

**Разработала учитель  
математики СОШ № 74**

**г Краснодара**

**Забашта Елена Георгиевна**

**Цель** — научить учащихся вычислять вероятности в задачах, описывающих жизненные ситуации

## **Задачи :**

- знакомство с языком теории вероятностей;
- рассмотрение трех видов событий, классическое определение вероятности, знакомство с формулами условной вероятности, полной вероятности и формулой Байеса и их применение при решении задач.

## **Виды наблюдаемых событий**

**Случайным событием** называется такое событие, которое при осуществлении совокупности условий может либо произойти, либо не произойти.

**Достоверным событием** называется событие, которое обязательно произойдет, если будет осуществлена определенная совокупность условий.

**Невозможным событием** называют событие, которое заведомо не произойдет, если будет осуществлена совокупность условий.

# Необходимые определения

**Элементарные события** – неразложимые исходы опыта, причем единственно возможные.

**Объединением** событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C$ , состоящее в наступлении по крайней мере одного из событий  $A$  и  $B$ .

**Пересечением** событий  $A$  и  $B$  называется событие  $C$ , состоящее в одновременном исполнении  $A$ , и  $B$ .

Два события  $A$  и  $B$ , пересечение которых – невозможное событие, называются **несовместными событиями**.

Два события  $A$  и  $B$  называются **совместными**, когда существует по крайней мере одно элементарное событие, благоприятствующее и событию  $A$ , и событию  $B$ .

Если объединение событий  $A$  и  $B$  – достоверное событие, а пересечение – невозможное событие, то события  $A$  и  $B$  называются **противоположными**.



# Язык теории вероятностей

$\Omega$  - пространство элементарных событий

$\omega$  - элементарное событие

$A \subset B$  -  $A$  - событие

$A \cap B$  - пересечение или произведение событий

$A \subset B$  - событие  $A$  влечет событие  $B$

$A \cup B$  - объединение или сумма событий

$\bar{A}$  - противоположное событие

$A \setminus B$  - разность событий

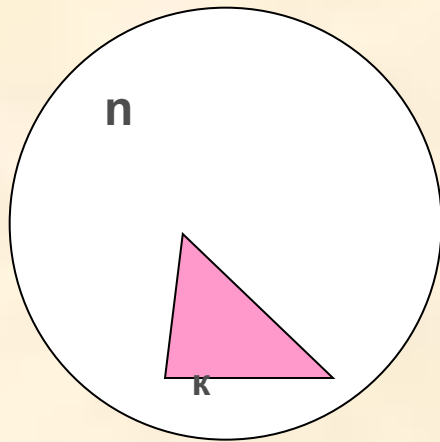
$\emptyset$  - невозможное событие

$A \cap B = \emptyset$  - события  $A$  и  $B$  несовместны

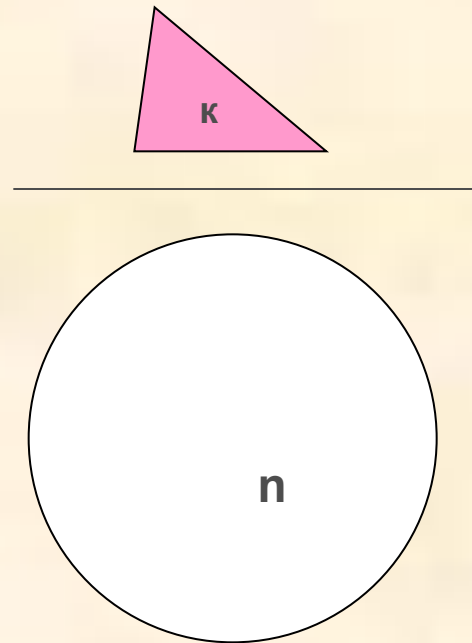
$A=B$  - события равносильны



# Классическое определение вероятности



$p(A) =$



# **Вероятность совместных и попарно несовместных событий**

**Вероятность объединения попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий.**

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B).$$

**Вероятность объединения двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного осуществления.**

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B).$$

# Рассмотренные формулы

## Условная вероятность

$$P(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)}$$

## Полная вероятность

$$p(A) = p(A/B_1)p(B_1) + \dots + P(A/B_n)p(B_n)$$

## Формула Бейеса

$$p(B_i) = \frac{p(A/B_i)p(B_i)}{p(A/B_1)p(B_1) + \dots + P(A/B_n)p(B_n)} \text{ при } i = 1, 2, \dots, n.$$



# Задача № 1

Вычислить вероятность события А-«при бросании двух костей выпало 8 очков».









## Решение.

При бросании двух костей могут получиться следующие равновероятные результаты

I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
1	1	2	1	3	1	4	1	5	1	6	1
1	2	2	2	3	2	4	2	5	2	6	2
1	3	2	3	3	3	4	3	5	3	6	3
1	4	2	4	3	4	4	4	5	4	6	4
1	5	2	5	3	5	4	5	5	5	6	5
1	6	2	6	3	6	4	6	5	6	6	6

Как видно, всего возможных вариантов 36. Специально выделяются те случаи, когда произошло событие А. Таких случаев 5 - все они равновероятны. Следуя классическому определению вероятности, имеем:

$$p(A) = \frac{5}{36}$$

## Задача № 2



Пхенчхана



Зальцбург



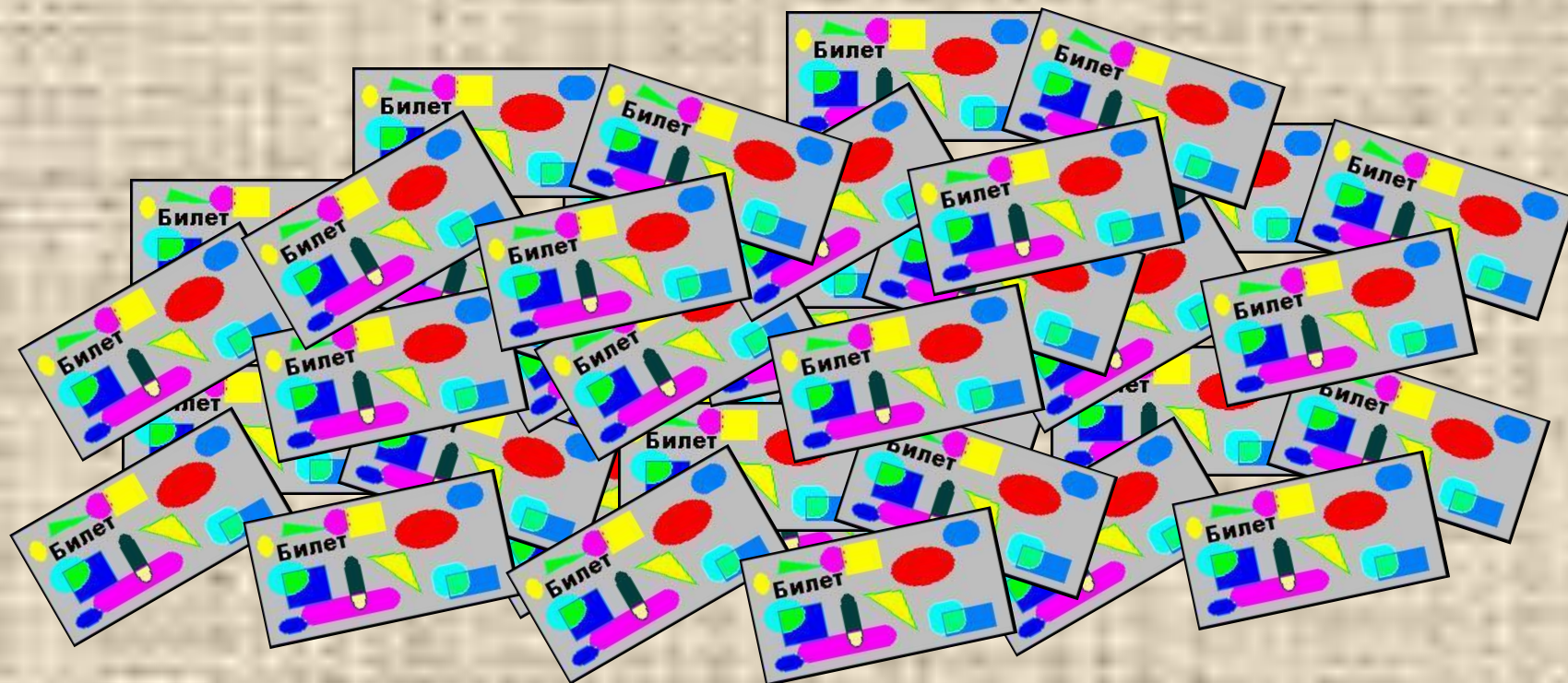
Сочи

*Какова была вероятность того, что Сочи станет столицей Олимпиады - 2014?*



### Задача № 3.

В лотерее выпущено 10000 билетов и установлено: 10 выигрышей по 200 р., 100 – по 100р., 500 – по 25 р. и 1000 выигрышей по 5 р. Гражданин купил один билет. Какова вероятность того, что он выиграет не меньше 25 рублей?



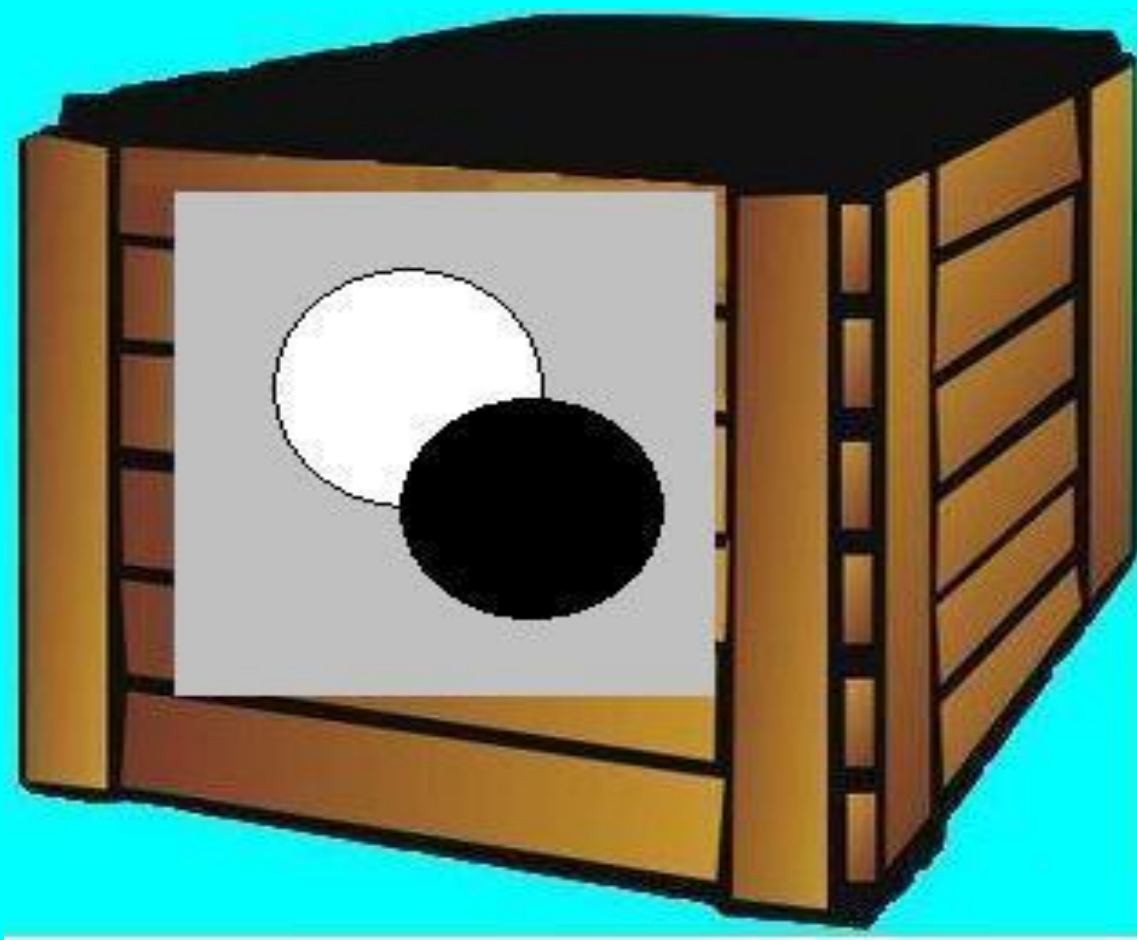
## Решение.

- Обозначим события:
- A- «выигрыш не менее 25р.»,
- B-«выигрыш равен 25р.»,
- C -«выигрыш равен 100р.»,
- D- выигрыш равен 200р.».
- Поскольку куплен только один билет, то  $A = B \cup C \cup D$ , где события B, C, D попарно несовместны, поэтому
- $p(A) = p(B \cup C \cup D) = p(B) + p(C) + p(D)$ .
- $p(B) = 0,05$ ,  $p(C) = 0,01$ ,  $p(D) = 0,001$ .  $p(A) = 0,05 + 0,01 + 0,001 = 0,061$ .
  
- Ответ :  $p(A) = 0,061$ .



## Задача № 4

В ящике  $a$  белых и в черных шаров. Последовательно вынимаем два шара. Какова вероятность того, что они оба белые?



*Решение.*

Обозначим события:

**A** – «первый шар белый»,

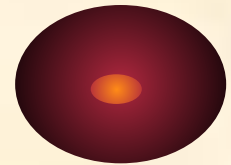
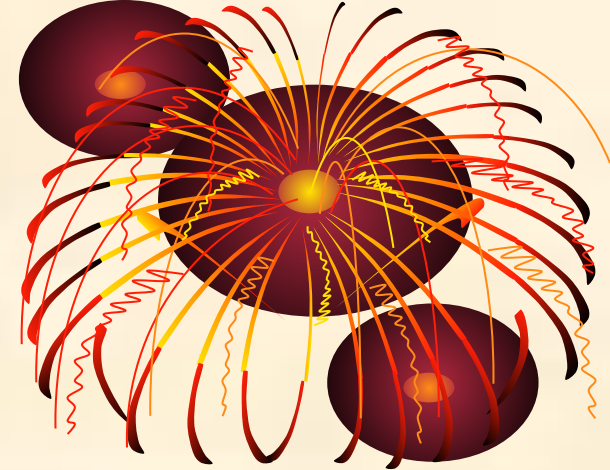
**B** – «второй шар белый».

Нам надлежит найти  $p(A \cap B)$

$$\text{Имеем: } p(B/A) = \frac{a-1}{a+b-1}$$

$$p(A) = \frac{a}{a+b}$$

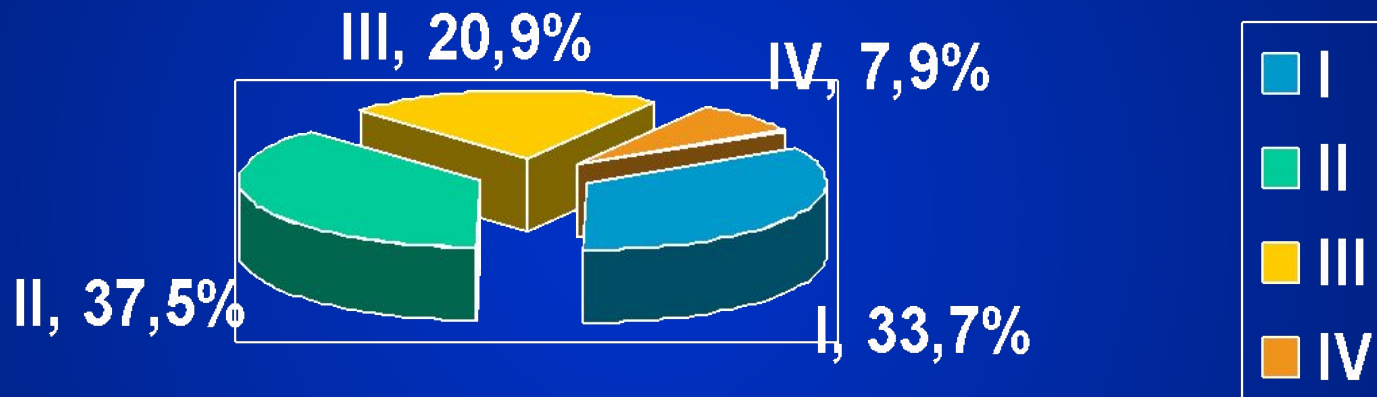
$$\text{Тогда: } p(A \cap B) = \frac{a(a-1)}{(a+b)(a+b-1)}$$



## ***Задача № 5.***

- При переливании группы крови надо учитывать группы крови донора и больного. Человеку, имеющему 4-ую группу крови, можно перелить кровь любой другой группы; человеку со 2 и 3 группой крови можно перелить кровь либо той же группы, либо 1-ой; человеку с 1-ой группой крови можно перелить только кровь 1-ой группы. Группы крови доноров представлены следующей диаграммой:

# Группа крови



Какова вероятность того, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора?

## Решение.

Обозначим события:

$C$  – «перелить кровь можно»,

$A_i$  - «ученик имеет  $i$ -ю группу крови»,

$B_i$  - «больной имеет  $i$ -ю группу крови».

$$p(C/B_1) = 0,337,$$

$$p(C/B_2) = 0,337 + 0,375,$$

$$p(C/B_3) = 0,337 + 0,209 = 0,546,$$

$$p(C/B_4) = 1.$$

Значит,

$$p(C) = p(B_1)p(C/B_1) + p(B_2)p(C/B_2) + p(B_3)p(C/B_3) + p(B_4)p(C/B_4) = 0,573683.$$

Ответ:  $p(C) = 0,573683$ .

Математика – наука не из легких.  
Трудный и тернистый этот путь.  
Теоремы, леммы, аксиомы...  
Но с дороги этой не свернуть!  
Колмогоров, Чебышев и Гаусс,  
Лобачевский, Марков, Ляпунов...  
Столь великим, может, и не стать всем,  
Но науке посвятить я жизнь готов!



**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**