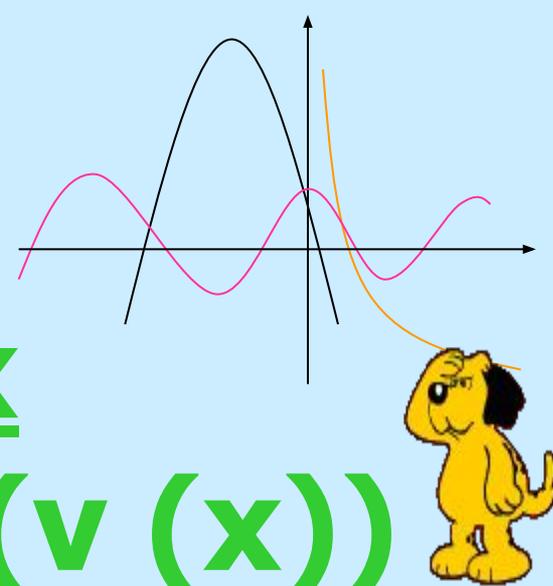


«ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ на основе свойств монотонности»

АВТОР проекта: **Зародов Никита Евгеньевич**,
ученик 10-А класса МОУ «СОШ №21», г. Подольск, МО

РУКОВОДИТЕЛЬ проекта: **Буянова Анна Матвеевна**,
учитель математики МОУ «СОШ №21», г. Подольск, МО

ГИПОТЕЗА



Графики сложных

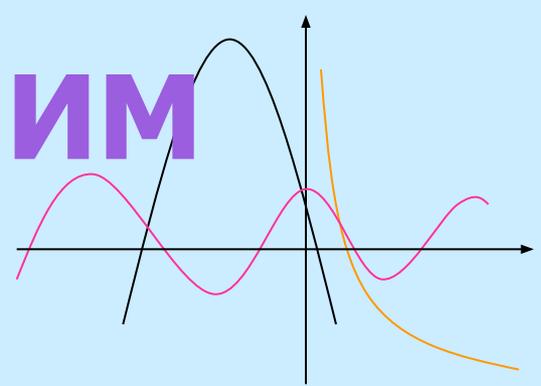
функций вида $y=f(v(x))$

легко построить, зная свойства
основных элементарных функций
вида $y=f(x)$.

Выработаем

простой алгоритм построения графиков.

ДЛЯ ЭТОГО ВСПОМНИМ



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

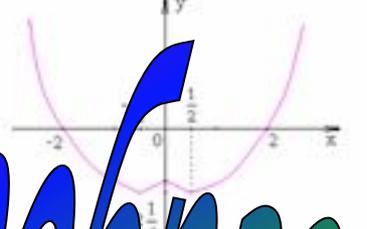
1. Область определения / область значения функций

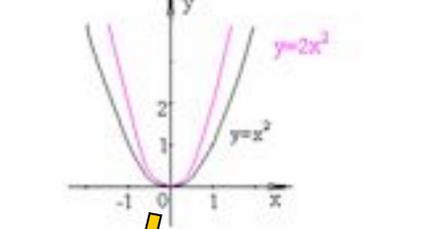
2. Четность / нечетность функций

3. Монотонность функций

Симметричное отображение

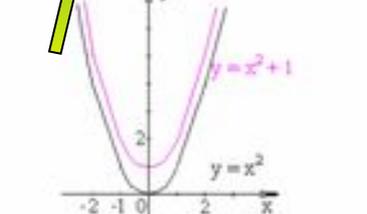
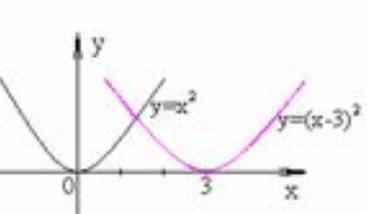
Растяжение

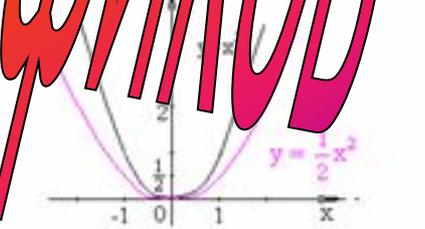
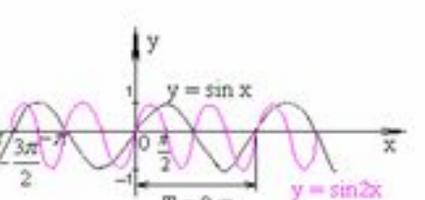
<p>$y = f(x)$ из $y = f(x)$ для $x \geq 0$ и отобразить ее относительно оси y</p>	
<p>$y = f(x)$ из $y = f(x)$ отображение д графика в нуле плоскости в верну</p>	

<p>$y = k f(x)$ из $y = f(x)$ растяжением вдоль оси y в k раз, если $k > 1$</p>	
<p>$y = f(\frac{x}{k})$ из $y = f(x)$ растяжением вдоль оси x в k раз</p>	

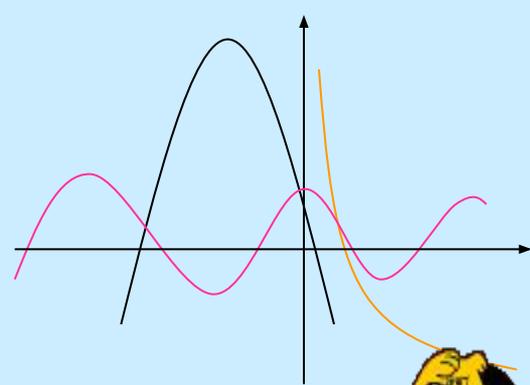
Параллельный перенос

Сжатие

<p>$y = f(x)+b$ из $y = f(x)$ вдоль оси y вверх, если $b > 0$, вниз, если $b < 0$</p>	
<p>$y = f(x-a)$ из $y = f(x)$ вдоль оси x на a единичных отрезков вправо, если $a > 0$, влево, если $a < 0$</p>	

<p>$y = -f(x)$ из $y = f(x)$ $y = f(x)$ сжатием к оси x в k раз</p>	
<p>$y = f(kx)$ из $y = f(x)$ сжатием вдоль оси x в k раз</p>	

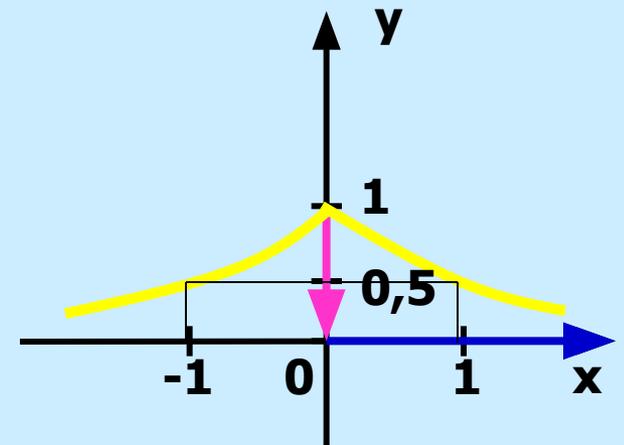
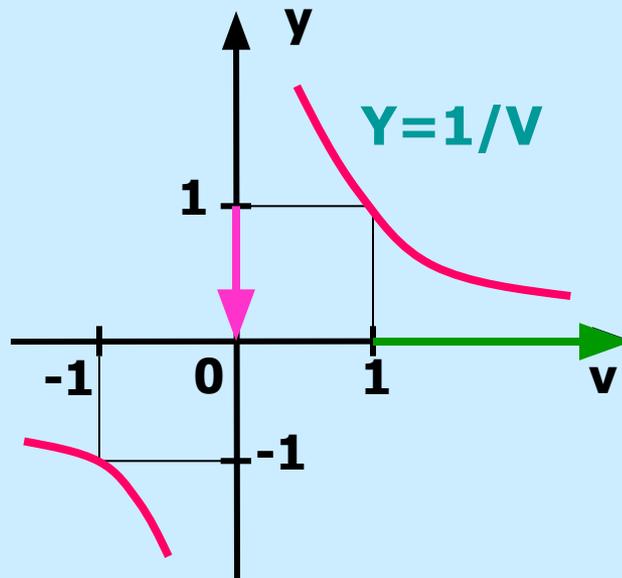
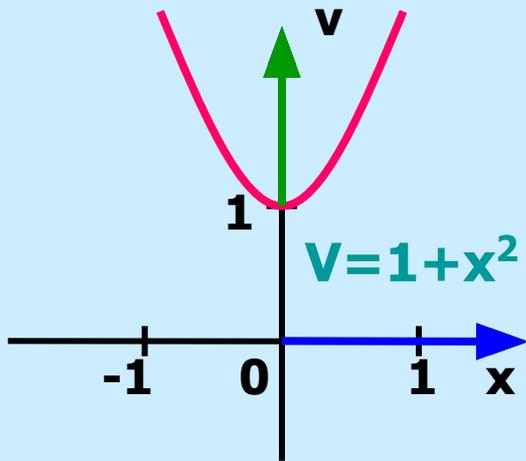
ПРИСТУПИМ



к построению

**графиков сложных функций
вида $y=f(v(x))$.**

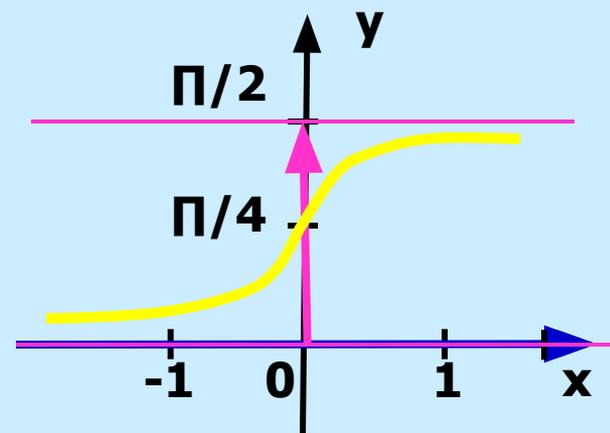
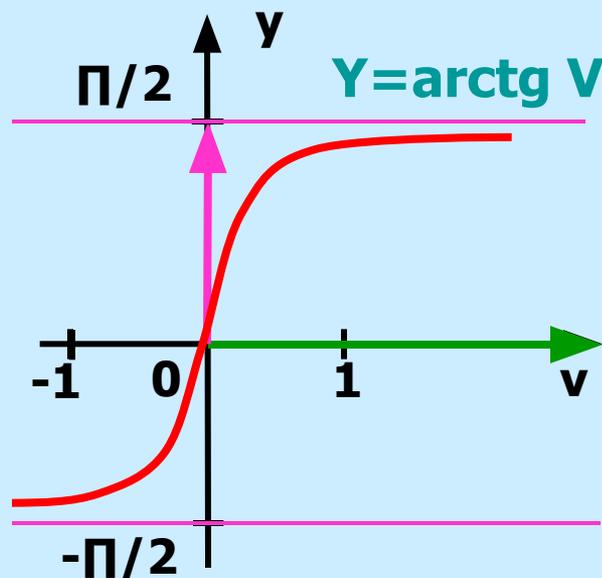
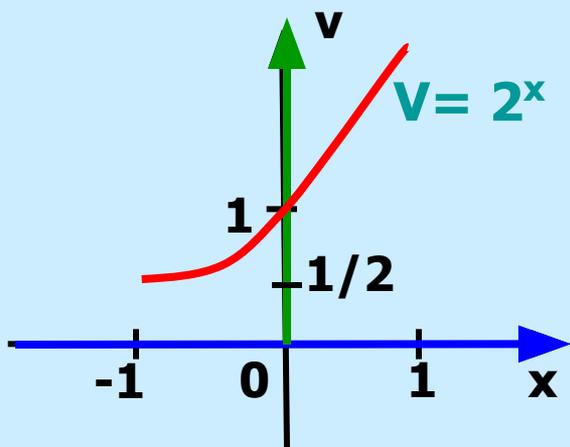
Сложная функция $y = \frac{1}{1+x^2}$ (четная).



Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $(0; +\infty)$	$V = V(X) = 1 + X^2$ V_1 возрастает $(1; +\infty)$	$Y = Y(V) = 1/V$ Y_1 убывает от 1 до 0
X_2 возрастает $(-\infty; 0)$	V_2 убывает от $+\infty$ до 1	Y_2 возрастает от 0 до 1

Контрольные точки: $(1; 0,5)$, $(-1; 0,5)$.

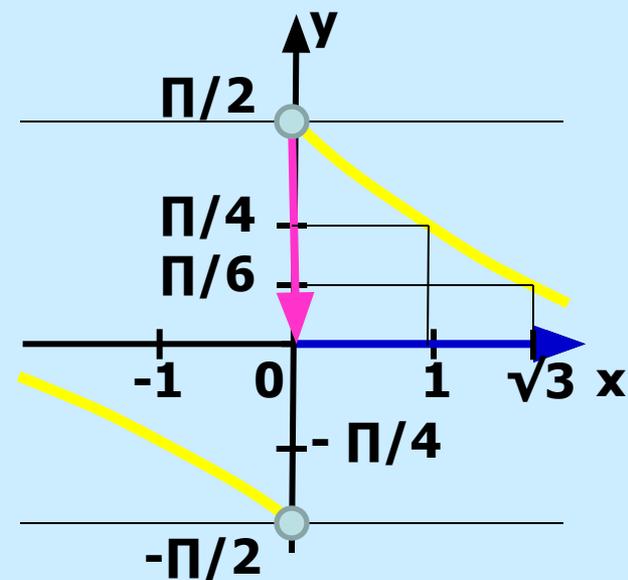
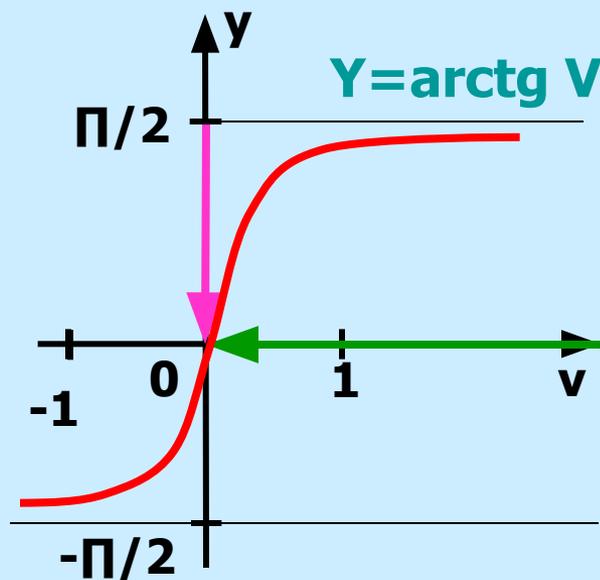
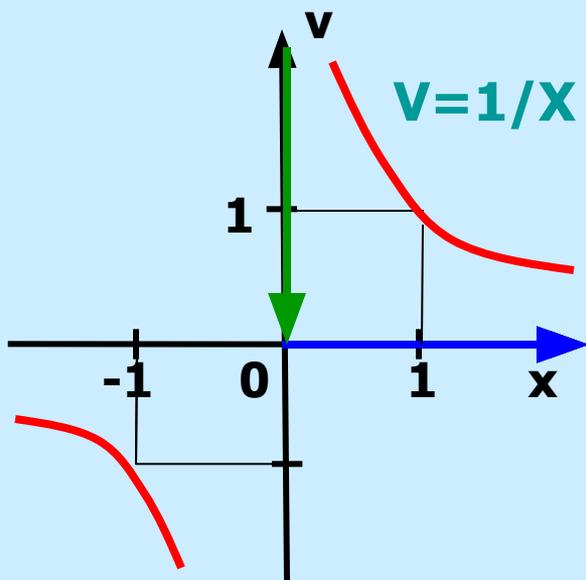
Сложная функция $y = \operatorname{arctg} 2^x$



Значение X	Значение V	Значение Y
X возрастает от $(-\infty; +\infty)$	$V = V(X) = 2^x$ V возрастает от $(0; +\infty)$	$Y = Y(V) = \operatorname{arctg} V$ Y возрастает от 0 до $+\pi/2$

Контрольные точки: $(0; \pi/4)$.

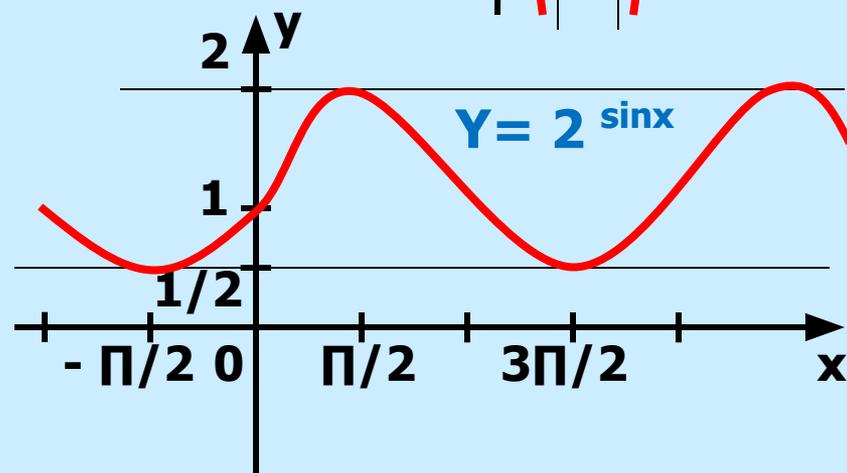
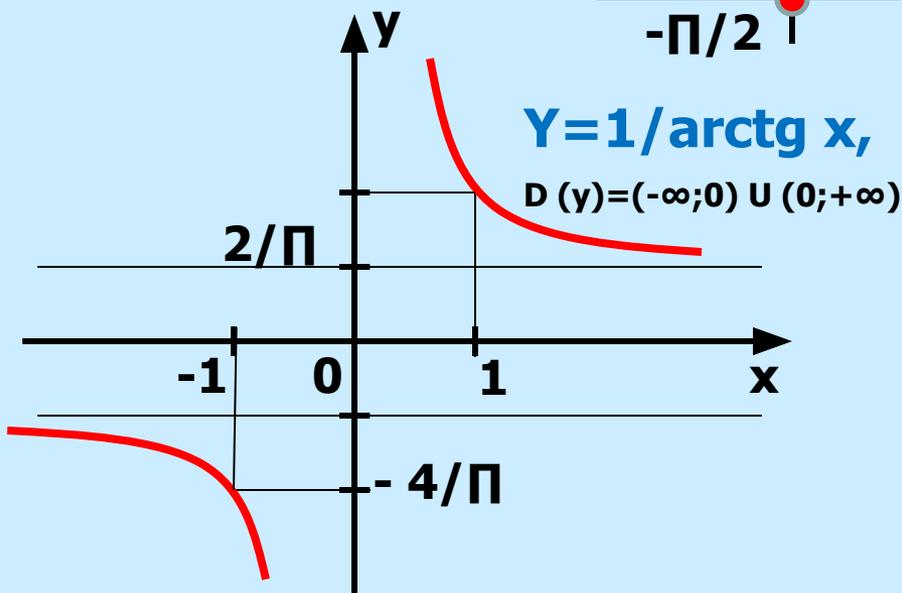
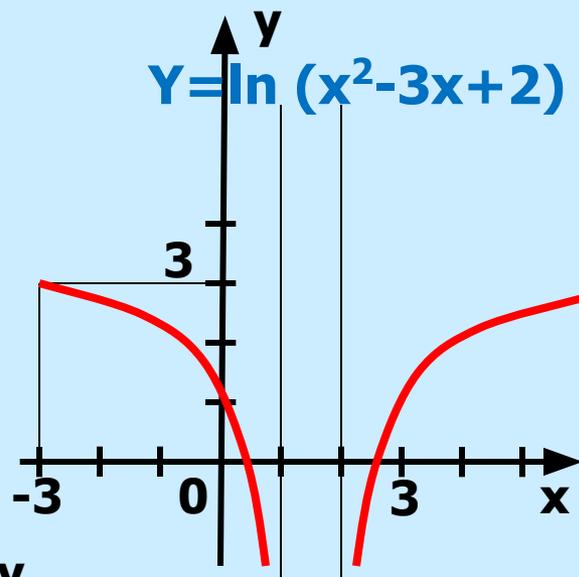
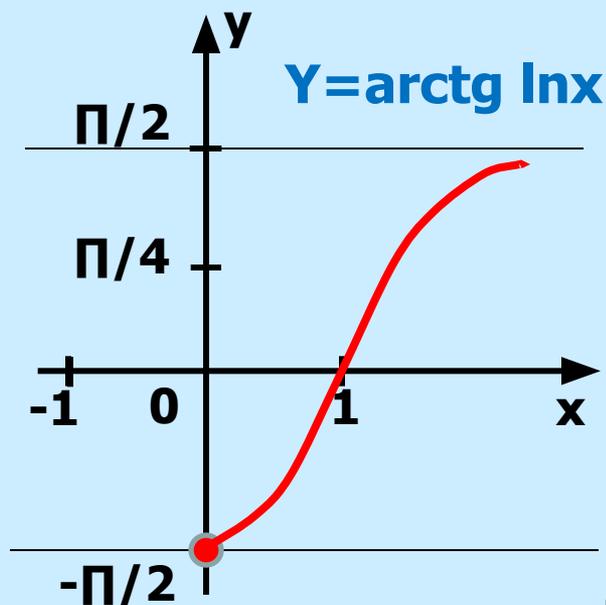
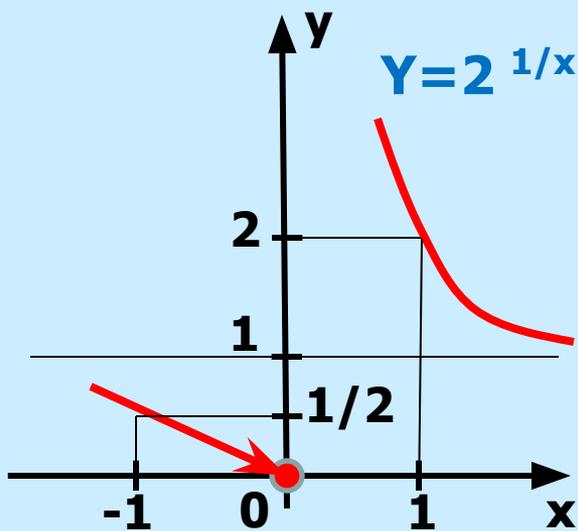
Сложная функция $y = \text{arctg } 1/x, x \neq 0$



Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $(0; +\infty)$	$V = V(X) = 1/X$ V_1 убывает от $+\infty$ до 0	$Y = Y(V) = \text{arctg } V$ Y_1 убывает от $\pi/2$ до 0
X_2 возрастает $(-\infty; 0)$	V_2 убывает от 0 до $-\infty$	Y_2 убывает от 0 до $-\pi/2$

Контрольные точки: $(1; \pi/4), (\sqrt{3}; \pi/6)$.

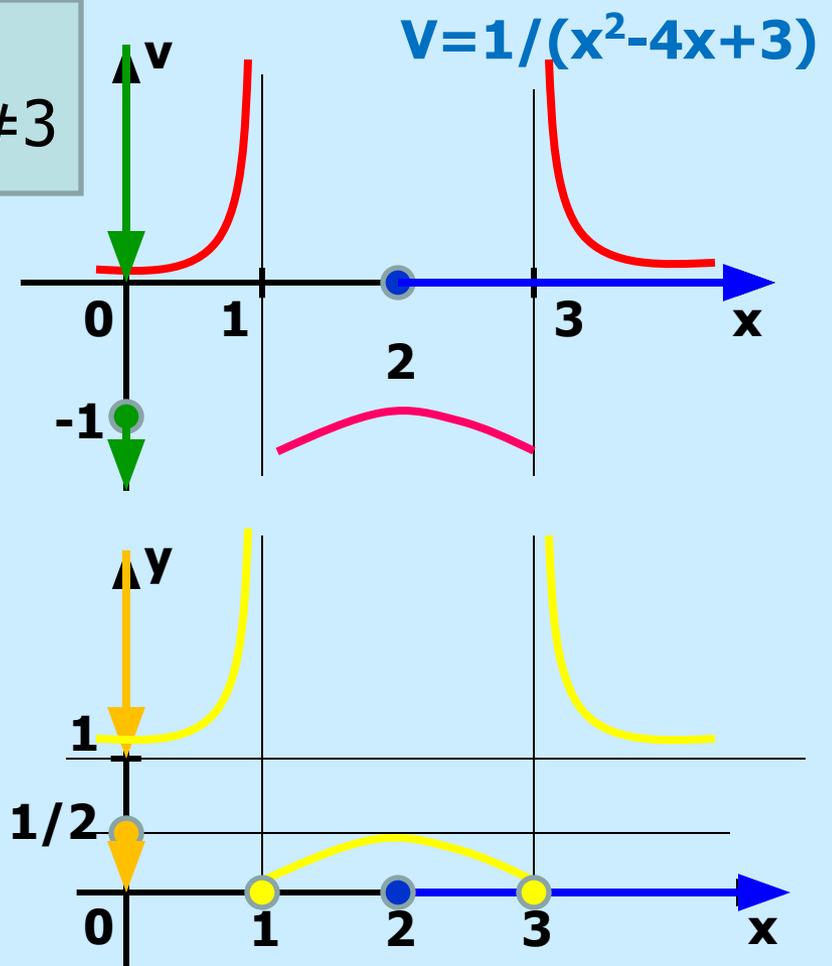
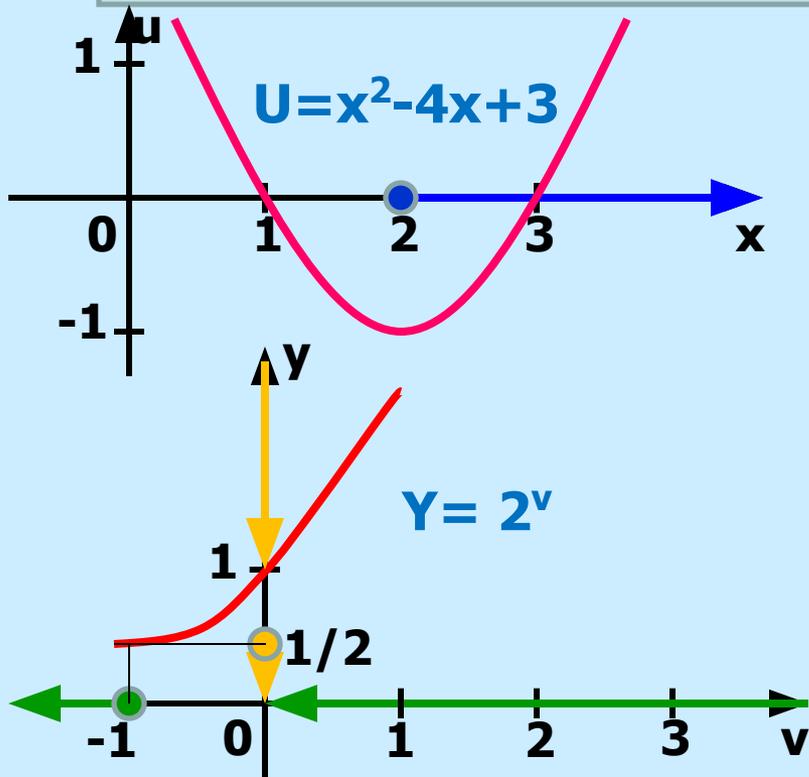
Таким образом я построил графики сложных функций:



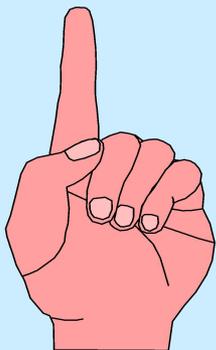
И ВЫРАБОТАЛ АЛГОРИТМ

1. начертить графики **внутренней** $v = v(x)$ и **внешней** $y = f(v)$ функций и систему координат XOY .
2. определить **промежутки монотонности** **внутренней** функции $v = v(x)$.
3. определить промежутки монотонности **внешней** функции $y = f(v)$.
4. на каждом промежутке определить **границы изменения** функции $v = v(x)$ и выбрать те значения $v(x)$, которые попадают в область определения функции $y = f(v)$.
5. по графику внешней функции $y = f(v)$ найти **характер изменения функции** y .
6. построить график сложной функции $y = y(x)$ в системе координат XOY с учетом промежутков монотонности X , Y и контрольных точек.

$$y = 2^{\frac{1}{x^2 - 4x + 3}}, \text{ где } x \neq 1, x \neq 3$$



Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $[2; +\infty)$	$V = V(U) = 1/U$ V_1 убывает от -1 до $-\infty$, вкл. -1 , и от $+\infty$ до 0	$Y = Y(V) = 2^v$ Y_1 убывает от $1/2$ до 0 , вкл. $1/2$, и от $+\infty$ до 1
X_2 возрастает $(-\infty; 2]$	V_2 возрастает от 0 до $+\infty$ и от $-\infty$ до -1 , вкл. -1	Y_2 возрастает от $(1; +\infty)$ и $(0; 1/2]$



ВЫВОД:

повторил

простейшие функции и изучил тригонометрические, обратные тригонометрические, показательные и логарифмические функции и их свойства

рассмотрел

способы преобразования графиков функций

**научился
строить**

сложные функции, представляющие композицию двух функций и строить их графики

**выработал
АЛГОРИТМ**

построения графиков сложных функций

**приступил к
построению**

графика сложной функции, представляющего композицию трех функций