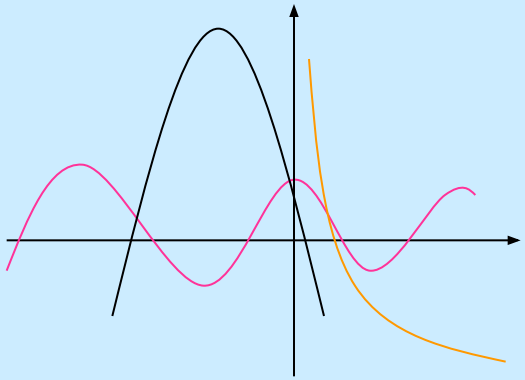
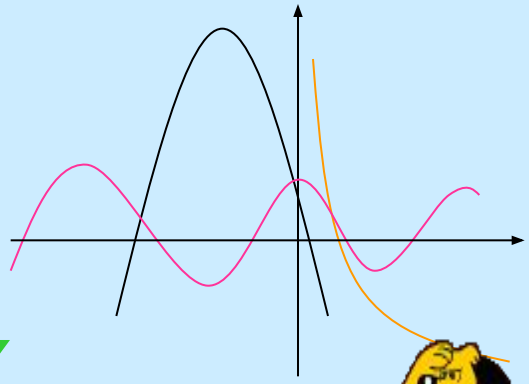


«ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ на основе свойств монотонности»

АВТОР проекта: Зародов Никита Евгеньевич,
ученик 10-А класса МОУ «СОШ №21», г. Подольск, МО

РУКОВОДИТЕЛЬ проекта: Буянова Анна Матвеевна,
учитель математики МОУ «СОШ №21», г. Подольск, МО

гипотеза

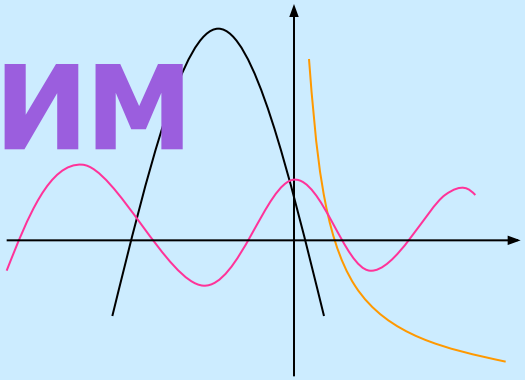


Графики сложных функций вида y=f (v (x)) легко построить, зная свойства основных элементарных функций вида y=f (x).

Выработаем

простой алгоритм построения графиков.

ДЛЯ ЭТОГО ВСПОМНИМ



ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

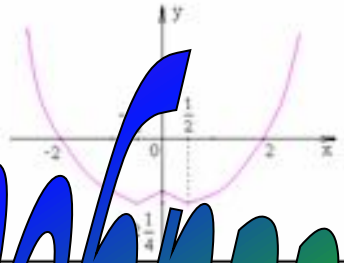
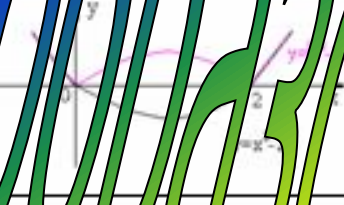
1. **Область определения/ область значения функций**

2. **Четность/нечетность функций**

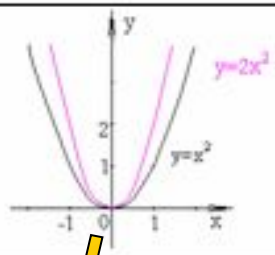
3. **Монотонность функций**

Преобразования графиков

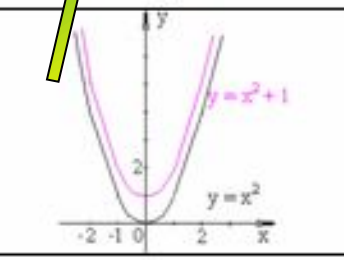
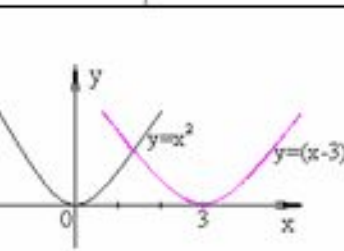
Симметричное отображение

$y = f(\lvert x\rvert)$ из $y = f(x)$ для $x > 0$ и отображить относительно оси	
$y = \lvert f(x)\rvert$ из $y = f(x)$ отображением графика ниже оси в верхнюю полуплоскость	

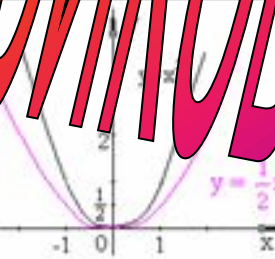
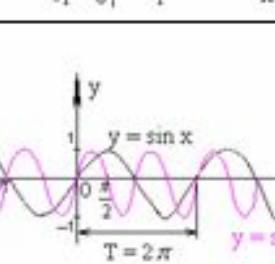
Растяжение

$y = k\,f(x)$ из $y = f(x)$ растяжением вдоль оси y в k раз, если $k > 1$	
$y = f\left(\frac{x}{k}\right)$ из $y = f(x)$ растяжением вдоль оси x в k раз	

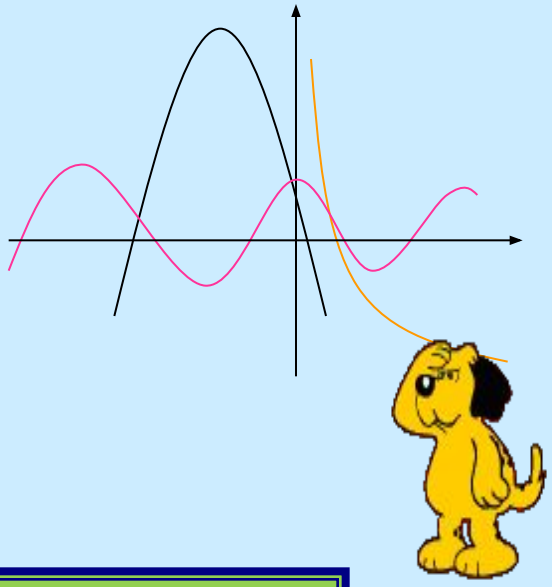
Параллельный перенос

$y = f(x) + b$ из $y = f(x)$ вдоль оси y вверх, если $b > 0$, вниз, если $b < 0$	
$y = f(x-a)$ из $y = f(x)$ вдоль оси x на a единичных отрезков вправо, если $a > 0$, влево, если $a < 0$	

Сжатие

$y = \frac{1}{k} f(x)$ из $y = f(x)$ сжатием к оси x в k раз	
$y = f(kx)$ из $y = f(x)$ сжатием вдоль оси x в k раз	

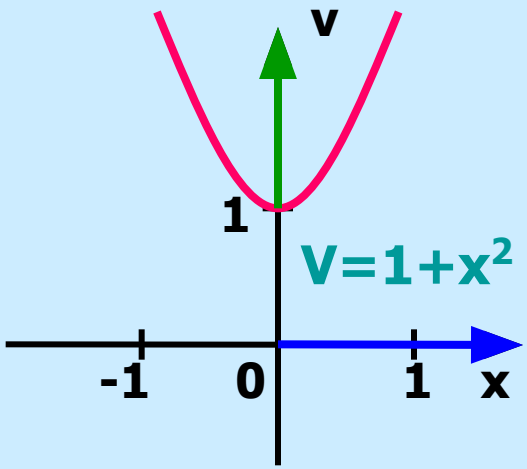
П Р И С Т У П И М

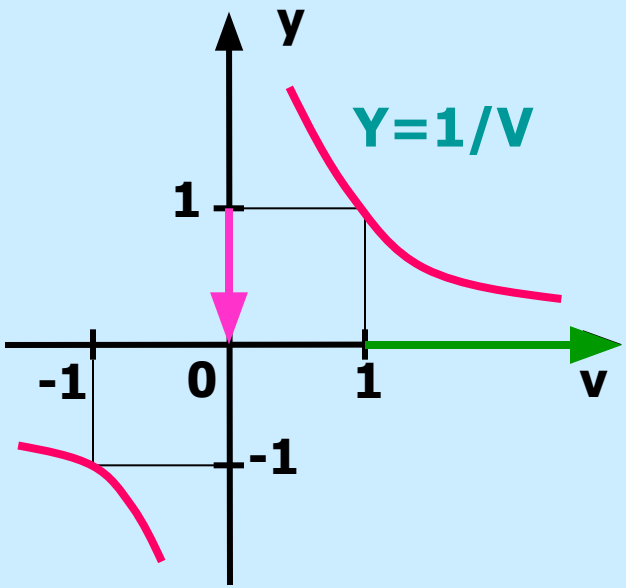


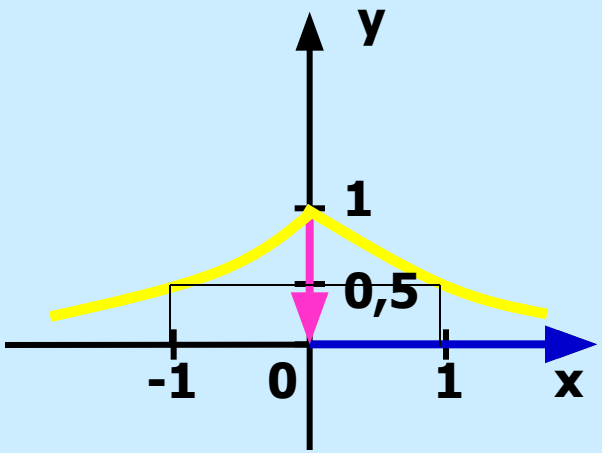
к построению

графиков сложных функций вида y=f (v (x)).

Сложная функция $y = \dfrac{1}{1+x^2}$ (четная).



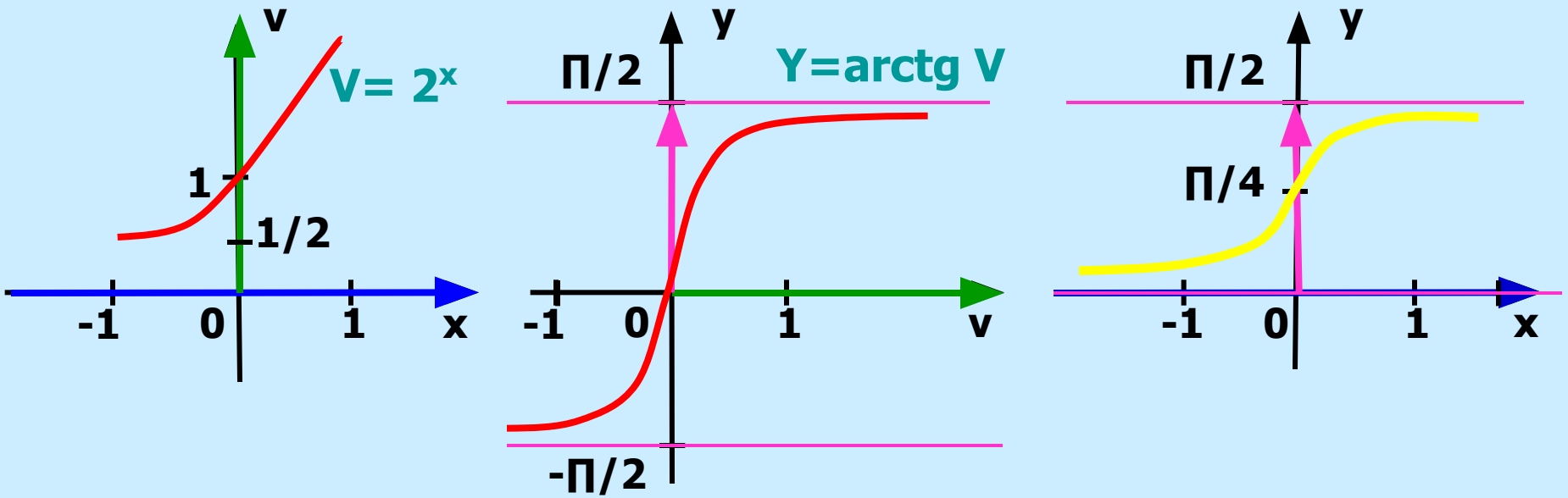




Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает $(0;+\infty)$	$V=V(X)=1+X^2$ V_1 возрастает $(1;+\infty)$	$Y=Y(V)=1/V$ Y_1 убывает от 1 до 0
X_2 возрастает $(-\infty;0)$	V_2 убывает от $+\infty$ до 1	Y_2 возрастает от 0 до 1

Контрольные точки: (1;0,5), (-1;0,5).

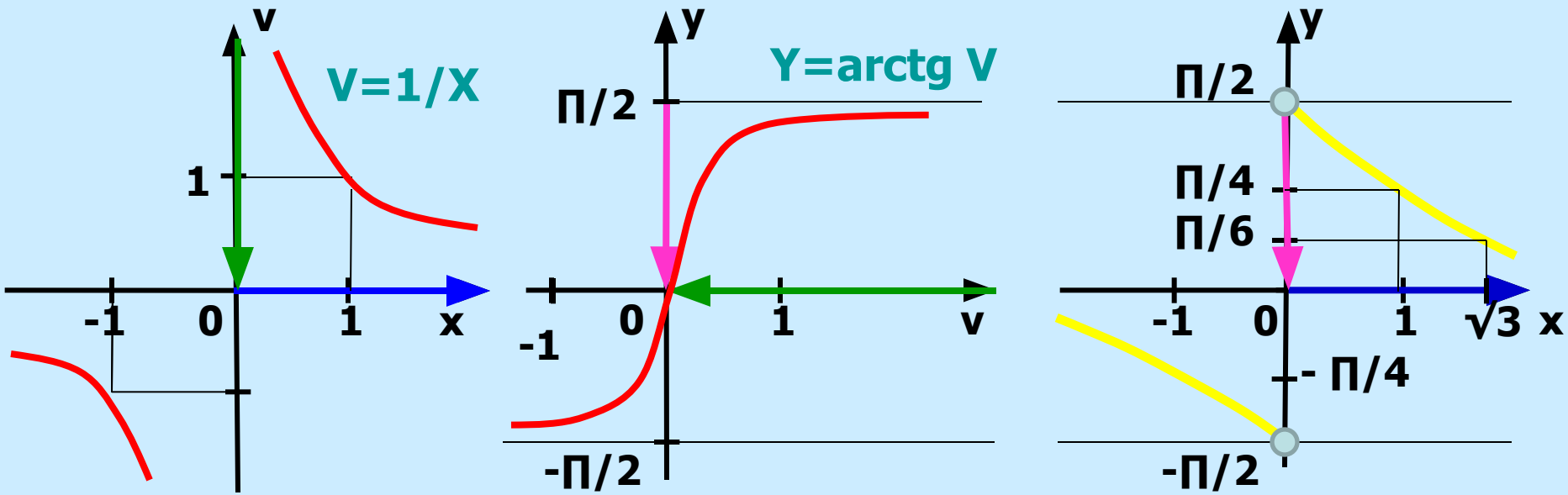
Сложная функция $y=\operatorname{arctg} 2^x$



Значение X	Значение V	Значение Y
X возрастает от (-∞;+∞)	$V=V(X)=2^x$ V возрастает от (0;+ ∞)	Y=Y(V)=arctg V Y возрастает от 0 до +П/2

Контрольные точки: (0;П/4).

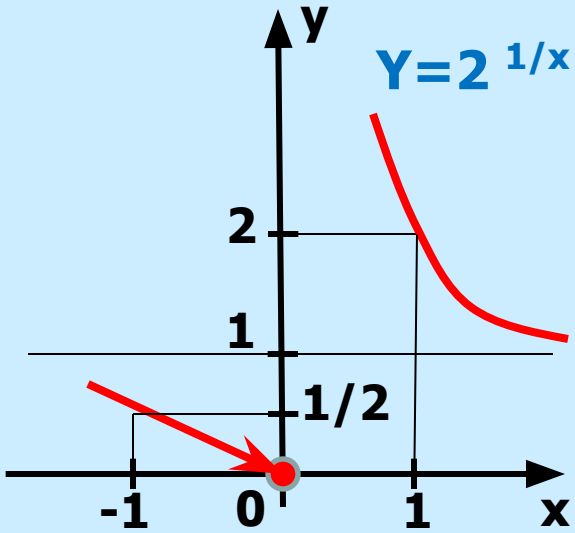
Сложная функция y=arctg 1/x, x≠0

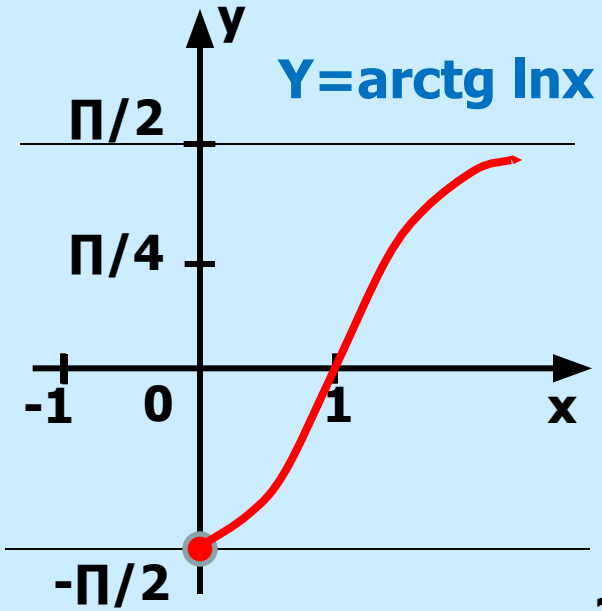


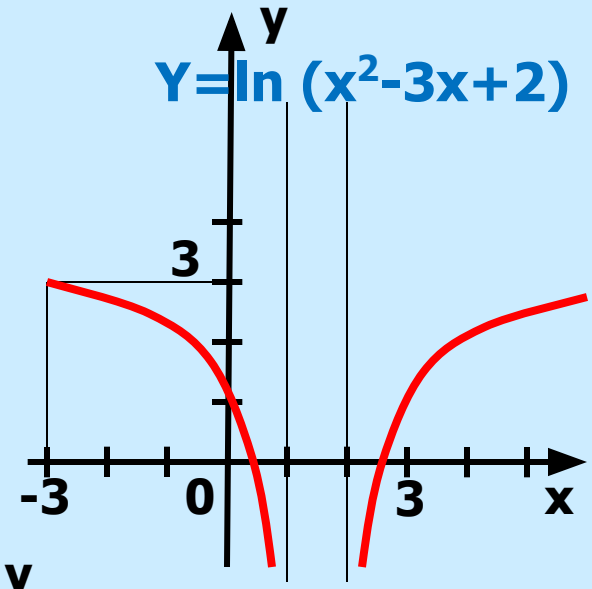
Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает (0;+∞)	V=V(X)=1/X V_1 убывает от + ∞ до 0	Y=Y(V)=arctg V Y_1 убывает от П/2 до 0
X_2 возрастает (-∞;0)	V_2 убывает от 0 до - ∞	Y_2 убывает от 0до –П/2

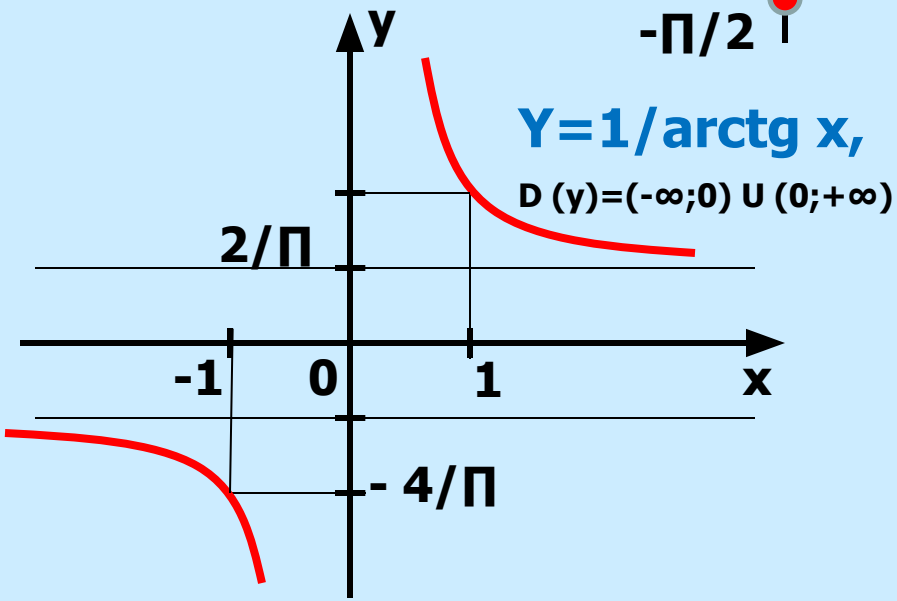
Контрольные точки: (1;П/4), (√3;П/6).

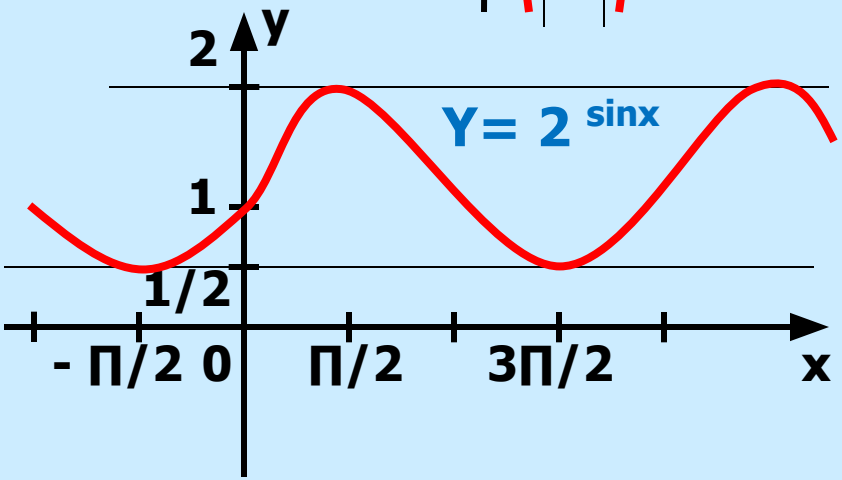
Таким образом я построил графики сложных функций:











И ВЫРАБОТАЛ АЛГОРИТМ

1. начертить графики внутренней v = v(x) и внешней y = f (v) функций и систему координат XOY.

2. определить промежутки монотонности внутренней функции v = v (x).

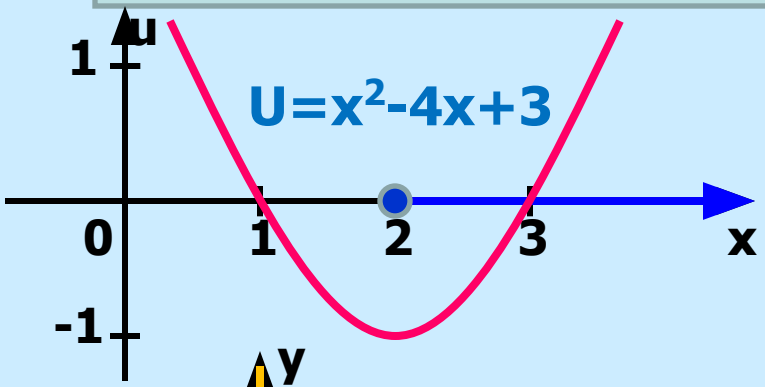
3. определить промежутки монотонности внешней функции y = f(v).

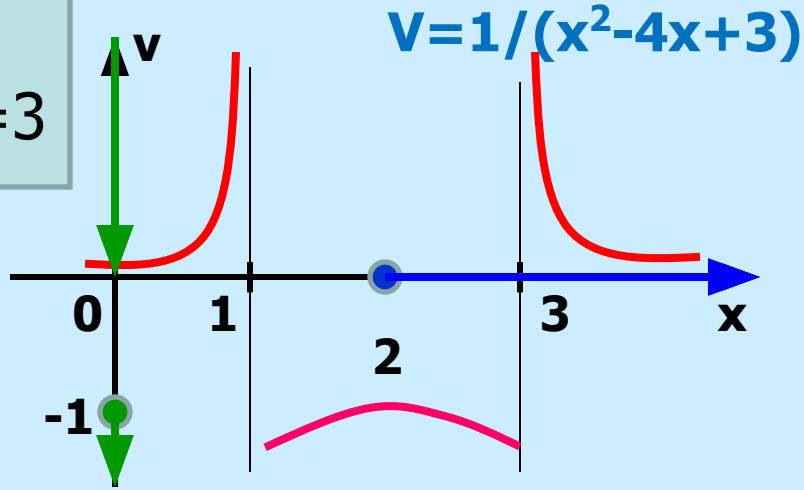
4. на каждом промежутке определить границы изменения функции v = v(x) и выбрать те значения v (x), которые попадают в область определения функции y = f (v).

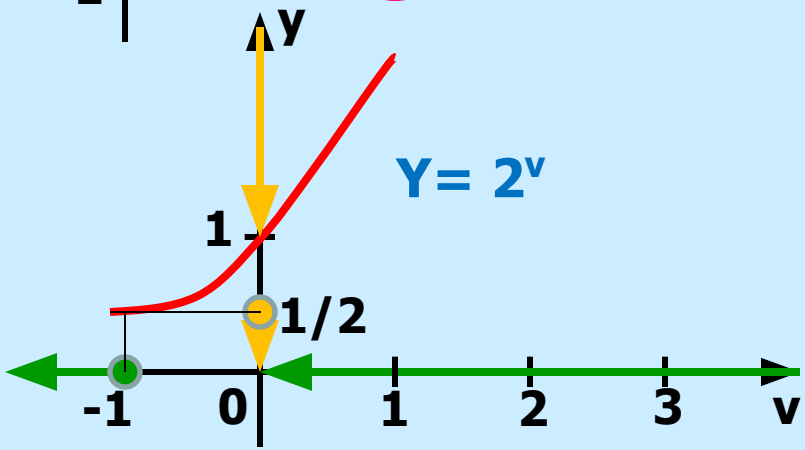
5. по графику внешней функции y = f (v) найти характер изменения функции y.

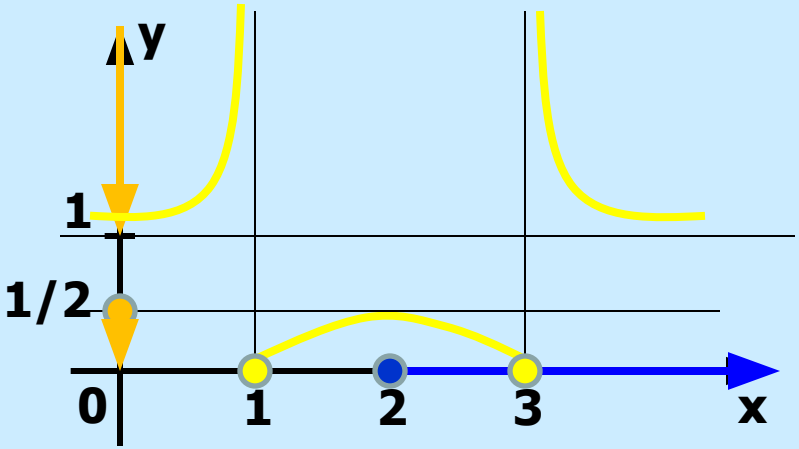
6. построить график сложной функции y = y (x) в системе координат XOY с учетом промежутков монотонности X, Y и контрольных точек.

$$y = 2^{\frac{1}{x^2-4x+3}}$$, где x≠1, x≠3

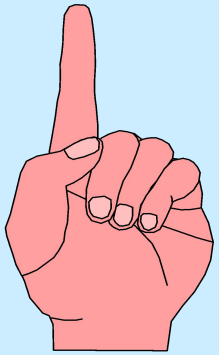








Значение X	Значение V	Значение Y
X_1 возрастает [2;+∞)	V=V(U)=1/U V_1 убывает от -1 до -∞, вкл. -1, и от +∞ до 0	$Y=Y(V)=2^V$ Y_1 убывает от 1/2 до 0, вкл. 1/2, и от +∞ до 1
X_2 возрастает (-∞;2]	V_2 возрастает от 0 до +∞ и от -∞ до -1, вкл. -1	Y_2 возрастает от (1;+∞) и (0;1/2]



ВЫВОД:

повторил	простейшие функции и изучил тригонометрические, обратные тригонометрические, показательные и логарифмические функции и их свойства
рассмотрел	способы преобразования графиков функций
научился строить	сложные функции, представляющие композицию двух функций и строить их графики
выработал АЛГОРИТМ	построения графиков сложных функций
приступил к построению	графика сложной функции, представляющего композицию трех функций