Муниципальное образовательное учреждение

“Средняя общеобразовательная школа №30” г. Норильска


ПРЕДСТАВЛЯЕТ

«Нетрадиционные способы решения квадратных уравнений»

исследовательская работа творческого характера и практической направленности.

Выполнили:

Марченко Руслана, Митякина Дарья, Капелько Евгений, Халтурина Екатерина – учащиеся 9«А»класса,

члены школьного НОУ «Эрудит» МОУ «СОШ №30».

Научный руководитель:

Маковская Евгения Васильевна, учитель математики первой категории МОУ «СОШ №30», г. Норильск.

2008 год.

Цели и задачи работы.

- Целью нашей работы является:
- рассмотрение некоторых нестандартных способов решения квадратных уравнений на конкретных примерах, которые я сам подбирал, многие из них сам составлял, сам решал;
- составить алгоритм логической цепочки действий учащегося при решении квадратного уравнения.
- желание поделиться результатами своей работы со своими одноклассниками;
- возможность увидеть, как воспринимается материал, и каков процент учащихся будет пользоваться предложенными способами;
- и возможность практического применения материала, изложенного в работе на уроках математики.

Основная часть работы.

- Квадратные уравнения, которые решаются по свойству коэффициентов.
- Задачи, решаемые с помощью теоремы Виета.
- Решение квадратных уравнений способом замены переменной.

Свойства коэффициентов.

- Если коэффициенты квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ удовлетворяют условию $a + b + c = 0$, то корни такого квадратного уравнения равны: $X_1 = 1$, $X_2 = c/a$.
- Если же – такому условию: $a - b + c = 0$, то корни таковы: $X_1 = -1$, $X_2 = -c/a$.

Примеры. Случай1: $a + b + c = 0$.

- 1. $x^2+8x-9=0$.
- Решение: $a+b+c=1+8-9=0 \rightarrow x_1=1, x_2=-9/1=-9$.
- Ответ: $x_1=1, x_2=-9$.
- 2. $5x^2-(m+5)x+m=0$.
- Решение: $a+b+c=5-(m+5)+m=5-m-5+m=0 \rightarrow$
- Ответ: $x_1=1, x_2=m/5$.

Примеры. Случай2: $a - b + c = 0$.

- 1. $5x^2 - 9x - 14 = 0$.
- Решение: $a - b + c = 5 + 9 - 14 = 0 \rightarrow x_1 = -1, x_2 = 14/5$.
- **Ответ**: $x_1 = -1, x_2 = 14/5$.

- 2. $3x^2 + (3-n)x - n = 0$.
- Решение: $a - b + c = 3 - (3-n) - n = 3 - 3 + n - n = 0 \rightarrow$
  $x_1 = -1, x_2 = n/3$. **Ответ**: $x_1 = -1, x_2 = n/3$.

- 3. $(8-d)x^2 - dx - 8 = 0$.
- Решение: $a - b + c = (8-d) + d - 8 = 8 - d + d - 8 = 0 \rightarrow$
  $x_1 = -1, x_2 = 8/8-d$ **Ответ**: $x_1 = -1, x_2 = 8/8-d$.

РазделII. Оригинальные задачи с геометрическим смыслом, решаемые с помощью теоремы Виета.

- **Задача1. 1).** Найдите площадь прямоугольника, длины сторон которого численно равны корням уравнения

  $\sqrt{2}x^2 - 17x + 3 = 0$.
- **1) $3\sqrt{2}$; 2) $1{,}5\sqrt{2}$; 3) 3 ; 4) $8{,}5\sqrt{2}$; 5) $17\sqrt{2}$.**
- **Решение**. Площадь прямоугольника равна произведению длин его соседних сторон. По условию длины сторон данного прямоугольника численно равны корням данного уравнения. Значит, применив теорему Виета, по которой произведение корней квадратного уравнения

  $ax^2 + bx + c = 0$ равно c/a , получим:
- S прямоугольника = $1{,}5\sqrt{2}$, то есть верным является второй вариант ответа .А именно: $1{,}5\sqrt{2}$.

Задача 2.

- Найдите периметр параллелограмма, длины сторон которого численно равны корням уравнения
- $\sqrt{6}x^2 - 12x + 3 = 0$.
- **1) 2**√6**;   2) 24;   3) 4**√6 **;   4)** √6 ;   **5) 6 .**
- Решение. Полупериметр, **р**, параллелограмма - это сумма длин двух его соседних сторон. По условию длины сторон данного параллелограмма численно равны корням данного уравнения. Значит, по теореме Виета, их сумма равна $X_1 + X_2 = 2\sqrt{6}$.
- Но $X_1 + X_2 = p$, следовательно, $P = 2p = 2 \cdot 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$.
- Значит, верным есть третий вариант ответа, то есть: $4\sqrt{6}$.

РазделIII. Решение квадратного уравнения способом замены переменной.

- **1). Решить уравнение:**
- **$(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 24$.**
- **Решение:** Умножим первый двучлен на четвёртый, затем второй на третий и сделаем замену переменной, получим:
- $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 24$,
- **Пусть $x^2 + 5x = y$,** тогда
- $(y + 4)(y + 6) = 24$,
- $y^2 + 10y + 24 =24$,
- $y^2 + 10y = 0$,
- $y (y + 10) = 0 \rightarrow$ $y = 0$ или $y + 10 =0$
- $y = -10$.
- Вернёмся к переменной x , получим два уравнения:
- $x^2 + 5x =0$ и $x^2 + 5x = -10$.
- $x (x + 5) = 0$ $x^2 + 5x +10 = 0$.
- $x = 0$ или $x + 5 = 0$ $D = 25 – 40 < 0$ уравнение не имеет действительных корней
- $x = -5$. **Ответ: X1 = 0 . X2 =- 5.**

Разложение квадратного трёхчлена на множители способом замены переменной

- **2) Представить выражение $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) – 15$ в виде произведения двух многочленов.**
- **Решение:** $x(x + 1)(x + 2)(x + 3) – 15 =$
- $= x(x +3)(x + 1)(x + 2) -15 =$
- $= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x +2) – 15.$
- **Пусть $x^2 + 3x = t$,** тогда получим: $(x^2 + 3x)(x^2 + 3x +2) – 15 =$ **$t(t + 2) – 15 = t^2 +2t – 15$**.
- Найдём теперь корни полученного квадратного трёхчлена. Для этого решим квадратное уравнение:
- $t^2 +2t – 15 = 0.$
- По теореме Виета
- $t_1 = -5, \ t_2 = 3.$
- Значит, **$t^2 +2t – 15 = (t +5)(t – 3).$**
- Вернёмся к переменной x, получим
- **ответ на вопрос задачи: $x (x + 1)(x + 2)(x + 3) – 15 = (x^2 + 3x +5)(x^2 + 3x -3).$**

Алгоритм решения квадратного уравнения

- ***1.<u>Проверить</u> каким является квадратное уравнение <u>полным или неполным.</u>***
- ***<u>2.Если уравнение неполное,</u> то решаем, применяя свойства коэффициентов или правила нахождения корня уравнения, определив какому из трех случаев($ax^2=0$, $ax^2+bx=0$ или $ax^2+c=0$) соответствует данное уравнение.***
- ***3. <u>Если уравнение полное</u>, то решаем***
- ***а)либо по свойствам коэффициентов,***
- ***либо по теореме Виета,***
- ***в) либо применяя формулу дискриминанта и формулы корней квадратного уравнения.***
- ***<u>Если квадратное уравнение задано в неявном виде</u>, например, биквадратное или в таком виде как в разделе III, то придётся применить способ замены переменной.***

Заключение.

Надеемся, что наша работа не останется незамеченной всеми, кто любит математику, любит решать задачи разных уровней.

Выражаем признательность нашему преподавателю математики и научному руководителю Евгении Васильевне Маковской за помощь, оказанную нам при выполнении данной работы и за те ценные указания, которые мы получали от неё в процессе работы.

- **Нам также очень хотелось бы, чтобы наша работа послужила учащимся при подготовке к урокам и, в перспективе, к экзаменам, а также преподавателям при подготовке к урокам.**


Спасибо за внимание!
=)