

ГБОУ Лицей № 144

Происхождение обыкновенной дроби

**Выполнила Гертнер Элизабет 6 «В» класс
Руководитель Федорова Е.Ю.**

Санкт-Петербург 2013

**Цель работы:
выяснить происхождение
обыкновенной дроби**

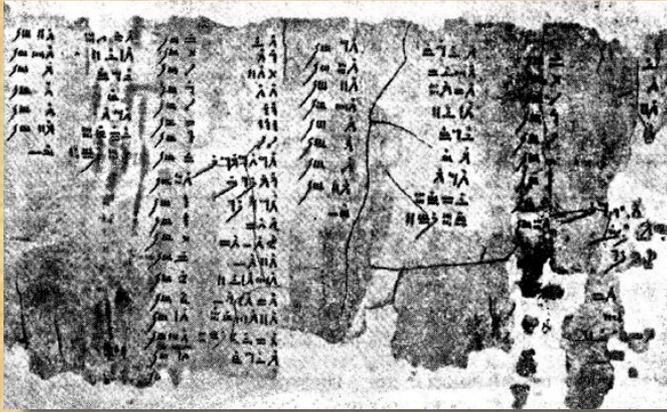
Обыкновенная дробь

$$\frac{2}{9} \quad \text{Правильная дробь}$$

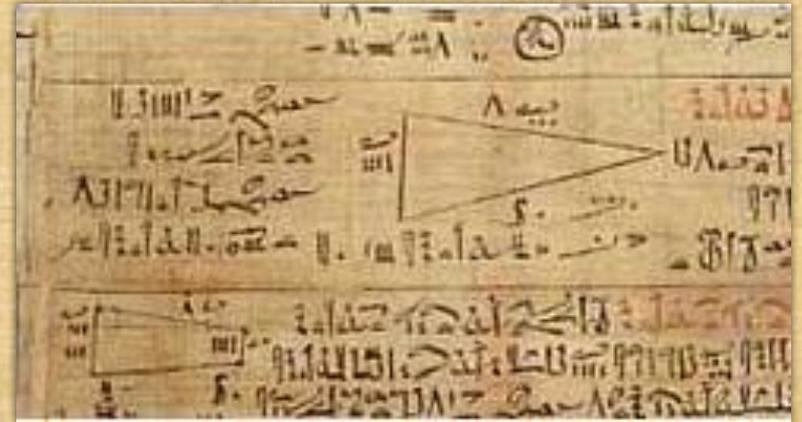
Смешанное число: целое $5\frac{2}{9}$ числитель
знаменатель

$$\frac{47}{9}, \frac{9}{9}, \frac{47}{1} \quad \text{Неправильные дроби}$$

Древние математические документы



Кожаный свиток г.Фивы 1700гг.

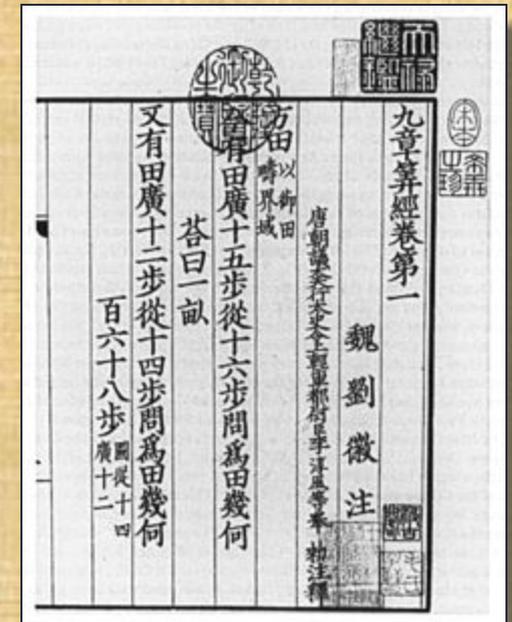


Папирус Ринда написан (1849-1801г. до н.э.),
переписан писцом Ахмесом (1788-1580г. до н.э.)



Клинописные тексты Вавилона,
вырезанные в камне 668-626гг. до н.э.

«Математика в девяти книгах» Чжан Цан II в. до н.э.



Появление первых словесных дробей-долей:

«Половина», «десятина», «осьмина», «ломаная»...

Простейшие дроби: $1/2$, $1/4$, $2/3$, $3/4$ описывали больше качество предмета, чем его количество

• в старом китайском языке: $1/3$ - «меньшая половина», $2/3$ - «большая половина»

• На Руси винная мера: ведро=2 полведра, полведра=2 четверти;

«десятина», «осьмина» - земельная мера площади

половина четверти как земельной меры обозначалась словом осьмина

Нельзя было сказать «осьмина книги» или «полведра пути»

• у римлян асс первоначально - $1/12$ денежно-весовой единицы

$3/12$ 3 унции = **четверть**

$4/12$ 4 унции = **треть**

$6/12$ 6 унций = **половина**

• в вавилонской системе символы $1/2$, $1/3$, $2/3$ являлись изображением сосудов

• В Египте единицей площади был сетат (квадрат со стороной 100 локтям)

• $1/4$ сетата называлась «ломаной»

Абстрактное понятие дроби: $1/2$, $1/10$, $1/8$, $1/4$

ЕГИПЕТ все документы содержат только единичные дроби

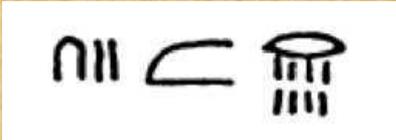
Под знаком  ставили символ, изображающий знаменатель

Индивидуальных знаки

$$\subset = \frac{1}{2} \quad \text{⊖} = \frac{2}{3} \quad \text{⊗} = \frac{1}{4}$$

Например:

$$\frac{1}{5} = \text{⊖} \quad \frac{1}{10} = \text{⊖} \quad \frac{1}{20} = \text{⊖} \quad \frac{1}{23} = \text{⊖}$$

Например: $12 \frac{5}{8}$ 



Кожаный свиток- ключ к пониманию первых стадий вычислений с дробями

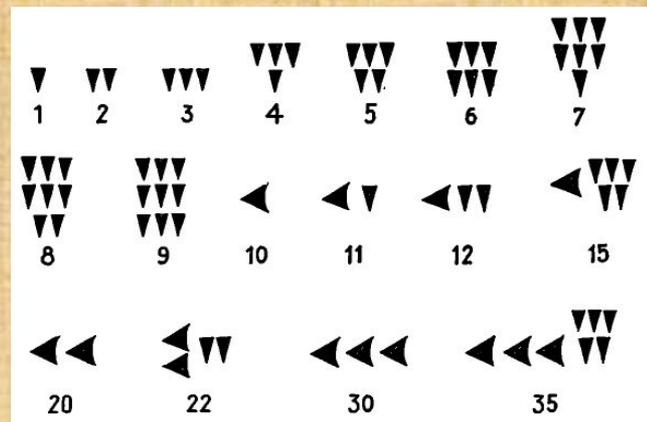
$$\begin{aligned} 2/5 &= 1/5 + 1/15, \\ 2/13 &= 1/8 + 1/52 + 1/104 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2/21 &= 1/14 + 1/42 \\ 2/83 &= 1/60 + 1/332 + 1/415 + 1/498 \end{aligned}$$

ВАВИЛОН

ПРИМЕНЯЛИ ШЕСТИДЕСЯТЕРИЧНЫЕ ДРОБИ

денежная и весовая единицы измерения
разделялись на 60 равных частей:
10 талант = 60 мин, 1 мина = 60 шекель.



Доли шестидесятые были привычны для вавилонян:

$1/60$, $1/3600$, $1/60^3$

В Вавилоне письменная шестидесятеричная нумерация состояла из двух знаков:

▼ – значение 1 «единица», 60 , 60^2 , 60^3 ... определялось по содежанию задачи.

◀ -10 «десять»

Число 62 писали: ▼ ▼ ▼ с пробелом.

Сохранилось деление часа на 60 минут, минуты на 60 секунд, окружности на 360 градусов, градусы на 60 минут, минуты на 60 секунд

Рим Римляне пользовались только конкретными двенадцатеричными дробями.

$\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{11}{12}$

Асс - единица измерения веса, а также денежной единица. Асс делился на 12 равных частей. Каждая часть называлась **унция**.

унция делилась: 2 семунции, 4 сициликуса, 6 секстул, 24 скрупула и 144 силиквы

$1/12$1 унция
$2/12$2 унции
$3/12$	3 унции = четверть
$4/12$	4 унции = треть
$5/12$ (квинкункс)	5 унций
$6/12$	6 унций = половина
$7/12$ (септункс)...	7 унций
$8/12$ (бесс).....	8 унций
$9/12$ (додранс)...	9 унций
$10/12$ (декстанс).	10 унций
$11/12$ (деункс)...	11 унций
$1/6$ Асса (секстанс)	
$1/4$ Асса (квадранс)	
$1/3$ Асса (триенс)	
$5/12$ Асса (квинкункс)	
$1/24$ унции (1/288 либры) скрупул	

Характерен следующий отрывок из произведения знаменитого римского поэта I в. до н. э. Горация о беседе учителя с учеником в одной из римских школ этой эпохи:

«— Учитель. Пусть скажет Сын Альбина, сколько останется, если от 5 унций отнять 1 унцию?»

— Ученик. Одна треть.

— Учитель. Правильно, ты сумеешь беречь свое имущество».

Слово **скрупулёзность** произошло от «**скрупула**», означает **точность и аккуратность** (например, в английском прилагательное **скрупулёзный** — scrupulous, во французском — scrupuleux).

Греция Греки употребляли египетские и шестидесятеричные дроби. К V в. до н.э. греки умели производить все действия с дробями, но **числами их не признавали**. Сначала дроби выражали словами, позднее стали применять записи:

$\lambda\beta'$ — дробь

знаменатель дроби обозначали буквами алфавита и писали со штрихом справа

встречаются записи в которых числитель со штрихом и дважды взятый знаменатель с двумя штрихами пишутся в одной строке: дробь $3/4$

$\gamma\delta''\delta''$.

Герон и Диофант (ок. I в.) употребляли дробную черту, но сверху писали знаменатель, а под чертой – числитель. Например, $5/3$ означало три пятых **В греческих сочинениях по математике дробей не встречалось**. Греческие математики создали учение об отношениях величин, о равенстве таких отношений. Правильное соотношение размеров возводимых ими дворцов и храмов придавало этим зданиям ту необыкновенную красоту, которая и сегодня восхищает нас. **В Древней Греции получают своё начало обыкновенные дроби и впервые происходит расширение множества целых чисел.**

КИТАЙ

В древних текстах дробь записывали по схеме « n -ых m ». Сначала выполняется деление основной единицы на n частей, а затем берётся m таких. Дробь-результат деления $m:n$

Ко II в. до н.э. китайцам удалось разработать все операции с дробями.

Китайские правила операций с дробями понятны современному читателю.

Таблица названий двенадцатых долей

Дробь	Китайское название	Перевод	Представление
$\frac{1}{12}$	цян	С избытком	$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$
$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$	шао жо	Меньшая с недостатком	$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$
$\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$	шао	Меньшая (половина)	
$\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$	шао цян	Меньшая с избытком	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3}$
$\frac{5}{12}$	бань жо	Половина с недостатком	$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$
$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$	бань	Половина	
$\frac{7}{12}$	бань цян	Половина с избытком	$\frac{2}{4} + \frac{1}{12}$
$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$	тай жо	Большая с недостатком	$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$
$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	тай	Большая (половина)	
$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$	тай цян	Большая с избытком	$\frac{3}{4} + \frac{1}{12}$
$\frac{11}{12}$	и чень жо	Полный цикл с недостатком	$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$
$\frac{12}{12} = 1$	цюань	Полная	

Индия В Индии дроби известны очень давно. Ещё в середине II тысячелетия до н.э. упоминаются такие дроби как $1/2$, $3/4$, $1/16$

Индийцы записывали дроби так, как это делается в настоящее время: числитель над знаменателем, только без дробной черты. Друг от друга дроби отделялись вертикальными и горизонтальными линиями.

Дробь записывалась:

	c
a	a
b	b

в смешанной дроби целая часть писалась над дробью.

Индийцы развили теорию обыкновенной дроби. Обыкновенные дроби индийцев наряду с египетскими единичными и вавилонскими шестидесятеричными перешли к арабам.

ИСЛАМ Дроби в арабской математике считались такими же числами, как и натуральные числа. Записывали их вертикально, как индийцы: знаменатель под числителем, целую часть писали над числителем черта дроби появилась около 1200 года

Арабский язык не имеет специальных терминов для выражения долей единицы (единичных дробей) меньших $1/10$ ($1/100$, $1/1000$..) Такие результаты округляли.

Понятия конкретной дроби:

- одна или несколько частей величины предполагаемой делимой (единица считалась неделимой) называются
- **« одна часть из n »,**
- отношение двух отвлечённых чисел. **« m частей из »**

Главная историческая заслуга математиков исламских стран — сохранение античных знаний (совместно с более поздними индийскими открытиями) и содействие тем самым восстановлению европейской науки.

ЕВРОПА Учение о дробях считалось самым трудным разделом арифметики. Трудность изучения дробей в средневековых школах объяснялась тем, что учеников заставляли заучивать без понимания

Первым самостоятельным математиком Западной Европы был итальянец **Леонардо Пизанский (1180-1240)**, известный под именем Фибоначчи (сын Боначчи). В конце XII века он изучал математику у арабских учителей, посещал Египет, Сирию, Византию, Сицилию. Основной труд Леонардо – книга «Книга абака» («Книга арифметики» 1202-1228г.) В ней он учит действию над смешанными числами и дробями. Вводит «дробь» вместо «ломаной», применяет постояннодробную черту.

Теория обыкновенных дробей берёт своё начало в Греции, развивается в Индии и уже в Европе приобретает современный вид.



На РУСИ

$1/4$ – четь

$1/2$ - половина, полтина

$1/8$ – полчеть

$1/16$ – полполчеть

$1/32$ – полполполчеть (малая четь)

$1/7$ – седимина

Термины в рукописях XVII столетия назывались так:

- делимое – «большой перечень»
- делитель – «деловой перечень»
- частное – «жеребейный перечень»
- остаток – «остаточная доля»

$2 \frac{1}{2}$ – «полтретьи», $4 \frac{1}{2}$ – «полпяты»

$1/3$ – треть

$1/6$ – полтреть

$1/12$ – полполтреть

$1/24$ – полполполтреть (малая треть)

$1/5$ – **пятина**

$1/10$ - **десятина**

$5/13$ – **пять тринадцатых жеребёв**

**Числитель назывался
верхним числом,
а знаменатель
исподним**

Леонтий Филиппович Магницкий «Арифметика, сиречь наука численная»

1700-1703гг. Послужила проводником в Россию новых математических сведений, совершенно не имеющих в существовавших до неё рукописях.

Появление обыкновенных дробей берёт своё начало в Греции, развивается в Индии и уже в Европе приобретает современный вид

Единичные дроби 1/4 ...	единичные дроби 1/4...	шестидесятиречные дроби 1/60	Отношения чисел	обыкновенные дроби	обыкновенные дроби	Переводы	единичные дроби	обыкновенные дроби	обыкновенные дроби
Египет XVIII-XV вв. до н.э.	Индия серед. II тысячелетия	Вавилон VI - VII вв. до н.э.	Греция III в. до н.э.	Индия V-VI-XII вв. н.э.	Китай VI-VII вв. н.э.	Ислам VII-VIII вв.	Русь н. XII в.	Европа XII-XVI	Русь XVI-XVII в.
время до нашей эры				время нашей эры					
М. папирус 1800-1600 папирус Ах. 1788-1560 к. Свиток 1700		клинописные таблички 668-626 гг.		Ариабхатама 499 н.э. Брахма 628 н.э. Бхаскаре XII в.	Математика в 9 книгах вкл. (XII-II в до н.э.)		монах Кирик, рукописи 1134 г.	Фибоначчи 1202-1228, С.Стевин 1585 учебник	Рукописи 1629, Магницкий 1700-1703

Современный вид обыкновенной дроби

Термин ввёл в 1558 г. Траншан для отличия дроби a/b от астрономических дробей

Вертикальная запись: Индия, Китай

Дробная черта, «Дробь»: Л. Пизанский 1202-1228гг.

Солидус: наклонная дробная черта

«Дробь» - Число, представленное как состоящее из частей единицы. (С.И. Ожегов)

fraction ['fræksj(ə)n]англ.яз.

(дробь, доля, порция, часть, относительное количество, дробное число)

$2/9$	целое	3	$\frac{2}{9}$	Числитель Англ. numerator ['nju:m(ə)reitə] с латинского (numerare — числить, считать)
«солидус» косая черта Ввёл де Морган в 1558г.			Знаменатель Англ. denominator [di'nɒmineitə] с латинского dē-nōmino именовать, называть	