

2. $\frac{ab(a-b)}{a+b}$

3. $\frac{a^2 b^2 (a+b)}{a-b}$

4. $\frac{(a-b)}{a+b}$

5. $\frac{ab^2(a-b)}{a+b}$

Выполнить действия:

$$\left(\frac{3x-2}{x+2} - \frac{2x^2-14x}{x^2-4} - \frac{2x+6}{2x-4} \right) : \frac{1}{x+2}$$

- 0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011
1. 0,5 2. 1 3. $-\frac{1}{2}$ 4. 2 5. -2

$$\frac{8a}{(a-2)^2} - \frac{16}{(a-2)^4} : \left(\frac{1}{(a+2)^2} - \frac{2}{a^2-4} - \frac{1}{(a-2)^2} \right)$$

$$\left(\frac{28x}{x^2-49} + \frac{x-7}{x+7} \right) \cdot \frac{x}{x+7} - \frac{x}{x-7}$$

1. 0 2. 1 3. -1 4. 0,5 5. 2



$$\left(\frac{2x}{x^3 + y^3} \div \frac{y-x}{x^2 - xy + y^2} + \frac{2}{x-y} \right) \cdot \frac{x^2 - 2xy + y^2}{4y^2} \div \frac{x-y}{x+y}$$

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$\left(\frac{ab}{a-b} + a \right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a \right) \div \frac{a^2b^2}{b^2 - a^2}$$

1 2
4 5

Спасибо...

